
INGENIERIA DE ESTRUCTURAS

TRABAJO FINAL

JORGE FEBLES MARTÍN

JUNIO 2015

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE CATALUÑA

INDICE

1. Túnel

1.1 Introducción.....	3
1.2 Geometría.....	4
1.3 Condiciones de contorno.....	5
1.4 Materiales.....	6
1.5 Mallado.....	7
1.6 Resultados.....	10
1.7 Conclusiones.....	14

2. Cubierta

2.1 Introducción.....	16
2.2 Geometría.....	16
2.3 Condiciones de contorno.....	18
2.4 Materiales.....	19
2.5 Mallado.....	20
2.6 Resultados.....	23
2.7 Conclusiones.....	28

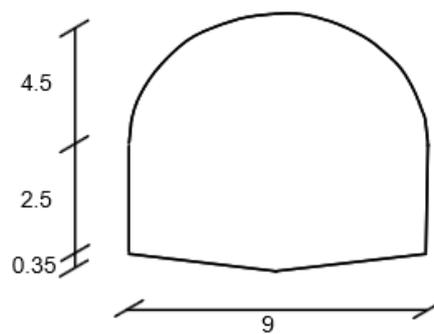
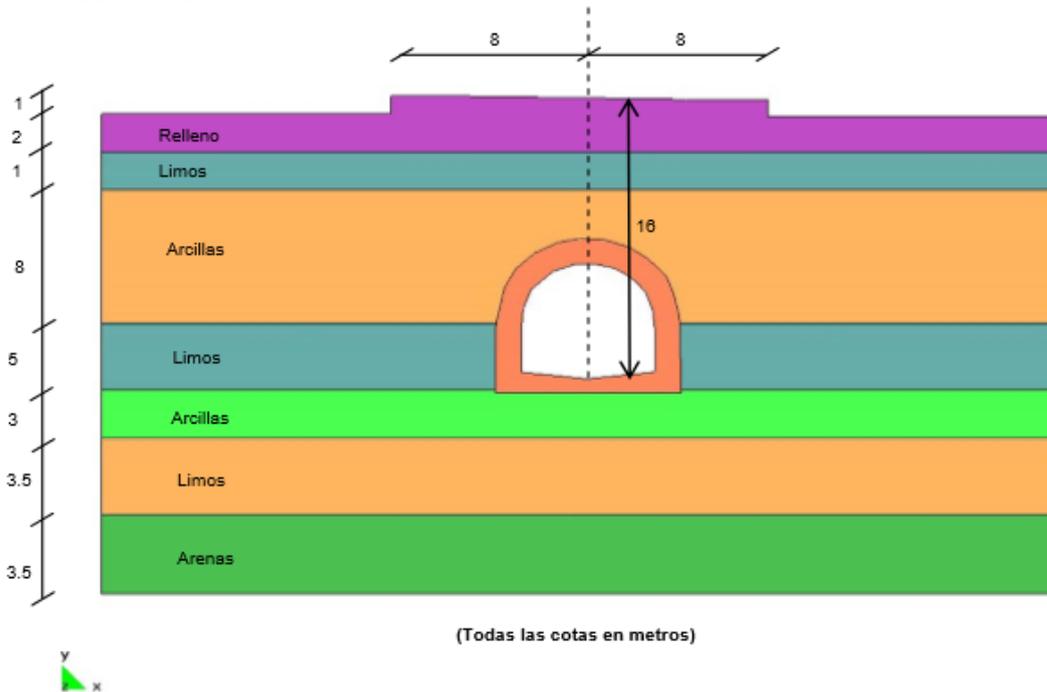
3. Referencias.....	29
---------------------	----

Problema DP-6

Dimensionar el espesor del refuerzo de hormigón del túnel para limitar los asentamientos en superficie por efecto del túnel a 1 cm.

El espesor de refuerzo debe ser mayor de 8 cm y las tensiones máximas a compresión/tracción no deben superar los 30/25 Mpa.

Geometría:



- Relleno: $E = 5 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$; $\nu = 0.2$; $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$
 Arcillas: $E = 5 \cdot 10^4 \text{ kN/m}^2$; $\nu = 0.2$; $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$
 Limos: $E = 4.5 \cdot 10^4 \text{ kN/m}^2$; $\nu = 0.25$; $\gamma = 20.5 \text{ kN/m}^3$
 Arenas: $E = 4 \cdot 10^4 \text{ kN/m}^2$; $\nu = 0.3$; $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$
 Hormigón: $E = 2 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$; $\nu = 0.2$; $\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$

1.1 Introducció

El problema representa la secció transversal de un túnel cuya distancia a la superfície es de 16 metros tal y como se aprecia en la figura 1. Está emplazado entre diversas capas de materiales (relleno, arcillas, limos y arenas) depositadas en forma de estratos paralelos en el terreno.

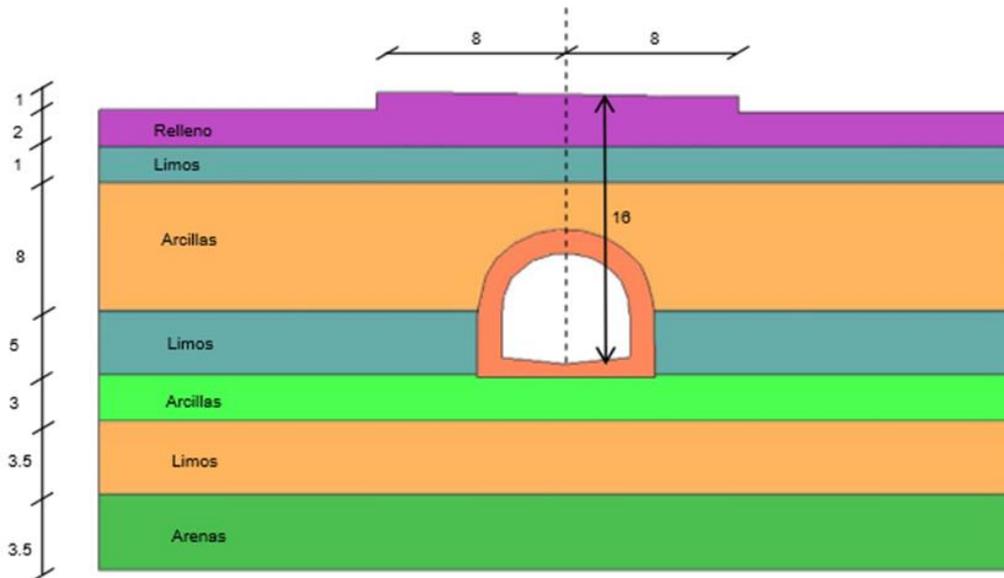


Figura 1. Sección transversal

El objetivo de este ejercicio es dimensionar el espesor del refuerzo de hormigón del túnel para limitar los asentamientos en superficie que no podrán ser mayor a un centímetro. Además las tensiones máximas de tracción y compresión en el refuerzo no deben superar 25 MPa y 30 MPa, respectivamente.

Por otro lado, el espesor del refuerzo debe ser superior a 8 cm. Para ello, se parte del gálibo del túnel (figura 2) y se va aumentando el espesor del refuerzo progresivamente hasta que se cumplan los requisitos especificados en el enunciado.

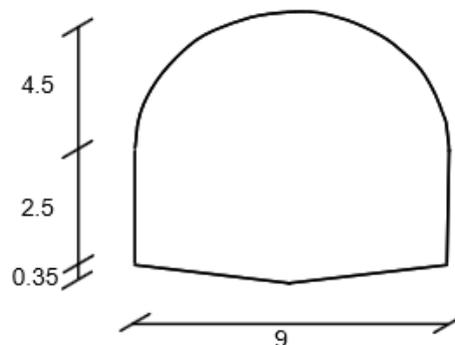


Figura 2. Dimensiones del túnel

1.2 Geometría

El túnel, como ya se ha comentado anteriormente, se encuentra situado entre los diferentes estratos de terreno siendo el espesor de estos los que se especifican en la figura 1. Sin embargo, la dimensión longitudinal no está definida en el enunciado del problema lo que implica escoger una anchura lo suficientemente grande como para que las condiciones de contorno impuestas no afecten a la solución final.

La anchura escogida ha sido de 22 metros por cada lado, es decir, desde el extremo hasta el resalto de un metro de altura y 8 metros de anchura. De este modo, seguimos ante un problema completamente simétrico donde habrá 22+8 metros de longitud a cada lado del eje de simetría.

Una vez definida todas las dimensiones del problema, se ha modelado la geometría utilizando GiD como programa de pre-proceso. En primer lugar se modelizó todos los estratos de terreno mediante coordenadas relativas lo que facilita enormemente la implementación de la geometría en el software. En segundo lugar y gracias a la distancia entre la superficie y la solera del túnel, se llevó a cabo la modelización del túnel, en este caso, para trazar la semicircunferencia se ha necesitado un punto auxiliar que nos ha servido para dibujar el arco. Una vez definido el arco se ha borrado el punto para evitar posibles errores futuros.

La distancia entre la superficie y la solera y las dimensiones del túnel no pueden variar. En base a esto se ha ido modificando los espesores de la capa de hormigón hasta que se ha cumplido las condiciones establecidas por el problema.

Una vez se tienen definidas las líneas (rectas y curvas) que definen la geometría del problema, se procede a definir las superficies que conforman los diferentes estratos del terreno y el refuerzo de hormigón (Figura 3).

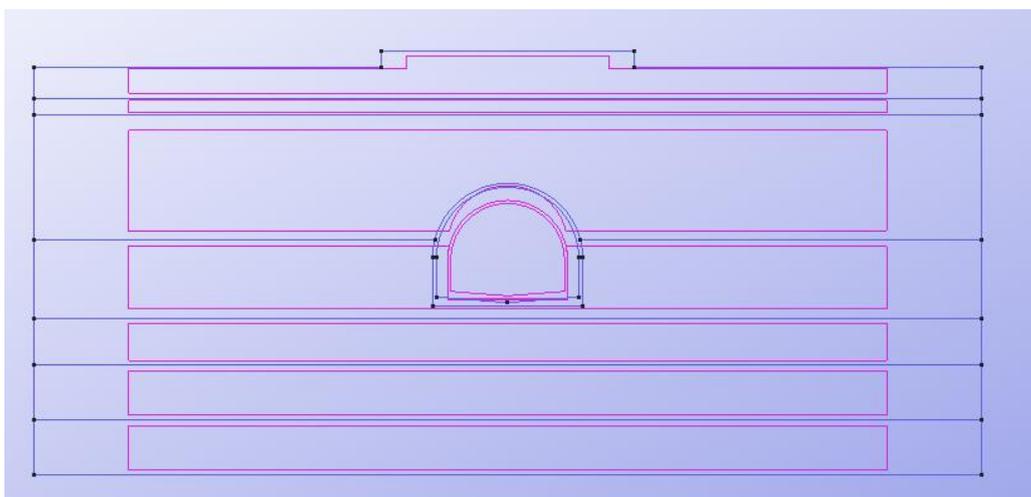


Figura 3. Modelización de los estratos y el túnel

1.3 Condiciones de contorno

Las condiciones de contorno de este problema son bastante claras debido a la simetría del problema y a que el túnel se encuentra en un medio semi-infinito. Por lo tanto, se supone que el último estrato de terreno se encuentra apoyado sobre un lecho rocoso que le impide su movimiento en la dirección X e Y. En lo que respecta a las condiciones de contorno laterales, sólo se permite el movimiento vertical dadas las condiciones simétricas del problema.

Se podría haber considerado que el terreno estaba apoyado sobre un lecho con un cierto coeficiente de balasto, lo cual hubiese sido quizá más realista. Sin embargo, dado el carácter académico del ejercicio y a falta de mayor información sobre las condiciones de contorno, se ha optado por considerar la condición de contorno inferior como la de un empotramiento perfecto. La Figura 4 muestra las diferentes condiciones de contorno usadas.

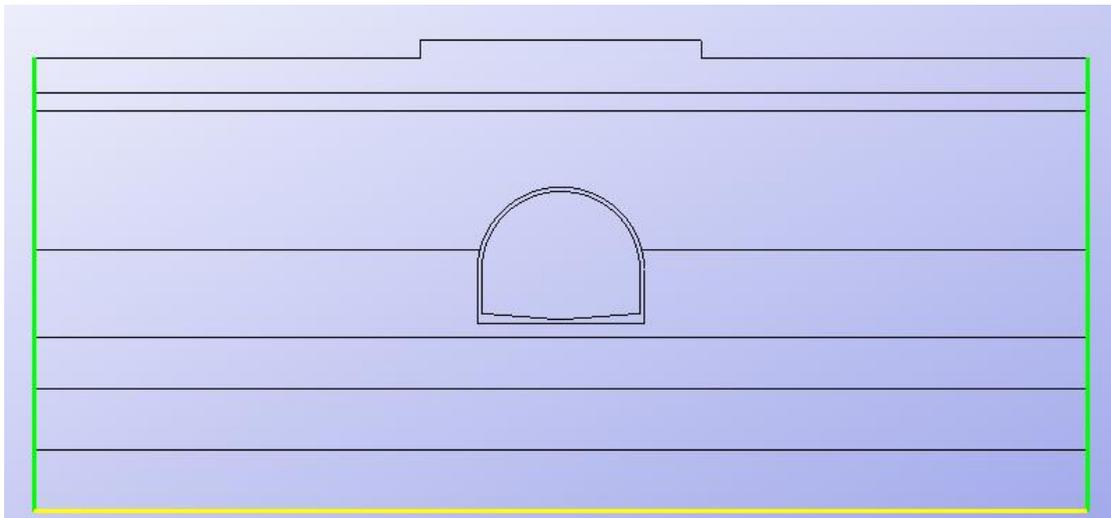


Figura 4. Condiciones de contorno

1.4 Materiales

Las características de todos los materiales que componen el terreno así como el hormigón del refuerzo del túnel vienen dados en el propio enunciado y están totalmente determinados por su módulo de Young, coeficiente de Poisson y peso específico tal y como se muestra a continuación:

$$\text{Relleno: } E = 5 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2; \quad \nu = 0,2; \quad \gamma = 18 \text{ kN/m}^3$$

$$\text{Arcillas: } E = 5 \cdot 10^4 \text{ kN/m}^2; \quad \nu = 0,2; \quad \gamma = 20 \text{ kN/m}^3$$

$$\text{Limos: } E = 4.5 \cdot 10^4 \text{ kN/m}^2; \quad \nu = 0,25; \quad \gamma = 20,5 \text{ kN/m}^3$$

$$\text{Arenas: } E = 4 \cdot 10^4 \text{ kN/m}^2; \quad \nu = 0,3; \quad \gamma = 20 \text{ kN/m}^3$$

$$\text{Hormigón: } E = 2 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2; \quad \nu = 0,2; \quad \gamma = 25 \text{ kN/m}^3$$

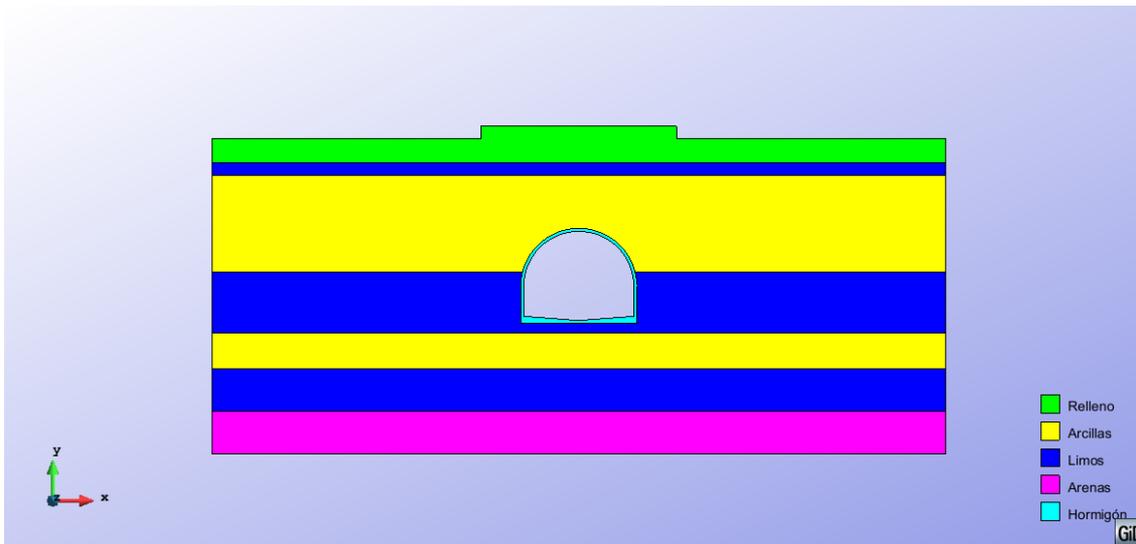


Figura 5. Materiales

Dado que las únicas cargas son el peso propio de los estratos y del hormigón del refuerzo del túnel contenidas en el plano XY y dos de las tres dimensiones son mucho más pequeñas que la longitudinal a lo largo del eje Z, nos encontramos ante un problema de deformación plana. Según [1], una estructura prismática está en estado de deformación plana si una de sus dimensiones (longitud) es mucho mayor que las otras dos, y sobre ella actúan únicamente cargas uniformemente distribuidas a lo largo de toda su longitud y contenidas en planos ortogonales al eje que une los centros de gravedad de sus distintas secciones transversales.

Además se ha tenido en cuenta el peso propio ya que es la única carga que actúa en este problema. El tipo de problema utilizado ha sido: problemtype RamSeries Educational Plane State.

1.5 Mallado

El mallado es quizá una de las partes del pre-proceso donde debemos prestar mayor atención ya que la elección del elemento (triangular o cuadrangular) así como el tamaño de la malla puede modificar de forma significativa la solución final. Por lo tanto, antes de empezar el proceso de diseño del espesor de refuerzo de hormigón, se ha llevado a cabo un análisis de convergencia para así comparar los valores obtenidos de los diferentes tipos de elementos y los distintos tamaños de malla. Para ello, se han utilizado 4 tipos diferentes de elementos finitos en el plano: triangulares de 3 nodos, triangulares de 6 nodos, cuadriláteros de 4 nodos y cuadriláteros de 8 nodos. En las siguientes tablas se puede observar el tamaño de la malla, el número de elementos, el número de nodos, el máximo desplazamiento y el error para cada tipo de elemento.

Elemento triangular de tres nodos:

Tamaño malla	Nº elementos	Nº nodos	Desplaz y	Error
2	917	507	-0,14297	
1	3464	1821	-0,14305	0,00055925
0,5	13956	7153	-0,14293	0,00083957

Tabla 1. Elemento triangular de 3 nodos

Elemento triangular de seis nodos:

Tamaño malla	Nº elementos	Nº nodos	Desplaz y	Error
2	917	1930	-0,14294	
1	3464	7105	-0,14293	6,99643E-05
0,5	13956	28261	-0,14293	0

Tabla 2. Elemento triangular de 6 nodos

Elemento cuadrangular de cuatro nodos:

Tamaño malla	Nº elementos	Nº nodos	Desplaz y	Error
2	421	470	-0,14467	
1	1631	1720	-0,14293	0,01217379
0,5	6641	6816	-0,14294	6,9959E-05

Tabla 3. Elemento cuadrangular de 4 nodos

Elemento cuadrangular de ocho nodos:

Tamaño malla	Nº elementos	Nº nodos	Desplaz y	Error
2	421	1360	-0,14298	
1	1631	5070	-0,14293	0,000349822
0,5	6641	20272	-0,14293	0

Tabla 4. Elemento cuadrangular de 8 nodos

Cabe destacar que el análisis de convergencia se ha realizado sin tener en cuenta el túnel, calculando el asentamiento debido solamente al terreno. Este dato nos servirá para posteriores cálculos donde debemos limitar el asentamiento a 1 cm por el efecto del túnel.

El parámetro de control para la convergencia ha sido el asentamiento en superficie (en el eje de simetría del problema). La convergencia se ha llevado a cabo con 12 tipos de mallas diferentes.

Debido a las diferentes características de los elementos finitos, no todos convergen a la misma velocidad conforme se va aumentando el número de grados de libertad.

Tal y como se aprecia en las tablas anteriores el elemento triangular de 3 nodos no converge tan rápido pero a partir de unos 7000 nodos se aproxima de forma bastante buena a la solución esperada. Por el contrario, usando el elemento triangular cuadrático (6 nodos), este converge con muy pocos nodos lo que le confiere una gran precisión con un coste computacional mayor. En lo que respecta a los elementos cuadriláteros, el de 4 nodos muestra muy poca precisión para un número bajo de nodos pero converge a partir de unos 1700 nodos. Por último, el elemento cuadrilátero de 8 nodos converge muy rápido a la solución exacta con muy pocos nodos, mostrando una gran precisión pero necesitando un gran tiempo de cálculo para ello tal y como ocurría con el elemento triangular de 6 nodos.

Por lo tanto, después de llevar a cabo el estudio de convergencia y habiendo analizado todos y cada uno de los elementos, se ha optado por el elemento triangular de 3 nodos.

En las siguientes figuras se representan todos los casos de estudio que se han tenido en cuenta para el análisis de convergencia, así como la malla definitiva para resolver el problema, constituida por elementos triangulares de tamaño 0.5 en el terreno y de 0.05 en el refuerzo de hormigón.

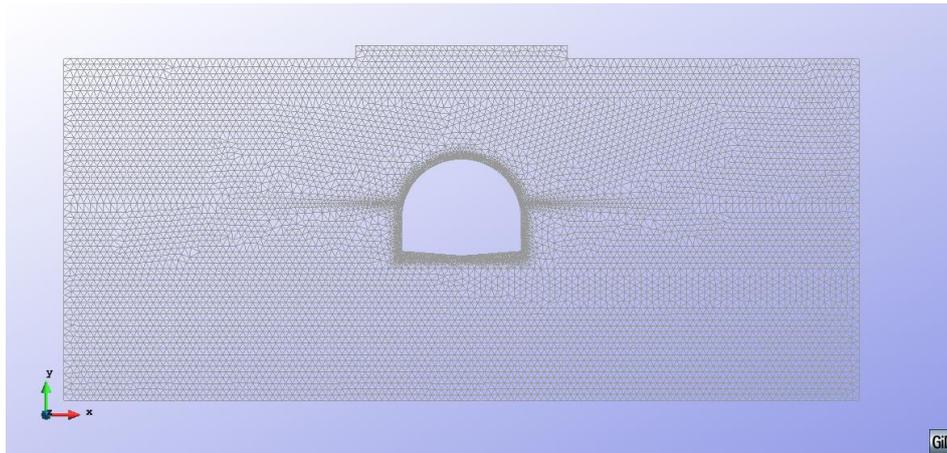


Figura 6. Malla elegida

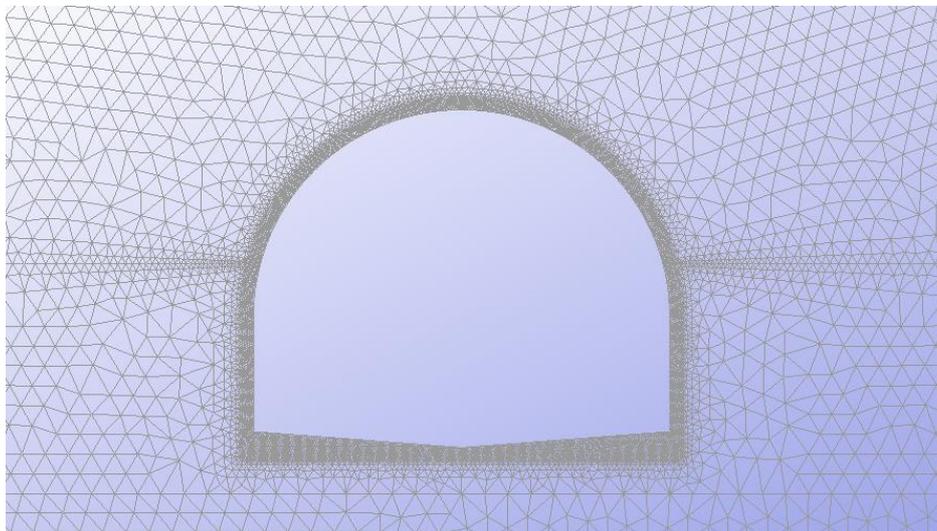


Figura 7. Malla del túnel

1.6 Resultados

La primera limitación que se quiere solventar es la del asentamiento máximo con el túnel de 1 cm respecto al mismo terreno sin túnel. Sin embargo, esto no constituye ninguna limitación ya que el desplazamiento vertical con el refuerzo mínimo de 10 cm es de 0,14893 metros (figura 8) mientras que el asentamiento para ese mismo punto sin túnel es de 0,14293. En la tabla 5 se muestra todos los espesores elegidos para el cálculo así como el asentamiento sin túnel, el asentamiento con túnel y la diferencia entre ambos.

Espesor (cm)	Asentamiento con túnel (cm)	Asentamiento sin túnel (cm)	Diferencia (cm)
10	-14,893	-14,293	0,6
25	-14,547	-14,293	0,254
35	-14,539	-14,293	0,246
45	-14,536	-14,293	0,243

Tabla 5. Asentamientos

La limitación del asentamiento de 1 cm no es problema ya que la inclusión del refuerzo de hormigón rigidiza la solución y da un asentamiento menor que el que tendría sin refuerzo, por lo que no supone una limitación real como ya se ha comentado anteriormente.

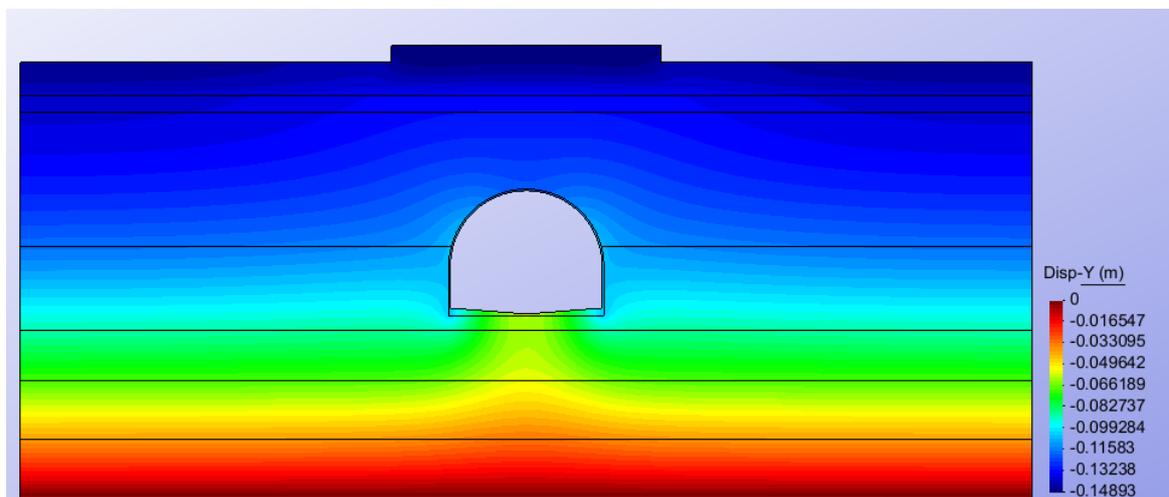


Figura 8. Desplazamiento vertical para un espesor de 10 cm

Las tensiones se han ido calculando en función del espesor del refuerzo de hormigón. Los espesores elegidos han sido 10 (lo mínimo eran 8), 25, 35 y 45 cm. En la tabla 6 se observa como a medida que aumenta el espesor, las tensiones de compresión y tracción van disminuyendo hasta llegar a un punto en el cual entran dentro del rango marcado por el enunciado del problema, es decir 30 Mpa para las tensiones de compresión y 25 Mpa para las de tracción.

La limitación del espesor lo dará la tensión de compresión tal y como era de espesar en este problema donde casi todos los puntos del dominio trabajan a compresión debido al peso propio de los materiales de los estratos y del propio hormigón.

Espesor (cm)	Nº nodos	Compresión (Pa)	Máx. 3e7 Pa
10	10867	4,8114E+07	No cumple
25	12684	3,7677E+07	No cumple
35	14645	3,0179E+07	No cumple
45	16060	2,5829E+07	Cumple

Tabla 6. Tensiones de compresión

Espesor (cm)	Nº nodos	Tracción (Mpa)	Máx. 2,5e7 Pa
10	10867	2,2869E+07	Cumple
25	12684	2,2392E+07	Cumple
35	14645	2,0067E+07	Cumple
45	16060	1,9794E+07	Cumple

Tabla 7. Tensiones de tracción

Para un espesor de 10 cm, los valores de las tensiones a compresión están muy por encima del rango permitido, sin embargo las tracciones con un valor de 2,2860e7 se encuentran por debajo de los 2,5e7 marcados en el enunciado.

En una segunda aproximación donde el espesor es de 25 cm, vemos como las tracciones continúan estando dentro del límite de 25 Mpa mientras que las compresiones siguen superando el valor de 30 Mpa exigidos.

A continuación se realiza una tercera iteración siendo el espesor 35 cm. En este caso, la situación es la misma que la anterior, es decir, las tracciones están dentro del rango pero por el contrario la máxima tensión de compresión (3,02e7 Pa) sigue estando por encima de los 3e7 Pa requeridos por el problema.

Por último, se han calculado las tensiones bajo un espesor de 45 cm, estando de este modo del lado de la seguridad. Las tensiones de compresión y tracción son $2,58e7$ Pa y $1,98e7$ Pa, respectivamente. De este modo, estamos dentro de los límites exigidos por el problema, 25 Mpa como tensión máxima de tracción y 30 Mpa como tensión máxima de compresión.

Para un espesor de refuerzo de 45 cm, la tracción máxima en el hormigón se da en la zona superior de la solera tal y como se ve en la figura 10. La compresión máxima, sin embargo, se da en las esquinas laterales inferiores del hormigón de refuerzo tal y como se observa en la figura 12.

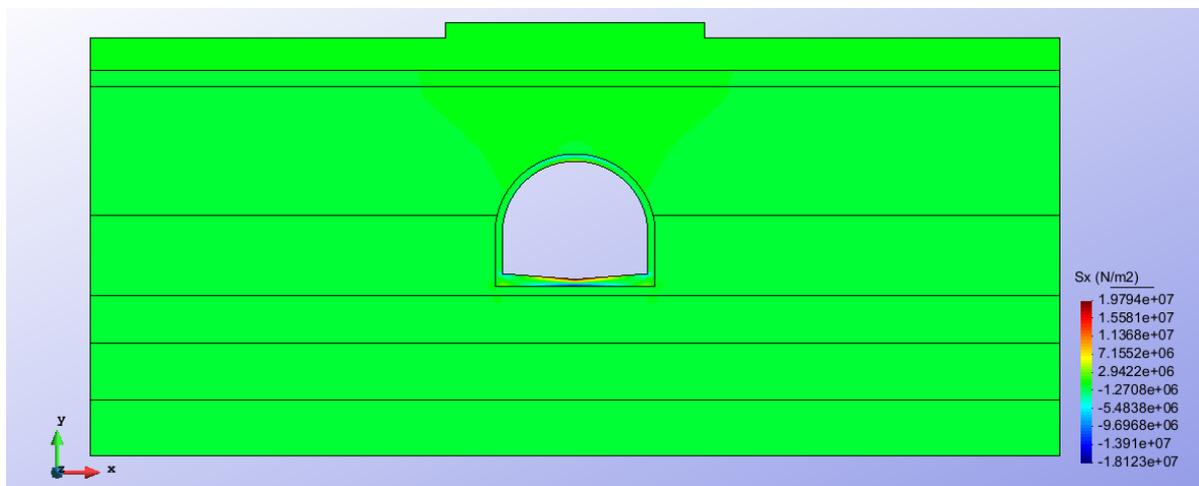


Figura 9. Tensiones en todo el dominio

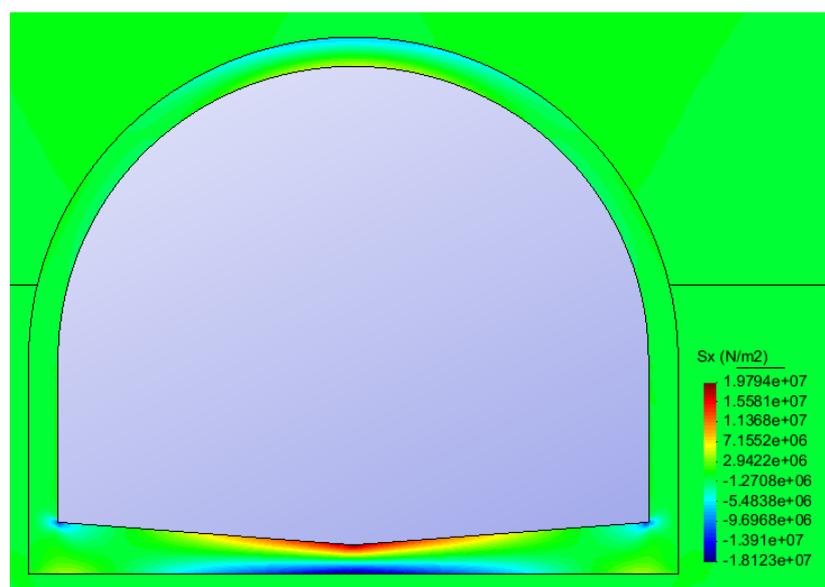


Figura 10. Tensiones máximas de tracción en el refuerzo de hormigón

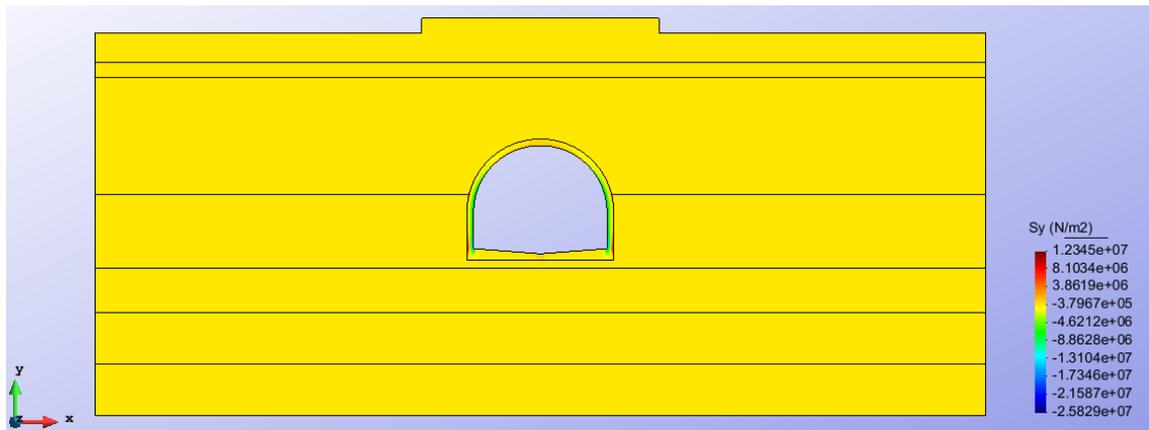


Figura 11. Tensiones en todo el dominio

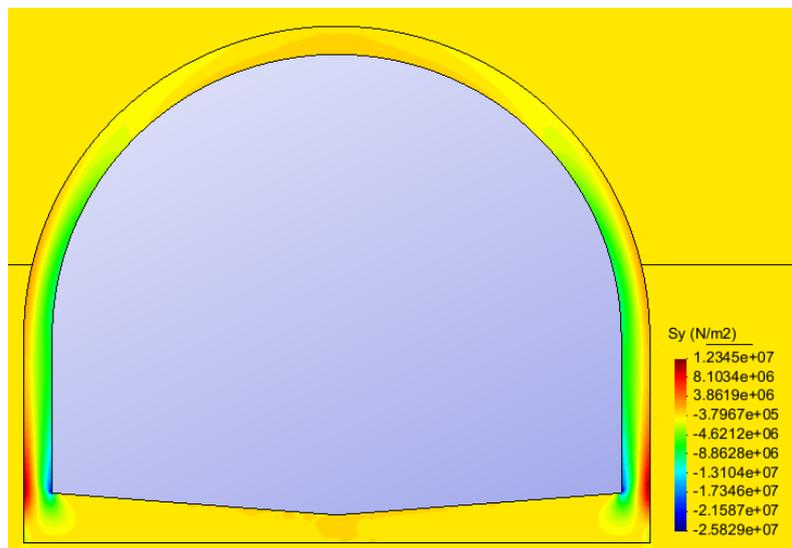


Figura 12. Tensiones máximas de compresión en el refuerzo de hormigón

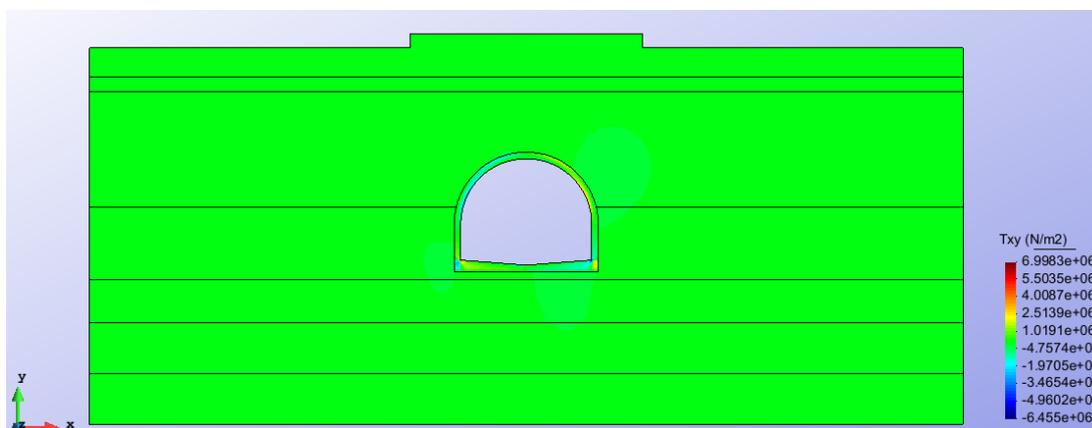


Figura 13. Tensiones tangenciales

1.7 Conclusiones

El objetivo del ejercicio era dimensionar el espesor del refuerzo de hormigón de un túnel a 16 m de profundidad y enclavado en un terreno formado por estratos de diferentes materiales. Las indicaciones con las que se contaban para el dimensionamiento era que el asiento en superficie por efecto del túnel debían ser inferior a 1 cm y que la máxima tensión de tracción y compresión en el hormigón no superase los 25 MPa y 30 MPa, respectivamente. Sin embargo, enseguida se demuestra que la limitación del asiento de 1 cm en superficie no supone un problema ya que la presencia del túnel produce menores asentamientos en superficie.

Antes de llevar a cabo el estudio de dimensionamiento del espesor de refuerzo del hormigón se ha procedido a hacer un estudio de convergencia con diferentes tipos de elementos finitos: triangulares de 3 y 6 nodos y cuadriláteros de 4 y 8 nodos. Se ha elegido el elemento triangular de 3 nodos porque daba una buena convergencia para un número de nodos suficientemente alto y el coste computacional era más que asequible.

Después de probar espesores de 10, 25, 35 y 45 cm, se ha visto como la tensión más limitante era la de compresión, ya que la de tracción entraba dentro del límite a partir del espesor de 10 cm. Por lo tanto, el espesor final escogido es de 45 cm.

Para todos los casos de estudio, las máximas tensiones de compresión aparecen en las esquinas laterales inferiores del túnel, mientras que las máximas de tracción aparecen en la solera. La semicircunferencia no se encuentra, en ninguno de los casos, sometida a grandes tensiones por lo que, si se lleva a cabo este proyecto, se podría rebajar el espesor disminuyendo así el volumen de material a utilizar y en consecuencia el coste del proyecto.

PROBLEMA L16

La figura representa una cubierta realizada con láminas planas de acero bajo una carga vertical uniformemente repartida.

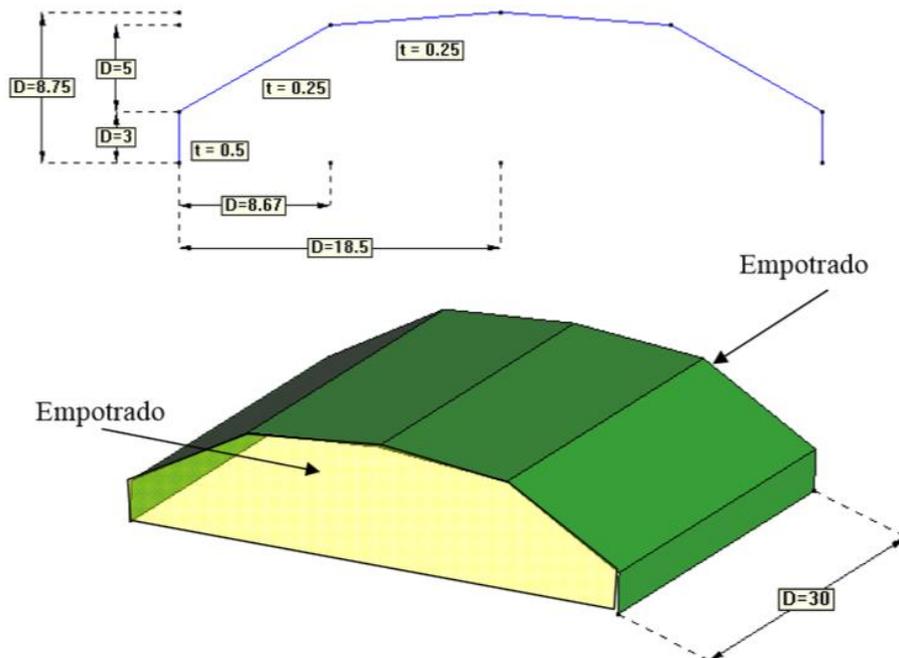
Calcular la carga máxima que es capaz de soportar con las restricciones que se indican.

- 1) La tensión de Von Mises en cualquier punto de la chapa no debe superar los 500 MPa
- 2) Tomar los valores de E y ν de un acero estándar.
- 3) Base simplemente apoyada en el terreno
- 4) Los extremos de la cubierta se encuentran asentados sobre un diafragma.
- 5) La longitud de la cubierta es de 30 m

Cargas actuantes:

- a) Peso propio
- b) Peso propio + máxima carga uniforme.

Las dimensiones en metros de la cubierta:



2.1 Introducció

El problema representa una cubierta realizada con láminas planas de acero que, aparte de soportar su peso propio, tiene que resistir una carga uniformemente distribuida. La dimensión en su parte empotrada es de 37 metros, mientras que la perpendicular a esta mide 30.

El principal objetivo de este ejercicio es calcular la carga máxima que la cubierta puede soportar, teniendo en cuenta que, la tensión de Von Mises en cualquier punto de la chapa no debe superar los 500 Mpa. Para ello, se ha ido aumentando la carga de forma paulatina hasta la tensión de Von Mises no superara el valor exigido por el problema.

2.2 Geometría

La cubierta es simétrica tanto en el eje X como en el eje Y lo que facilita en gran medida el cálculo, reduciendo la estructura a un cuarto del total y disminuyendo de esta manera el coste computacional.

La estructura mide 37 m de ancho, 30 de largo y el punto de máxima cota se encuentra a 8,75 m tal y como podemos ver en la figura 1. La pared vertical tiene una altura de 3 metros y un espesor de 0,5 m, el resto de la estructura adopta un espesor de 0,25 m. La distancia entre la pared vertical y el eje de simetría Y es de 18,5 m mientras que la distancia entre la pared y el primer cambio de inclinación es de 8,67 m estando la cota de este último punto a 8 m.

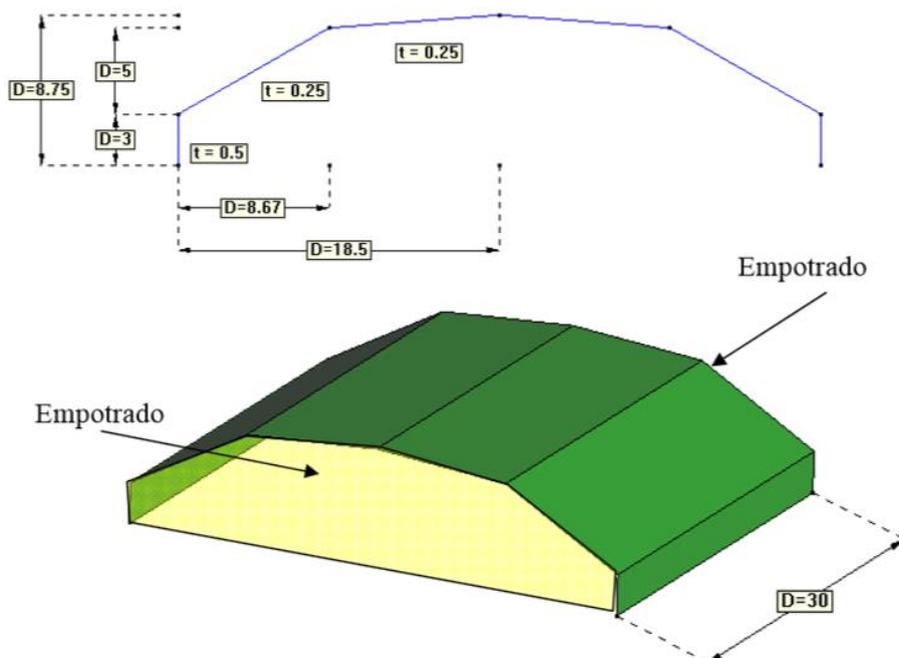


Figura 1. Dimensiones de la cubierta

Una vez definida todas las dimensiones del problema, se ha modelado la geometría utilizando RamSeries como programa de pre-proceso. En primer lugar se modelizó la estructura en 2D, haciendo que el eje X coincida con la dirección transversal de la estructura y el eje Y sea perpendicular al plano 2D tal y como vemos en la figura 2.

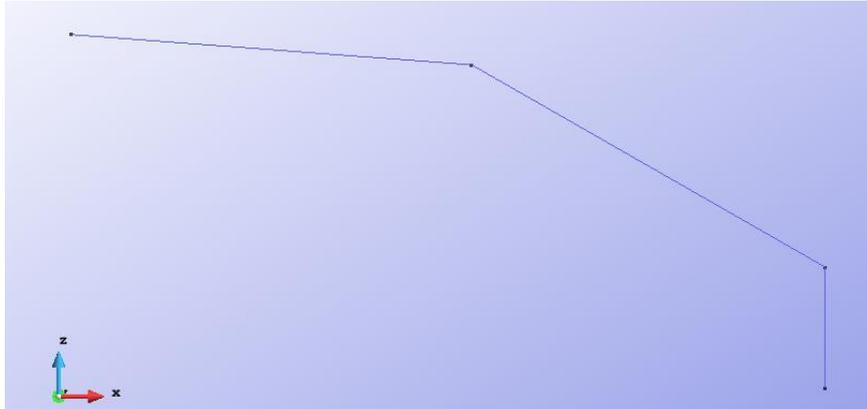


Figura 2. Geometría de la cubierta

En segundo lugar se ha llevado a cabo la extrusión a lo largo de los 15 metros correspondiente a la mitad de la cubierta ya que, como ya comentamos anteriormente, vamos a trabajar en un cuarto de la estructura. Una vez se tiene definida la geometría del problema, se procede a definir las superficies (Figura 3).

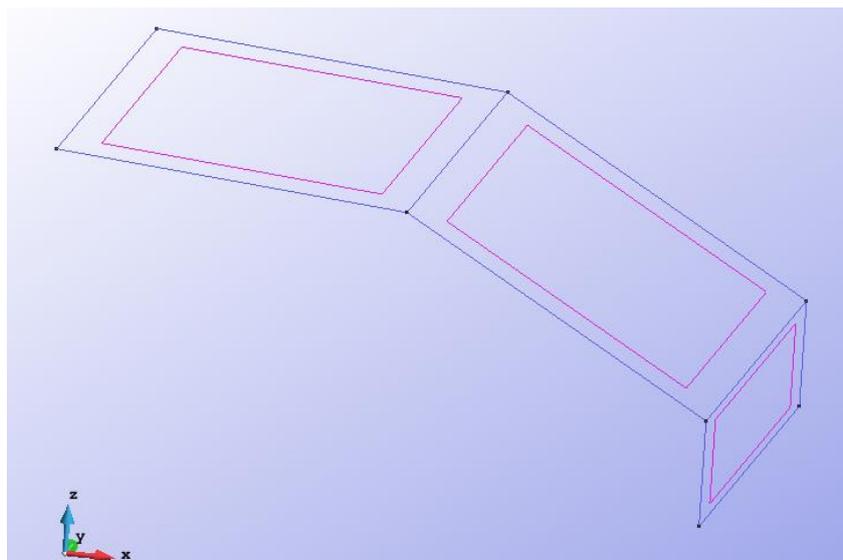


Figura 3. Extrusión y superficies

2.3 Condiciones de contorno

Las condiciones de contorno de este problema dependen de la forma en la que este modelizado, en este caso y debido a la simetría del problema, se ha optado por dividir la cubierta en cuatro y elegir solo un cuarto de ella. De esta manera las condiciones de contorno quedan definidas por: a) diafragma en uno de los lados, b) apoyo, c) punto de máxima cota y d) unión con el otro cuarto de la estructura.

- En primer lugar se ha restringido los desplazamientos en X, Y y Z en el apoyo.
($U=V=W=0$)
- A continuación se ha restringido el desplazamiento en X y los giros en Z e Y del diafragma.
($\theta_y = U = W = 0$)
- Luego, hemos definido las condiciones de contorno para el punto de máxima cota donde se ha restringido el desplazamiento en X y los giros en Y y Z.
($\theta_y = \theta_z = U = 0$)
- Por último, se ha llevado a cabo la unión con el otro cuarto de la estructura, quedando restringido los desplazamiento en Y y los giros en X y Z.
($\theta_x = \theta_z = V = 0$)

Todas estas condiciones de contorno se han introducido en el software, el resultado se observa en la figura 4.

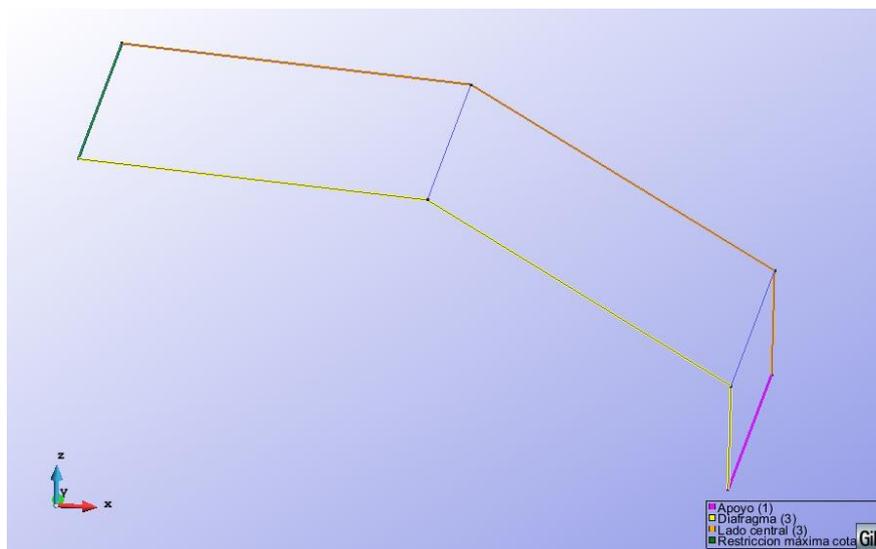


Figura 4. Condiciones de contorno

2.4 Materiales

Toda la cubierta se compone de un solo material, en este caso, el acero. La única diferencia es el espesor que adoptan las diferentes partes, la pared vertical tiene un espesor de 0,5 m mientras que en el resto de la cubierta es de 0,25 m. A falta de datos que permitan la caracterización del material se ha optado por un acero S-355N, las características son:

Módulo de Young:

$$E = 2,1e11 \text{ N/m}^2$$

Coefficiente de Poisson:

$$\nu = 0,3$$

Peso específico:

$$\gamma = 76930 \text{ N/m}^3$$

Una vez decidido el material a utilizar, se ha asignado a toda la cubierta teniendo en cuenta los diferentes espesores. Para ello se ha dividido la estructura en función de las superficies obtenidas anteriormente teniendo dos láminas con las mismas características y otra, la pared, con diferente espesor, figura 5.

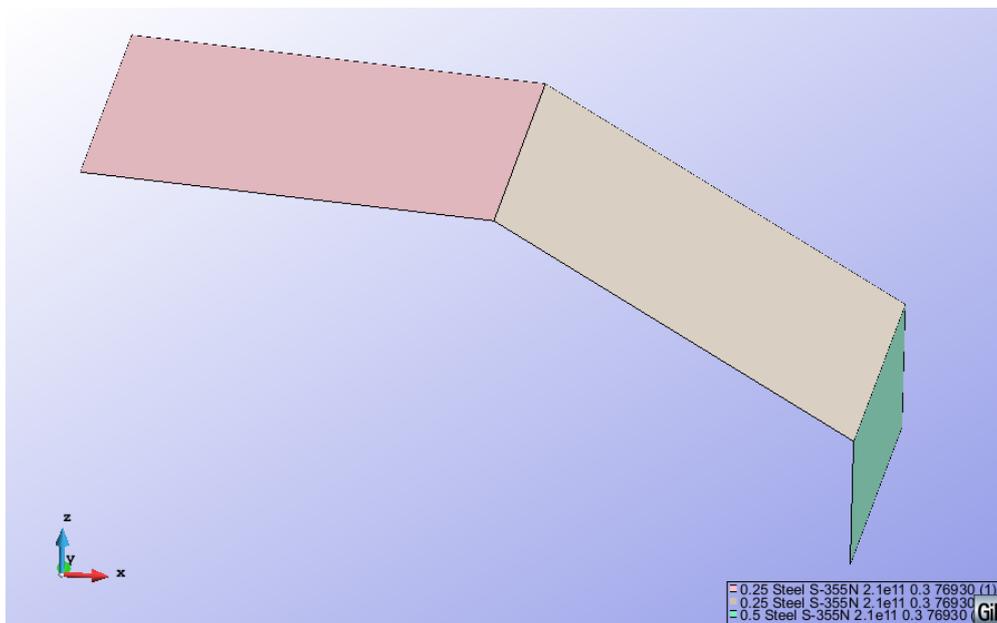


Figura 5. Material de lámina

2.5 Mallado

En el Método de los Elementos Finitos el mallado es un paso fundamental de cara a obtener un buen resultado. Las láminas resisten las cargas exteriores por combinación de un estado de flexión (momentos flectores y cortantes) y un estado de membrana (esfuerzos axiales contenidos en el plano). En el caso de los elementos finitos de lámina se trabaja siempre en las 5 coordenadas locales y sólo se pasa a globales a la hora de ensamblar la matriz de rigidez. El subíndice 0 hace referencia a los desplazamientos del plano medio.

A diferencia de las placas, en el caso de las láminas existe un acoplamiento entre los esfuerzos de membrana y de flexión aunque éstos pueden anularse si existe simetría en las propiedades del material respecto al plano medio o bien el material es homogéneo.

Los elementos de lámina planos utilizados en este ejercicio utilizan la teoría de Reissner-Mindlin por lo que tienen en cuenta la deformación por cortante para considerar láminas gruesas. Sin embargo, sabemos que para valores pequeños del espesor podemos tener problemas de bloqueo por cortante y membrana. En este caso no esperamos dicho problema ya que el espesor de las chapas es suficientemente grande para que este problema no sea significativo, aun así los elementos usados por defecto en GiD ya incorporan la integración reducida en las matrices de rigidez de membrana y de cortante.

Además, por el hecho de usar elementos de lámina planos, nos encontramos con una gran cantidad de nodos coplanares con todos los problemas que ello acarrea. Si todos los elementos que contienen un nodo están en un mismo plano se dice que el nodo es coplanar. El problema de los nodos coplanares se produce cuando el sistema de ejes locales en ese nodo coincide con el sistema de ejes globales, la proyección de los giros sobre el eje global z' sería nula, lo que dificulta la solución sistemática del sistema. De esto se deduce que si se ensambla la matriz de rigidez de un elemento que contenga nodos coplanares en unos ejes globales cualesquiera se obtiene un sistema de ecuaciones linealmente dependientes ya que las ecuaciones de los giros en el nodo coplanar no serían independientes, lo que daría que el término de la diagonal correspondiente se anulase. Para resolver este problema existen diferentes métodos, entre ellos los más utilizados son:

- Ensamblaje en ejes locales
- Adición de una rigidez rotacional ficticia

Una vez explicado brevemente la problemática particular de los elementos finitos de lámina planos y antes de continuar con la resolución del problema se ha realizado un análisis de convergencia para el elemento de lámina plana. La variable escogida ha sido el máximo desplazamiento vertical de la cubierta.

Para el análisis aparte del peso propio también se ha tenido en cuenta una carga uniformemente distribuida a lo largo de toda la cubierta que, a priori, desconocemos. Para el estudio de convergencia se ha optado por una carga de valor 10 Kn/m², figura 6.

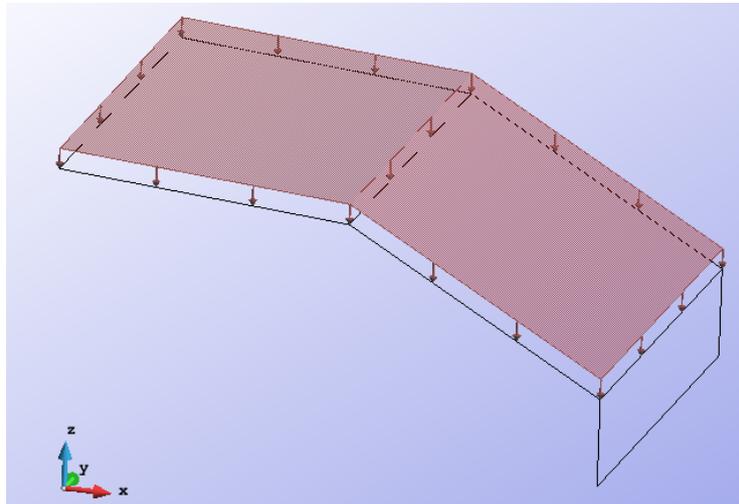


Figura 6. Carga uniformemente distribuida

Una vez definido el peso propio y la carga uniforme, se procede al cálculo de los desplazamientos con los diferentes tamaños de malla. En la siguiente tabla se puede observar el tamaño de la malla, el número de elementos, el número de nodos, el máximo desplazamiento y el error para cada tipo de elemento.

Tamaño malla	Nº elementos	Nº nodos	Desplaz y	Error
1	716	397	0,0075908	
0,5	3106	1630	0,0079326	0,0003418
0,3	8598	4426	0,0087214	0,0007888
0,15	34844	17676	0,010387	0,0016656
0,1	78074	39417	0,011443	0,001056
0,05	315076	158296	0,012543	0,0011

Tabla 1. Análisis de convergencia

El tamaño de malla escogido para el cálculo ha sido de 0,1 ya que nos da un valor relativamente parecido al de 0,05 y con un coste computacional mucho menor, en la figura 7 se aprecia que es una malla bastante tupida, sinónimo de una mayor exactitud en los resultados. De esta manera y teniendo definida la malla, se llevará a cabo diferentes casos de carga para llegar a solución que pide el problema.

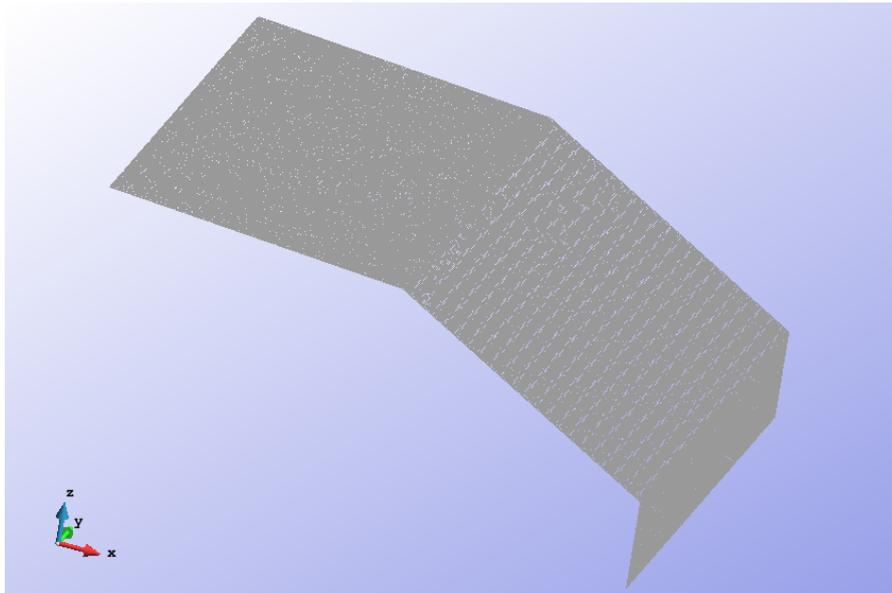


Figura 7. Mallado

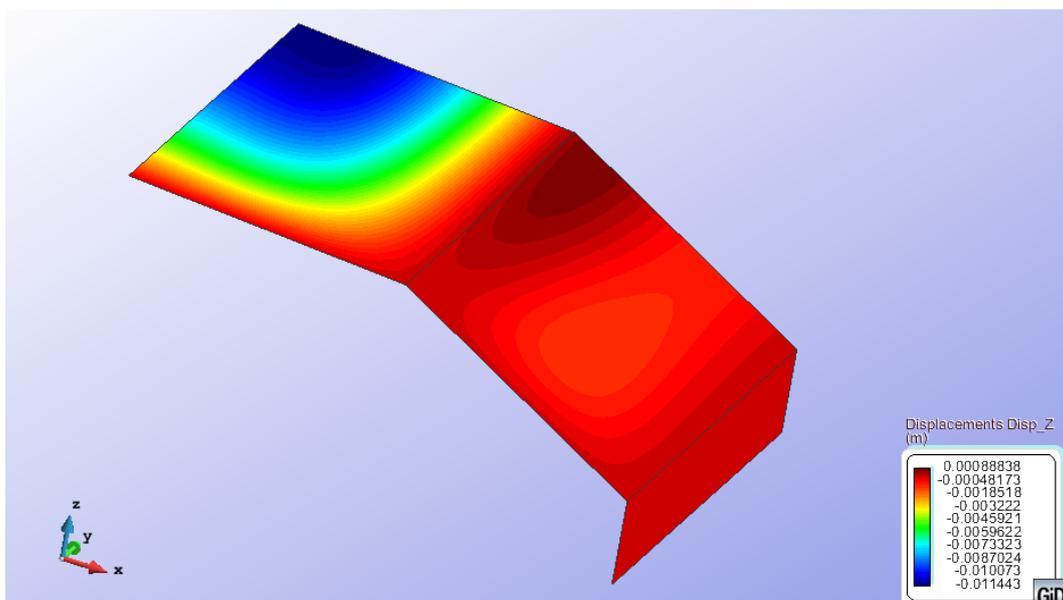


Figura 8. Desplazamientos para tamaño de malla 0,1

2.6 Resultados

La finalidad del ejercicio es encontrar la carga uniformemente repartida máxima para que la tensión de Von Mises en cualquier punto de la chapa no supere los 500 MPa. Para ello, se ha tenido en cuenta el peso propio de la cubierta y se ha ido añadiendo una carga uniformemente repartida hasta llegar a los valores de tensiones requeridos.

Como en realidad las láminas son elementos tridimensionales pero representados mediante una superficie plana, las tensiones máximas se darán en la parte superior o inferior de dichas láminas.

A la hora de realizar el análisis de convergencia, aparte de los desplazamientos, se ha tenido en cuenta la tensión de Von Mises Top y Bottom. A medida que se fue refinando la malla se observó que había una concentración de tensiones, figura 9. El valor de las tensiones fue disminuyendo (tabla 2) excepto en la malla de tamaño 0,1 que aumenta con respecto a la malla de 0,15.

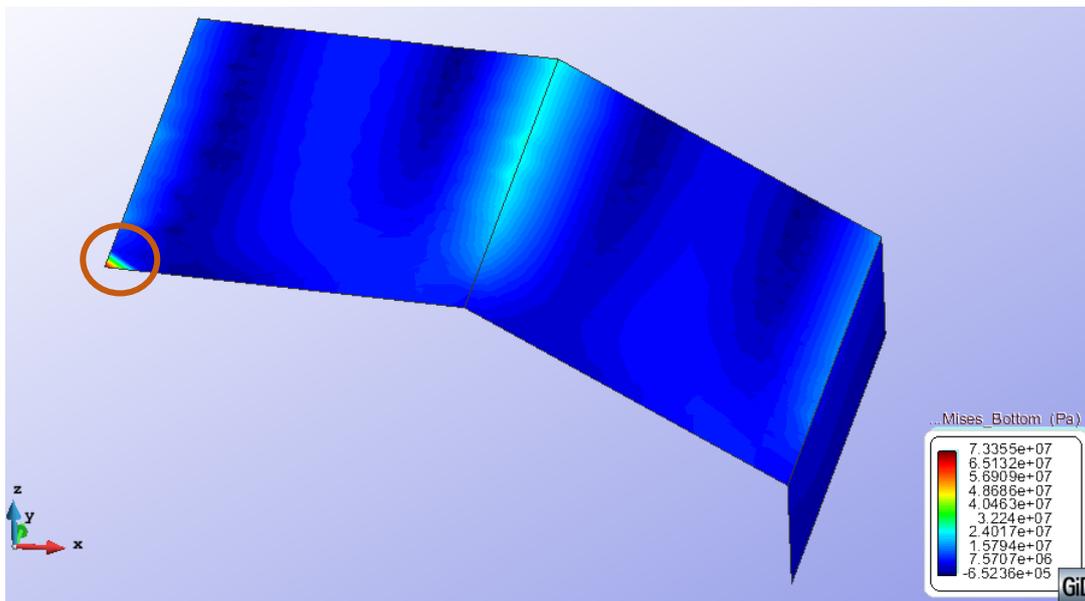


Figura 9. Concentración de tensiones

Tamaño de malla	Von Mises TOP	Von Mises Bottom
1	7,1782E+07	7,3355E+07
0,5	6,6370E+07	6,7353E+07
0,3	6,1289E+07	6,1939E+07
0,15	6,0471E+07	6,0718E+07
0,1	6,2669E+07	6,2790E+07

Tabla 2. Concentración de tensiones para cada malla

La figura 10 y 11 son dos vistas en planta de la cubierta para un tamaño de malla de 1 y 0,1 respectivamente. En el primer caso se observa con mayor claridad la concentración de tensiones, mientras que para la malla de 0,1, al estar más refinada, es casi despreciable. Sin embargo, los valores de tensión para ambos casos son bastantes altos.

Esta concentración de tensiones es ficticia, debida principalmente a la geometría del problema. Hay dos posibles soluciones, por un lado se puede suavizar la geometría para evitar estos picos de tensión o por otro, se puede ignorar ya que, como comentamos anteriormente, no es un valor real. En este caso, se ha optado por la segunda opción.

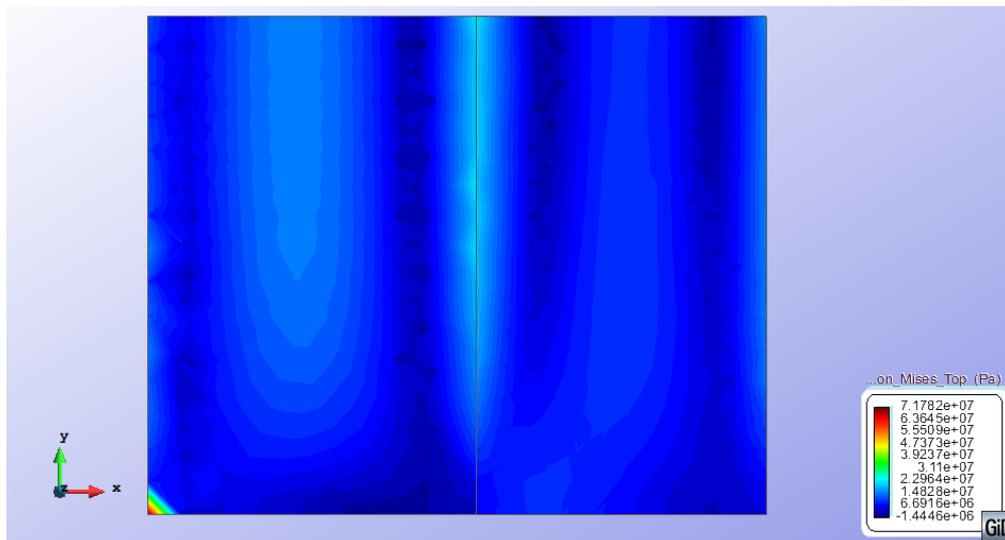


Figura 10. Concentración de tensiones para un tamaño de malla de 1

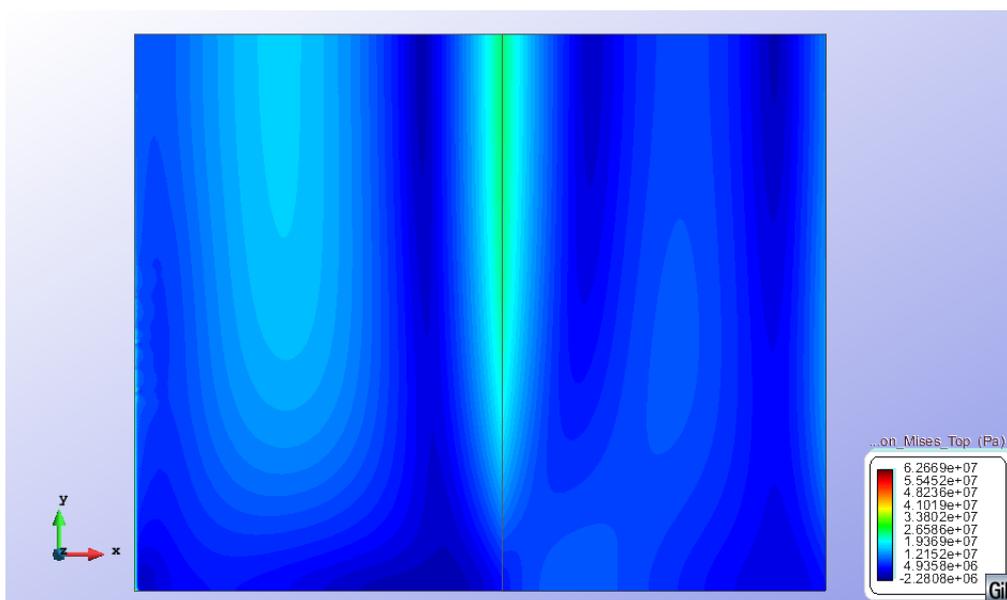


Figura 11. Concentración de tensiones para un tamaño de malla de 0,1

Una vez analizada la concentración de tensiones, se procede al cálculo de la carga máxima posible para que la tensión de Von Mises no supere los 500 Mpa. En la tabla 3 se puede observar los diferentes casos de estudio donde aparece la carga aplicada, la tensión de Von Mises Bottom y la tensión de Von Mises Top.

Se ha empezado por una carga 10 Kn/m² pero se ha visto que apenas produce ningún efecto sobre la estructura y apenas aumenta las tensiones que produce el propio peso. Posteriormente se aumentó a 25 Kn/m² y aún estaba muy lejos del valor máximo buscado, por lo que se probó con 40 y 100 Kn/m², en este último caso las tensiones estaban mucho más cerca que anteriormente. A partir de aquí se aumentó de 100 en 100 la carga hasta llegar a los 400 Kn/m², dando unas tensiones cercanas a los 500 Mpa exigidas por el problema. A partir de aquí se iteró entre 400 y 450 Kn/m² hasta que se llegó a la solución final (410 Kn/m²).

Carga (Kn/m ²)	Von Mises Top (Pa)	Von Mises Bottom (pa)
10	3,3802E+07	3,3821E+07
25	5,1148E+07	5,1177E+07
40	6,8494E+07	6,8533E+07
100	1,3788E+08	1,3795E+08
200	2,5352E+08	2,5366E+08
300	3,6916E+08	3,6936E+08
400	4,8479E+08	4,8507E+08
450	5,4261E+08	5,4292E+08
425	5,1370E+08	5,1399E+08
410	4,9636E+08	4,9664E+08

Tabla 3. Carga uniforme y tensión de Von Mises

Por lo tanto para una carga de 410 Kn/m², se obtiene unas tensiones de Von Mises Top y Bottom de 496,36 Mpa y 496,64 Mpa respectivamente, estando por tanto por debajo de los 500 Mpa. Es una carga extremadamente alta para el caso de una cubierta, sin embargo, hay que tener en cuenta que se trata de un acero S355-N con un espesor de 25 cm.

En las siguientes figuras se aprecia por un lado, las tensiones de Von Mises top y bottom y por otro el detalle de concentración de tensiones.

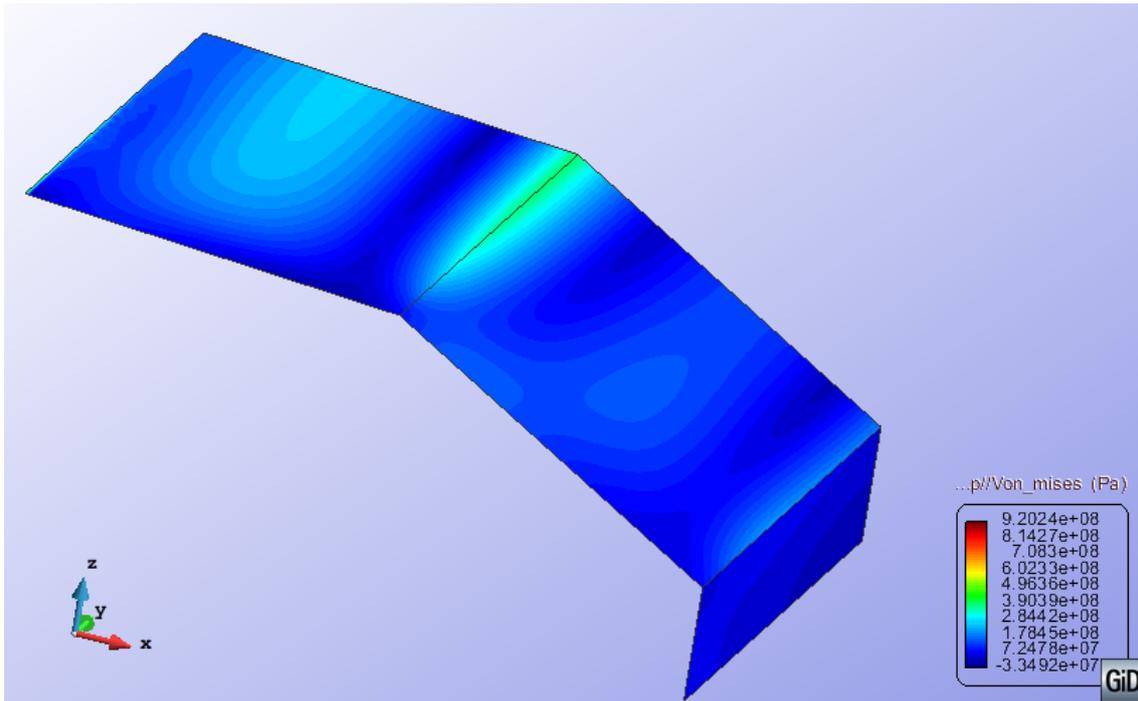


Figura 12. Tensión de Von Mises top

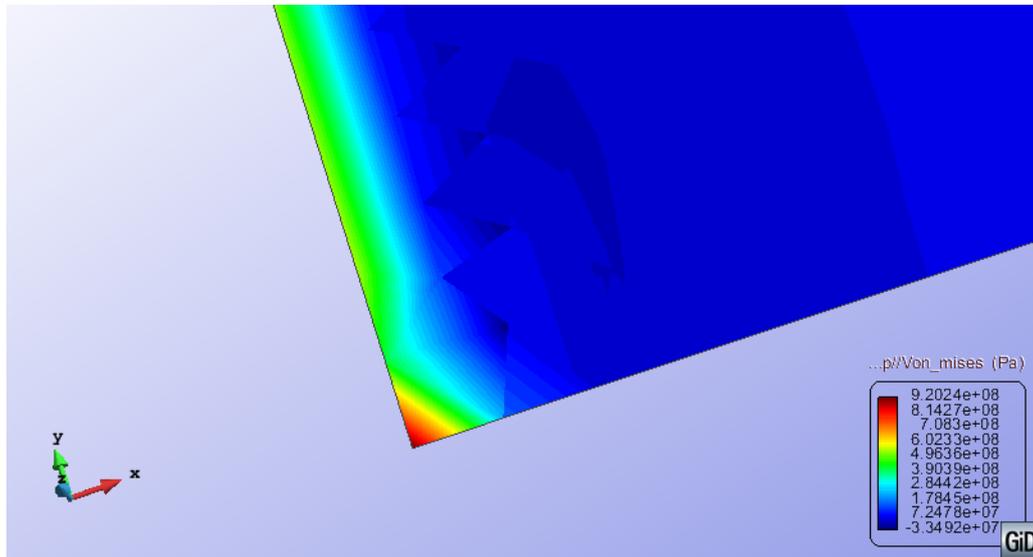


Figura 13. Concentración de tensiones Von Mises top

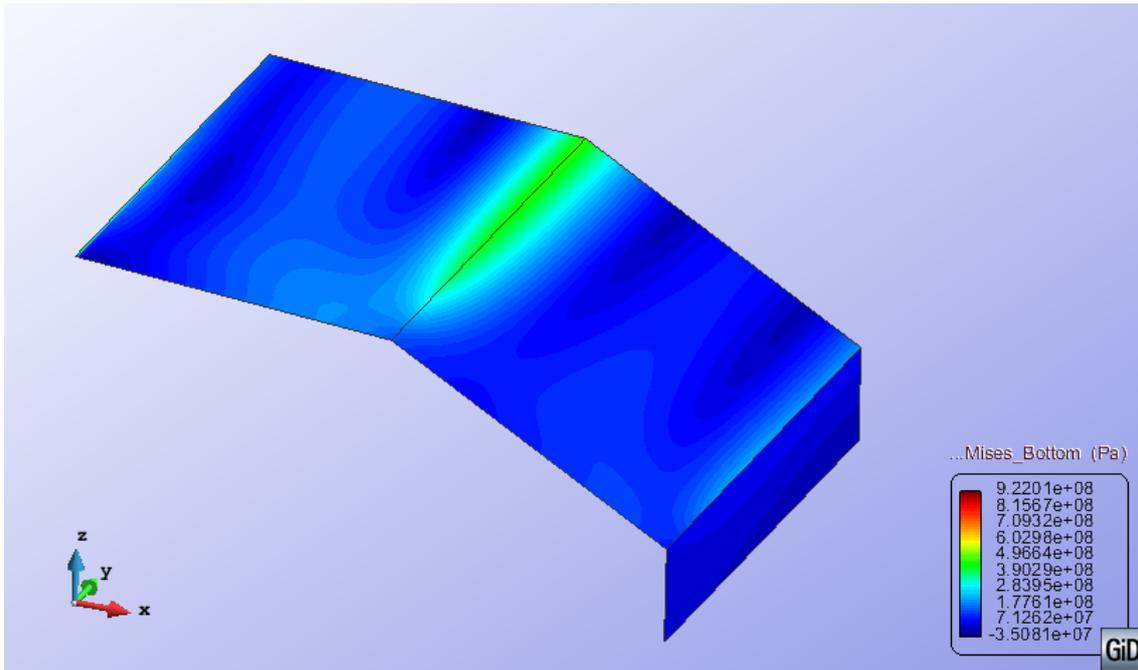


Figura 14. Tensión de Von Mises bottom

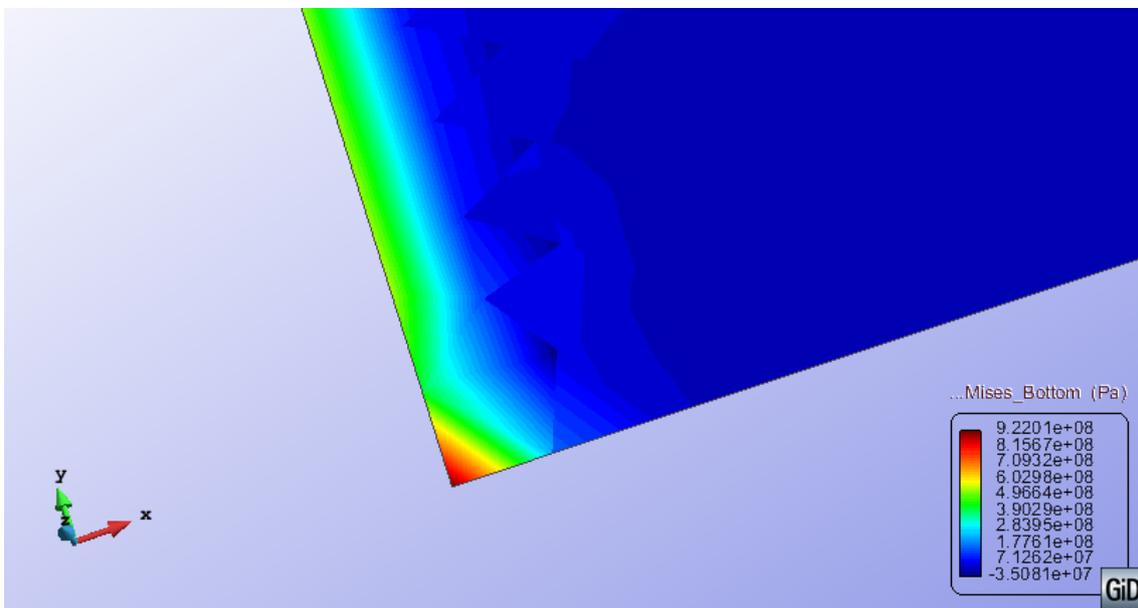


Figura 15. Concentración de tensiones Von Mises bottom

Además de las tensiones, también se ha observado el máximo desplazamiento vertical para la carga de 410 Kn/m², siendo este de 16,8 cm (figura 12). En un principio, puede llegar a parecer exagerado pero hay que tener en cuenta que la longitud de la cubierta es de 30 m y la carga sobre ella es bastante elevada.

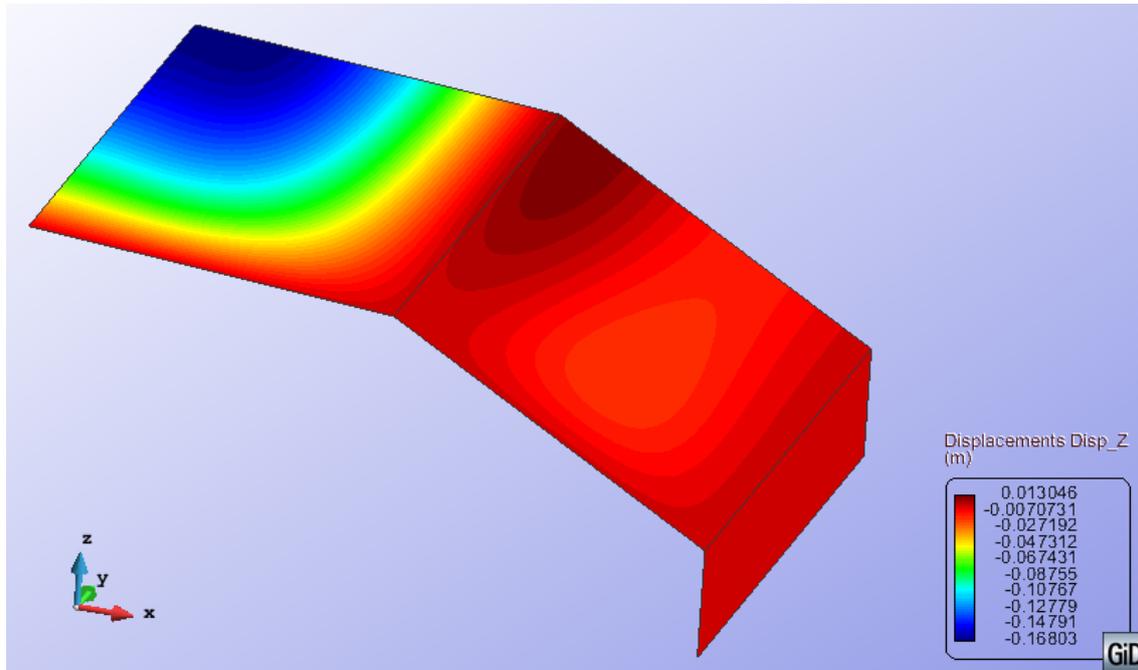


Figura 12. Máximo desplazamiento para carga 410 Kn/m²

2.7 Conclusiones

El objetivo de este ejercicio era determinar la carga máxima uniforme sobre la cubierta para que la tensión de Von Mises en cualquier punto de la chapa fuese menor a 500 Mpa. Para ello se ha dibujado la geometría, se han aplicado las condiciones de contorno, asignado materiales, definido la malla y por último se ha ido probando diferentes cargas hasta llegar a cumplir los requisitos que se pedían.

La carga máxima aplicada para estar dentro del rango de tensiones es de 410 Kn/m², un valor muy elevado pero, como se ha comentado anteriormente, el espesor y las características del material ayudan a resistirla.

Como se esperaba, los máximos desplazamientos se producen en la parte central de la cubierta debido principalmente a las condiciones de contorno y a la carga a la que está sometida.

3. Referencias

[1] Oñate, Eugenio. “Cálculo de Estructuras por el Método de los Elementos Finitos: Análisis estático lineal”, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, 1995