

INGENIERÍA DE ESTRUCTURAS

TRABAJO DE CURSO DP-9

Fernando Sattler Cantons

38873917 – F

Master en Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos

09/06/2015

ÍNDICE

1.	Introducción	2
1.1.	Consideraciones previas.....	3
1.2.	Aspectos teóricos del tipo de problema	3
2.	Pre-proceso	5
2.1.	Análisis del terreno (sin túnel)	5
2.2.	Análisis del terreno (Con túnel).....	9
2.2.1.	Mallado del modelo	10
3.	Cálculo y post-proceso	12
3.1.	Primera simulación.....	12
3.1.1.	Desplazamientos verticales.....	12
3.1.2.	Tensiones de tracción y compresión.....	13
3.2.	Simulación definitiva y resultados	14
3.2.1.	Desplazamientos verticales.....	15
3.2.2.	Tensiones de tracción y compresión.....	17
4.	Conclusiones.....	22

1. Introducción

En este trabajo se analiza el comportamiento estructural de un túnel de hormigón en un terreno de 26 metros de potencia, formado por estratos de diferentes materiales. En la Figura 1 se muestra la geometría del problema, en la que se aprecia la disposición de dichos estratos y la posición del túnel.

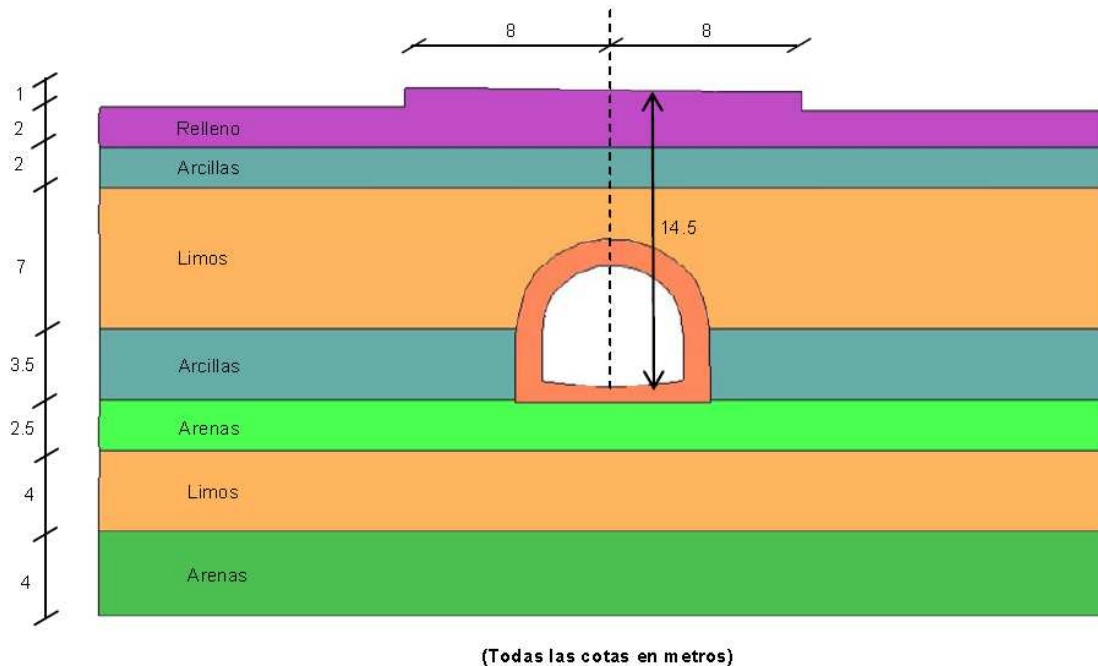


Figura 1: Geometría del problema

Las características de los materiales se muestran, a continuación, en la Tabla 1.

Material	Módulo de elasticidad (E)	Coefficiente de Poisson (u)	Peso específico
Relleno	$5 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$	0.20	18 kN/m^3
Arcillas	$5 \cdot 10^4 \text{ kN/m}^2$	0.20	20 kN/m^3
Limos	$4.5 \cdot 10^4 \text{ kN/m}^2$	0.25	20.5 kN/m^3
Arenas	$4 \cdot 10^4 \text{ kN/m}^2$	0.30	20 kN/m^3
Hormigón	$2 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$	0.20	25 kN/m^3

Tabla 1: Características de los materiales

Por otro lado, en el problema se exige que se cumplan ciertas restricciones. En lo referente a los desplazamientos verticales, la flecha máxima permitida por la presencia del túnel es de 1 cm. En cuanto a las tensiones, se limita la tracción máxima a 25 MPa, mientras que la compresión máxima no puede superar los 30 MPa.

Una vez definidos los parámetros del problema es posible proceder a su modelización y simulación. Esto se llevará a cabo utilizando el Software GiD 12.0.4 con el programa RamSeriesEducational.

1.1. Consideraciones previas

Antes de proceder a la modelización del problema se puede realizar una simplificación que permita reducir el coste computacional del problema y los recursos destinados al cálculo. Esta simplificación no es otra que considerar la simetría del problema.

Tal como se puede ver en la Figura 1, el problema es simétrico respecto a un eje vertical (línea discontinua) situado en el centro del dominio. El hecho de considerar tan solo la mitad del problema en el cálculo no afecta para nada a los resultados obtenidos y permite reducir en gran medida el tiempo de cálculo del programa.

Otro aspecto a tener en cuenta es el ancho del dominio. En el problema no se especifica a que distancia deben situarse los contornos laterales por lo que es necesario definir este parámetro. Tras realizar varias pruebas se ha determinado que la distancia óptima entre el eje de simetría y el contorno lateral es de 33 metros. De este modo se garantiza que los contornos laterales no afectan a los resultados obtenidos.

Por otro lado, hay que tener en cuenta los efectos naturales del terreno. Para resolver este problema es necesario cuantificar el comportamiento del terreno sin la existencia del túnel, ya que éste de forma natural sufre asentamientos y desplazamientos. Así pues, de cara a calcular los desplazamientos verticales generados por la construcción del túnel es necesario descontar al desplazamiento vertical del conjunto (Terreno + Túnel), los desplazamientos que sufre el terreno por sí solo.

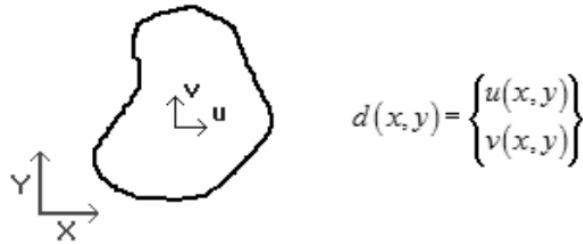
Finalmente, se debe decidir qué tipo de problema se está tratando, ya que este hecho influye de forma directa en las simplificaciones hechas y en el método de resolución del problema. En el siguiente apartado se detalla este aspecto.

1.2. Aspectos teóricos del tipo de problema

En el caso que nos ocupa, al tratarse de un túnel se observa que una de sus dimensiones (largo) es mucho mayor que las otras dos. Este hecho permite considerar tan solo una sección del problema, la cual será representativa de todo el dominio. A este tipo de problemas se les conoce como problemas de deformación plana.

Los problemas de deformación plana se caracterizan por tener $\varepsilon_z = 0$.

El campo de desplazamientos es de naturaleza vectorial y queda perfectamente establecido si en cada punto se conocen los desplazamientos según las direcciones de los ejes coordenados. El vector desplazamiento en un punto cualquiera se define como:

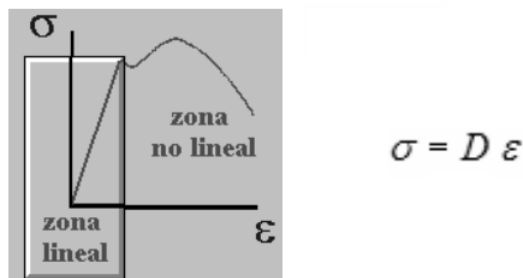


El campo de deformaciones se deduce a partir de las primeras derivadas del campo de desplazamientos al aceptar la teoría de pequeñas deformaciones. A partir de la teoría general de la elasticidad se obtiene:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & \gamma_{xz} &= \gamma_{yz} = 0 \end{aligned}$$

La deformación longitudinal ϵ_z es nula en el caso de deformación plana, como se ha comentado antes. Por consiguiente, los términos en la tercera dimensión no intervienen de ninguna manera en la resolución del problema. Sin embargo, si se desea se pueden calcular a posteriori.

La relación entre las tensiones y las deformaciones se deduce de la elasticidad tridimensional con las hipótesis simplificativas para deformación plana. Las hipótesis de elasticidad lineal definen un comportamiento proporcional entre tensiones y deformaciones según la relación siguiente.



Se define D como la matriz de constantes elásticas, cuya expresión depende de la hipótesis de trabajo. La matriz constitutiva en el caso de elasticidad bidimensional con hipótesis de deformación plana es:

$$d_{11} = d_{22} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad d_{12} = d_{21} = \frac{\nu}{1-\nu} d_{11} \quad d_{33} = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & 0 \\ d_{21} & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} \end{bmatrix}$$

Una vez establecidos todos estos parámetros debe definirse una ecuación general de equilibrio. De las relaciones entre desplazamientos, tensiones y deformaciones, el problema matemático se formula como un equilibrio entre el trabajo efectuado por las fuerzas internas que se generan por la deformación elástica del cuerpo y las fuerzas externas que lo solicitan. La expresión de equilibrio global más universal en problemas de mecánica estructural es el Principio de los Trabajos Virtuales que da lugar a la forma integral siguiente.

$$\iint_A \delta \varepsilon \sigma dA = \iint_A \delta u b dA + \int_i \delta u t ds + \sum_i \delta u_i q_i$$

La resolución analítica de esta ecuación es imposible en la mayor parte de los casos, por ello es necesario efectuar una aproximación discreta del problema. Los elementos finitos permiten reducir esta expresión a una más manejable e igualmente veraz.

2. Pre-proceso

La etapa de pre-proceso es aquella en la que se lleva a cabo la modelización del problema. En esta etapa se define la geometría, se caracterizan los materiales y se asignan las condiciones de contorno necesarias, entre otros aspectos.

2.1. Análisis del terreno (sin túnel)

Como ya se comentó con anterioridad, es necesario determinar los desplazamientos que sufre el terreno sin el túnel para poder determinar la contribución de este en el problema.

En primer lugar se ha definido la geometría y se han creado las diferentes superficies correspondientes a los estratos del terreno.

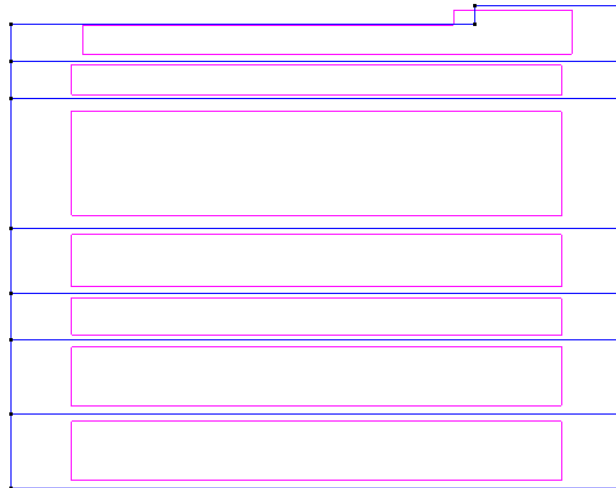


Figura 2: Modelo generado

Una vez definido el modelo y su geometría se deben establecer las condiciones de contorno del problema. En este caso, en los contornos laterales se ha restringido el movimiento horizontal (eje X), mientras que en el contorno inferior se ha restringido el movimiento vertical (eje Y). De este modo el modelo queda correctamente apoyado y se garantiza que los resultados obtenidos son debidos a la física del problema y no a la influencia de los contornos.

Seguidamente se han asignado los materiales a los diferentes estratos considerando las características mostradas en la tabla 1. El resultado se muestra en la figura siguiente.

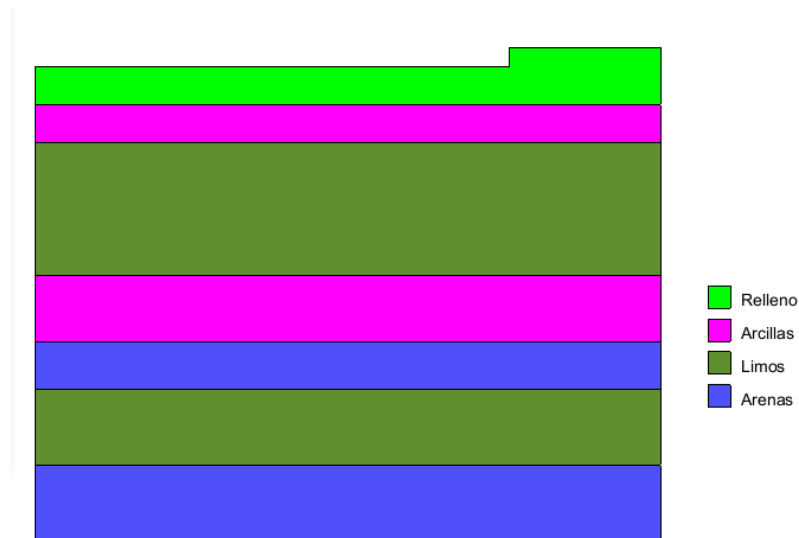


Figura 3: Distribución de los materiales en el terreno

Finalmente se ha considerado el problema de deformación plana antes mencionado y se ha considerado el peso propio del terreno.

Tras caracterizar el problema se ha llevado a cabo el mallado. Se ha realizado un mallado no estructurado con elementos triangulares de 3 nodos. De este modo se obtiene una buena

precisión en los resultados y se garantiza que la geometría no influya en la malla resultante. A continuación se muestra un ejemplo de la malla obtenida.

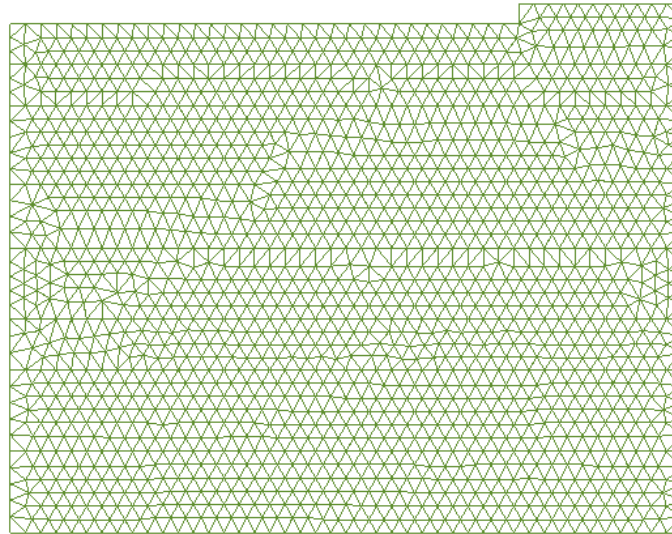


Figura 4: Ejemplo de malla obtenida

Una vez realizado el mallado se ha procedido al cálculo del problema. La malla utilizada para el cálculo tiene un tamaño de 0.25, lo cual supone una malla muy fina que asegura una buena precisión en los resultados.

Los desplazamientos verticales obtenidos para el terreno se muestran a continuación, en la figura 5.

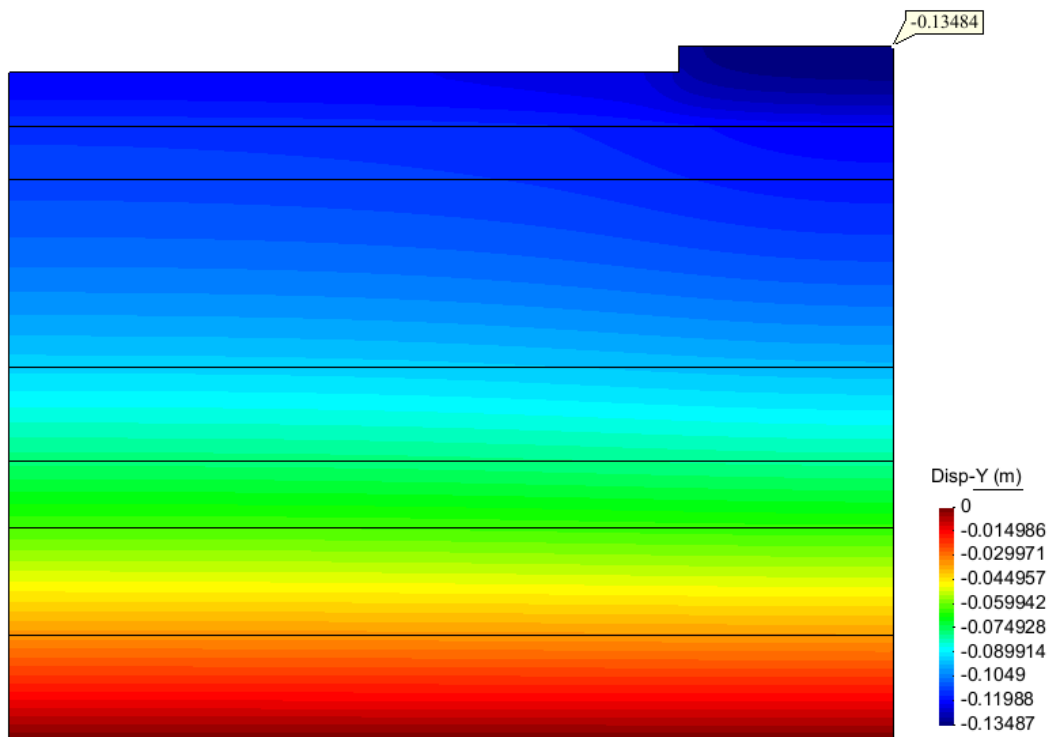


Figura 5: Desplazamientos verticales del terreno

Tal y como se puede observar se producen grandes desplazamientos en superficie que superan los 13 centímetros siendo el desplazamiento máximo de -0.1349 metros. Esto será muy importante de cara a determinar el descenso generado por el túnel. Así pues, se toma como valor de referencia para la flecha el del punto más superficial situado en la vertical del eje de simetría (Etiquetado en la Figura 5).

$$Y_{ref} = -0.13484 \text{ m}$$

Con el fin de validar el resultado obtenido se ha llevado a cabo un análisis de convergencia de los desplazamientos verticales, esto es, obteniendo el valor del desplazamiento vertical de referencia para diferentes tamaños de malla. En la tabla siguiente se muestran los parámetros medidos.

Tamaño de la malla	Nº de nodos	Grados de libertad	Desplazamiento vertical (m)
2	250	500	-0.13398
1.5	407	814	-0.1341
1	942	1884	-0.13475
0.75	1686	3372	-0.13469
0.5	3783	7566	-0.13482
0.25	15160	30320	-0.13484

Tabla 2: Parámetros del análisis de convergencia

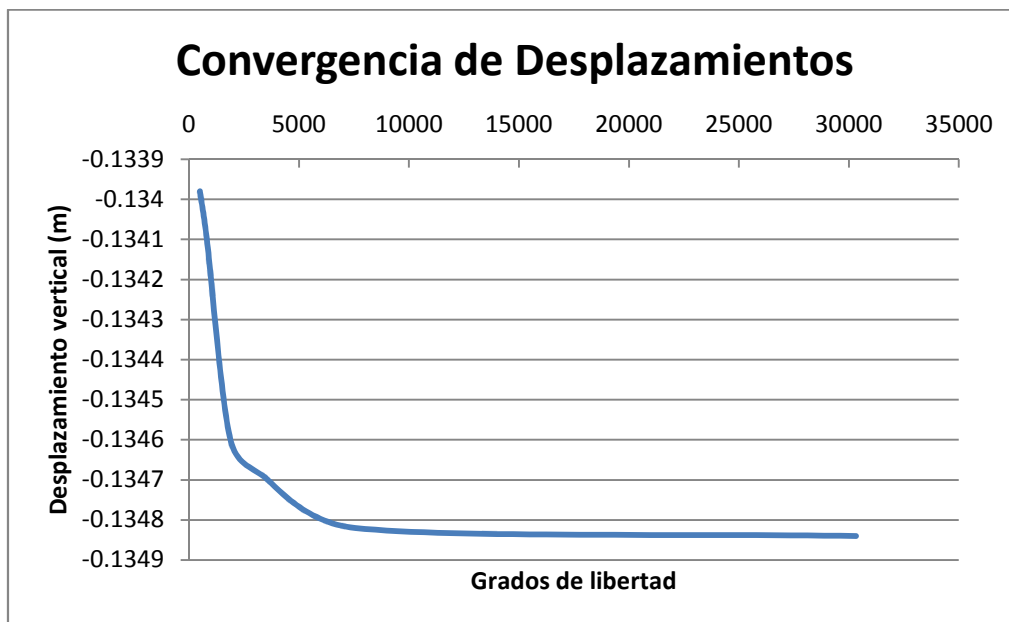


Figura 6: Convergencia de desplazamientos verticales en el terreno

2.2. Análisis del terreno (Con túnel)

En el caso de considerar la influencia del túnel en el terreno el procedimiento es similar al considerado en el caso anterior.

En primer lugar se ha definido la geometría del problema y se han asignado las características de los materiales a sus estratos correspondientes y las del hormigón a la superficie del túnel.

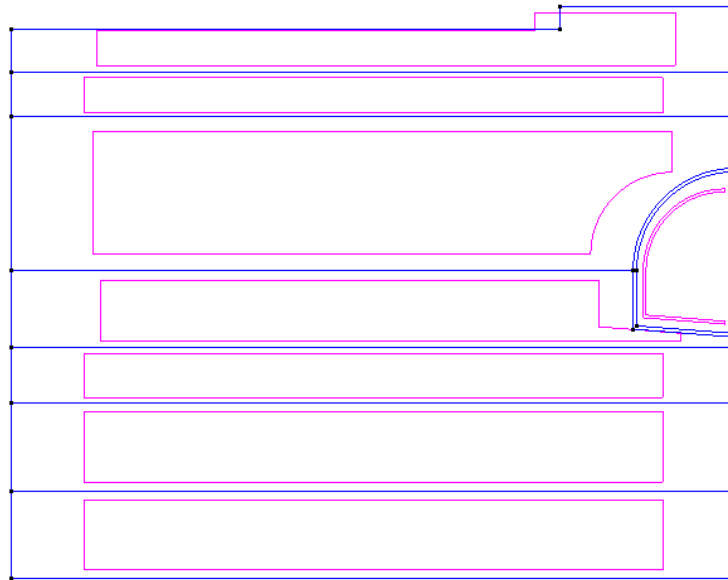


Figura 7: Modelo generado con túnel

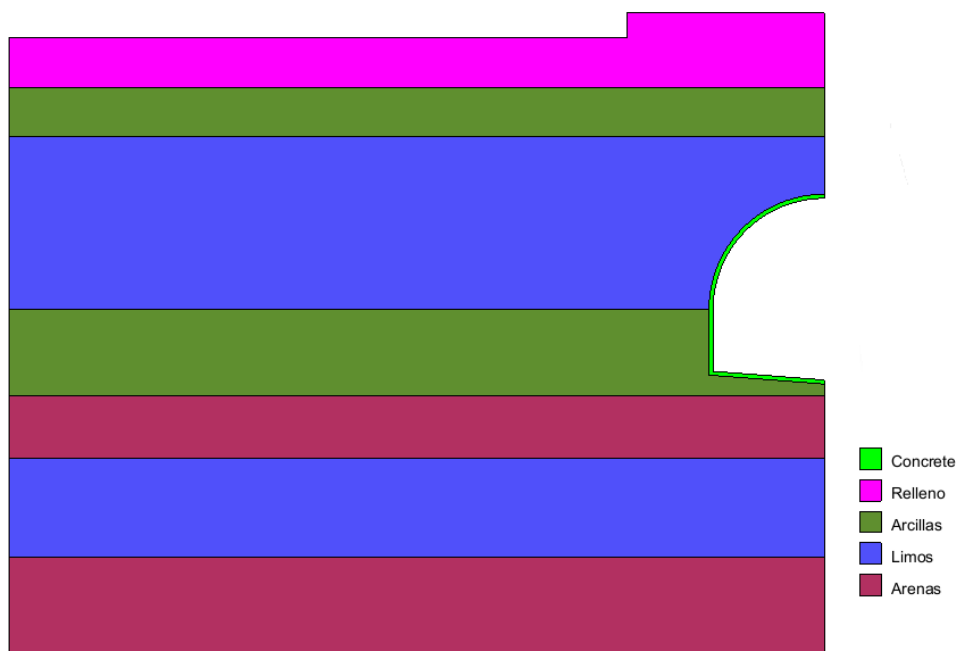


Figura 8: Distribución de los materiales en modelo

En este caso también se ha tenido en cuenta la contribución del peso propio y se ha definido el tipo de problema como uno de deformación plana.

En lo referente a las condiciones de contorno, se mantienen las mismas que en el caso anterior, en donde no había túnel. La configuración de las condiciones se muestra en la Figura 9.

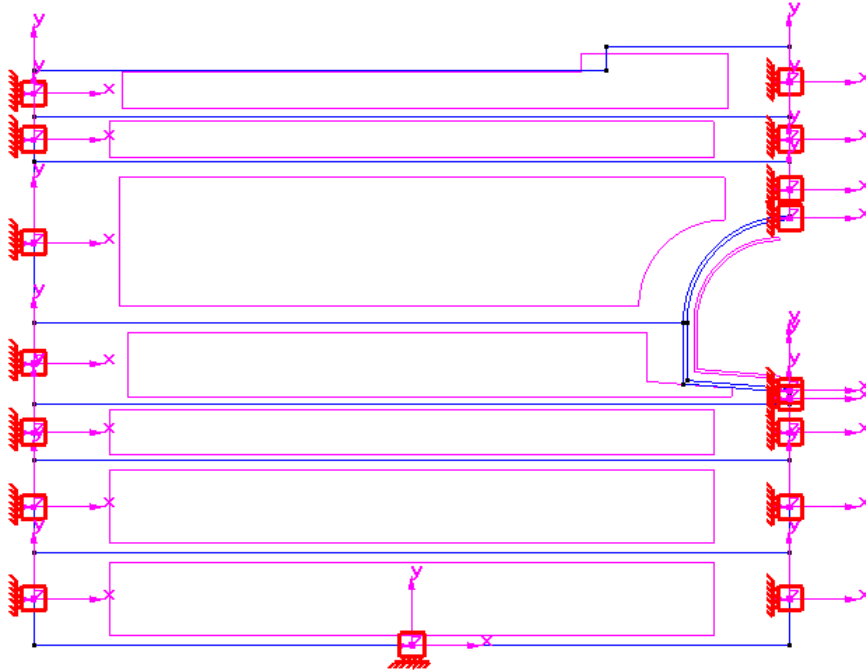


Figura 9: Condiciones de apoyo aplicadas

Una vez definidos los parámetros del problema se puede proceder al mallado del modelo, tal y como se explica en el apartado siguiente.

2.2.1. Mallado del modelo

Como se ha podido comprobar en la Figura 7, al introducir el túnel se genera una geometría compleja en diferentes zonas del dominio. Por este motivo el mallado debe realizarse con elementos que se adapten adecuadamente a estas formas irregulares. En este aspecto los elementos triangulares son los más adecuados. En este caso se utilizarán elementos de 3 nodos en todo el dominio.

En lo referente al tamaño de la malla, se observa que la superficie del túnel es mucho más pequeña en comparación con las superficies del terreno; por este motivo se trabajará con una malla compuesta por dos tamaños diferentes. Un tamaño mayor será asignado a los estratos del terreno y una malla mucho más refinada se destinará al túnel.

Al refinar la malla en el túnel se asegura la precisión en los resultados en una superficie muy pequeña debida al poco espesor que presenta el recubrimiento de hormigón. Así pues, la malla generada tiene el aspecto siguiente.

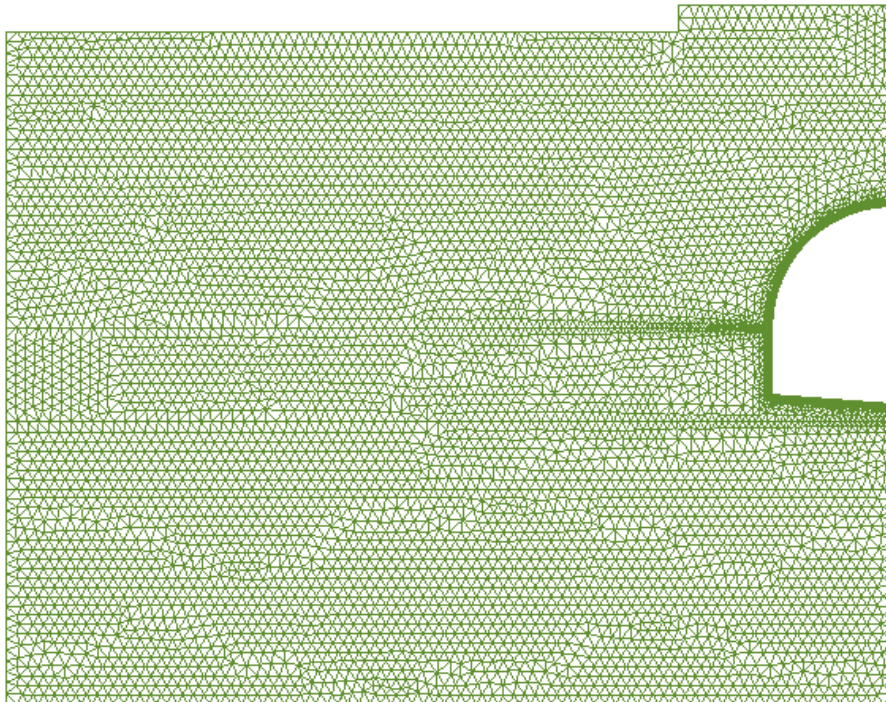


Figura 10: Malla generada

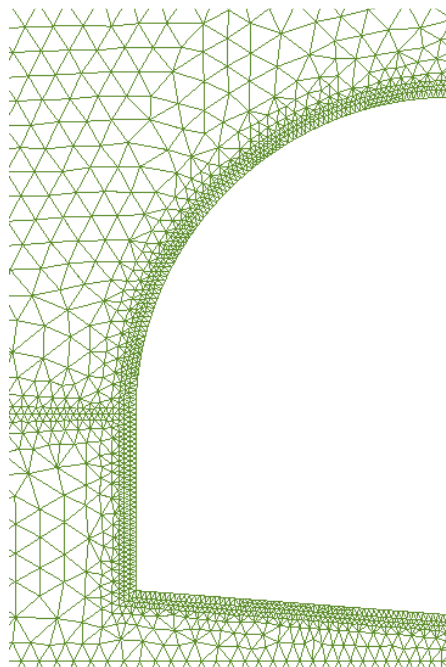


Figura 11: Detalle de la malla refinada en el túnel

3. Cálculo y post-proceso

3.1. Primera simulación

Dado que en el enunciado se especifica que el espesor del túnel debe ser de al menos 8 cm, la primera simulación realizada ha sido con dicho espesor.

Para modelar el terreno se ha utilizado una malla de tamaño 0.4, la cual presenta suficiente precisión teniendo en cuenta las dimensiones del dominio. En el caso del túnel se ha optado por una malla de tamaño 0.05, más acorde con las dimensiones de este.

Una vez realizado el cálculo se ha procedido a comprobar los resultados.

3.1.1. Desplazamientos verticales

En lo referente a los desplazamientos verticales, tal y como se puede ver en la Figura 12, se observa que se cumple sin mucho problema la restricción máxima de 1 cm. Teniendo en cuenta el valor de referencia del terreno (-0.13484 m) se puede determinar que la flecha generada por la presencia del túnel es:

$$f = -0.13484 \text{ m} - (-0.12755 \text{ m}) = -0.0073 \text{ m} < 0.01 \text{ m}$$

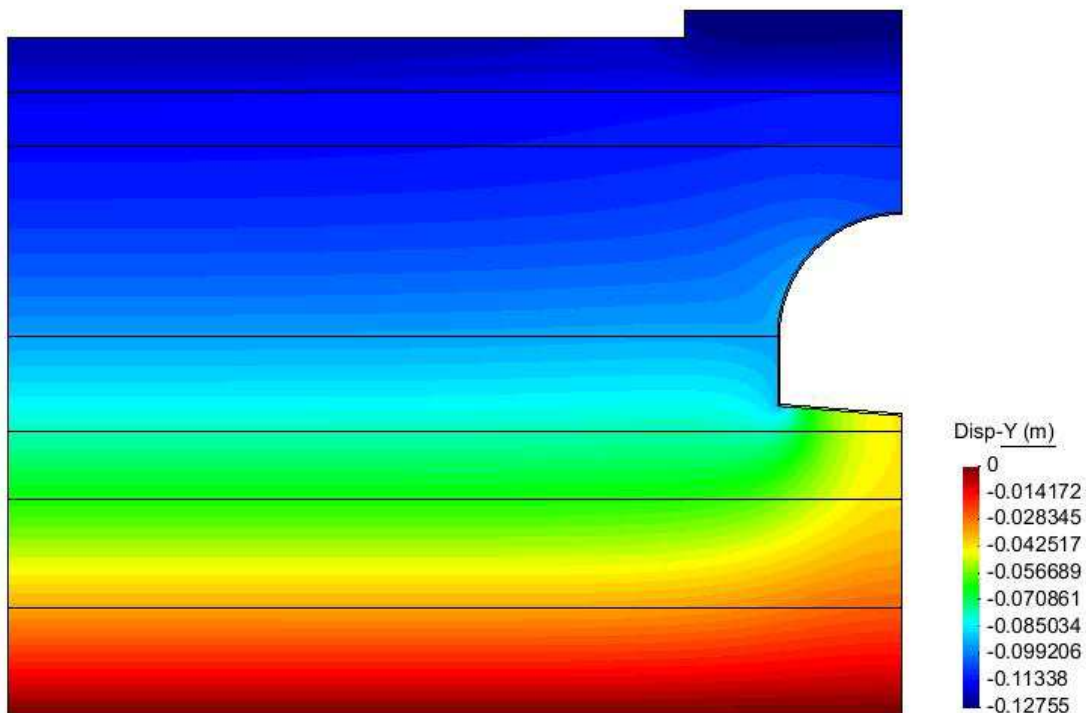


Figura 12: Desplazamientos verticales con espesor de 8 cm

3.1.2. Tensiones de tracción y compresión

Aunque con el espesor mínimo se cumplen con las restricciones de flecha, debe asegurarse también el cumplimiento de las tensiones máximas.

Para analizar el estado tensional del conjunto se han comprobado las tensiones principales. En lo que respecta a las tracciones, se ha analizado la tensión principal S_1 ya que es la que presenta las tracciones máximas (En las tensiones principales S_2 y S_3 las tracciones son inferiores). Para las compresiones se ha utilizado la tensión principal S_3 por ser la que presenta valores mayores para la compresión (S_1 y S_2 presentan compresiones de menor módulo).

Comentar que el criterio de signos que establece el software GiD es el siguiente:

- Tracciones: signo positivo (+)
- Compresiones: signo negativo (-)

Así pues, teniendo en cuenta las limitaciones de tensiones impuestas por el problema se han comparado los resultados obtenidos. En las figuras siguientes se puede apreciar la distribución de tensiones y el detalle del túnel, en el que se produce la mayor concentración de tensiones.

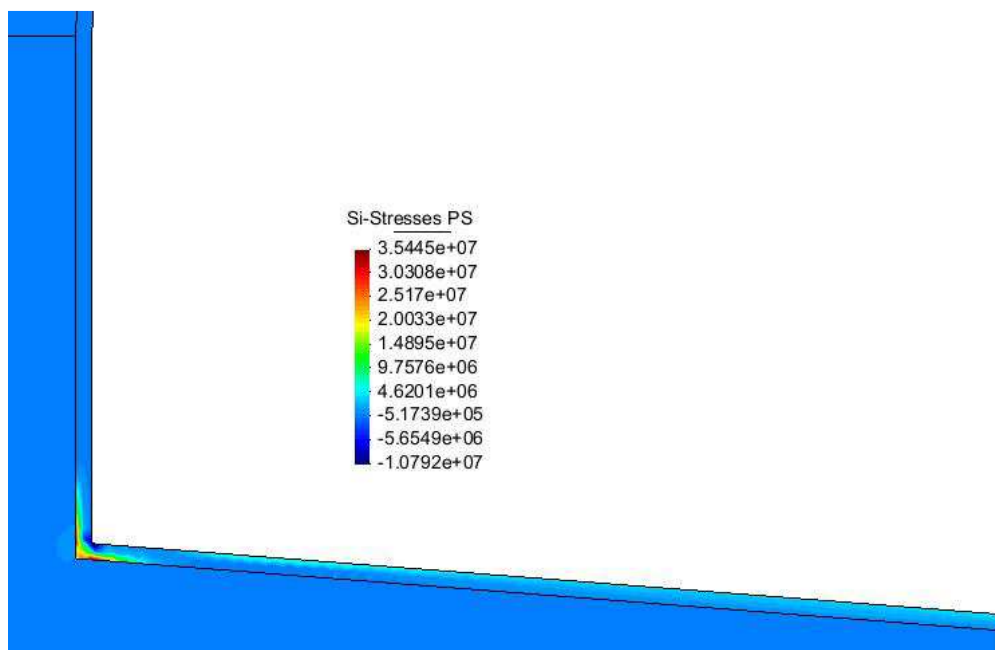


Figura 13: Tensiones de tracción en la parte inferior del túnel

Dado que en el resto del dominio las tensiones eran uniformes, no se ha considerado relevante mostrar todo el dominio.

Como se puede ver en la Figura 13, las tracciones se presentan en la parte exterior de la esquina inferior izquierda del túnel, lo cual es lógico teniendo en cuenta el empuje del terreno tanto en los laterales como en la parte superior del túnel. En cuanto a la magnitud de las tracciones se observa que superan los 35 MPa, lo cual supone 10 MPa por encima del límite establecido.

En lo referente a las compresiones ocurre lo mismo. En la Figura 14 se puede ver como las compresiones máximas superan el límite de 30 MPa (Compresión máxima obtenida: 46.53 MPa) y por lo tanto el espesor es insuficiente para hacer frente a los requerimientos del problema.

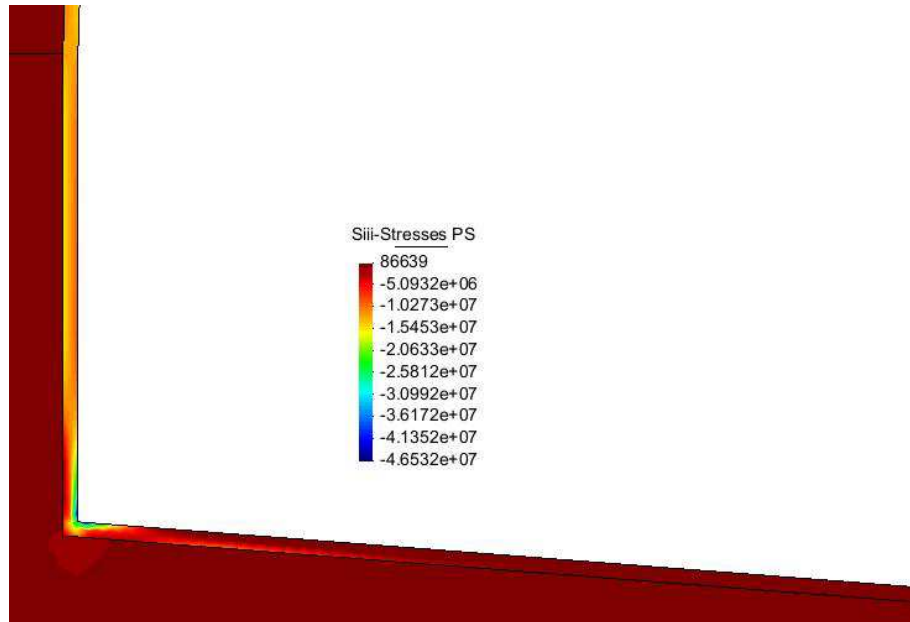


Figura 14: Tensiones de compresión en la parte inferior del túnel

Vistos los resultados se puede concluir que un espesor de 8 cm, para el recubrimiento del túnel, es suficiente para cumplir con las restricciones de desplazamientos pero no así con las restricciones de tensiones, que suponen el factor limitante del problema.

3.2. Simulación definitiva y resultados

Tras realizar varias pruebas con diferentes espesores en el recubrimiento de hormigón, se ha llegado a la solución óptima. Se ha determinado que el espesor mínimo que permite cumplir con todas las restricciones es de:

$$e = 0.165 \text{ m} = 16.50 \text{ cm}$$

Para la simulación se han utilizado, como en el resto de pruebas, dos tamaños diferentes de malla. En todos los casos el tamaño asignado al terreno ha sido de 0.4. En este caso, dado que el túnel ha doblado su espesor respecto a la simulación inicial, se ha aumentado ligeramente el tamaño de la malla, ya que de lo contrario el número de nodos era muy alto y el tiempo de cálculo excesivo. Así pues, la malla utilizada tiene tamaño 0.07.

3.2.1. Desplazamientos verticales

Para la primera simulación ya se ha visto que se cumplía sin problemas con la restricción de desplazamiento vertical, por lo que es de esperar que aumentando el espesor este hecho no varíe.

A continuación se muestra el mapa de desplazamientos obtenido, en el que se puede ver el desplazamiento máximo obtenido.

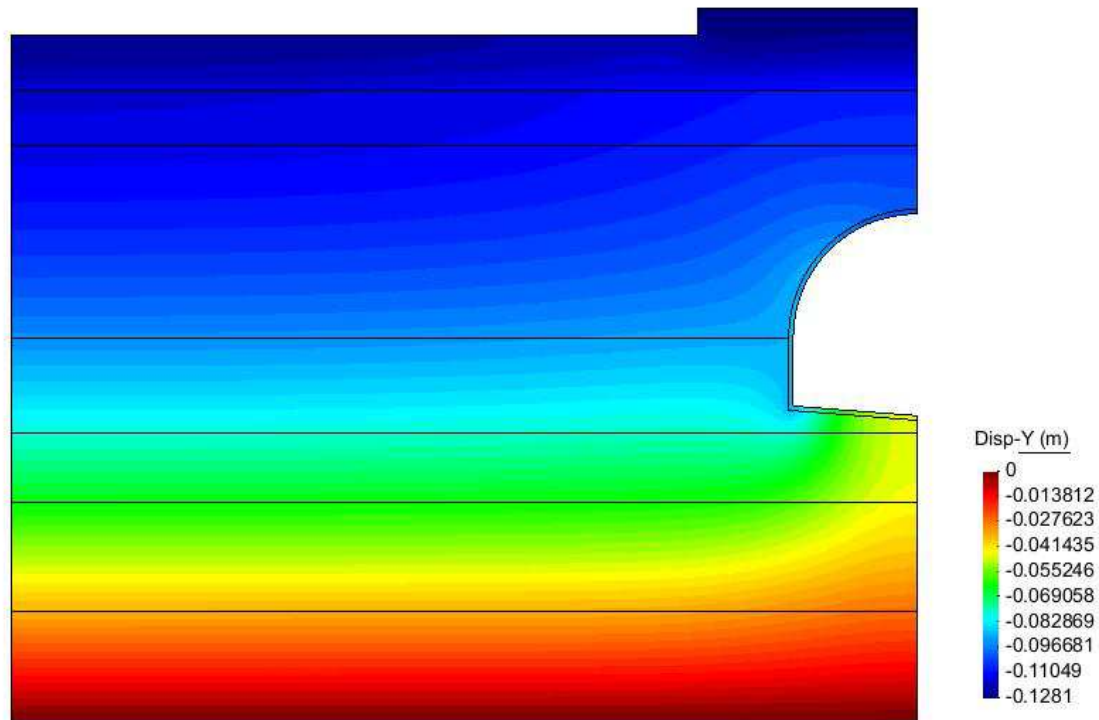


Figura 15: Desplazamientos verticales (espesor de recubrimiento = 16.5 cm)

Como se puede ver el desplazamiento máximo es de -0.1281 m, lo cual significa que se cumple holgadamente el límite de 1 cm ya que la flecha útil resultante (tras descontar la aportación del terreno) es de

$$f = -0.13484 \text{ m} - (-0.1281 \text{ m}) = 0.00674 \text{ m} = 0.0067 \text{ m} < 0.01 \text{ m}$$

Con el fin de dar validez a los resultados obtenidos se ha llevado a cabo un análisis de convergencia. Para ello se han asignado diferentes tamaños de malla al dominio, tanto al terreno como al túnel. Los valores considerados quedan recogidos en la tabla 3 y la curva de convergencia se puede apreciar en la Figura 16.

Tamaño malla terreno	Tamaño malla túnel	Nº de nodos	Grados de libertad	Desplazamiento total (m)	Flecha útil (m)
2	0.2	1044	2088	-0.12208	-0.01276
1.5	0.16	1153	2306	-0.12295	-0.01189
1	0.13	1438	2876	-0.12417	-0.01067
0.75	0.1	2508	5016	-0.12687	-0.00797
0.5	0.08	4690	9380	-0.12784	-0.007
0.4	0.07	6981	13962	-0.1281	-0.00674

Tabla 3: Parámetros de convergencia de desplazamientos

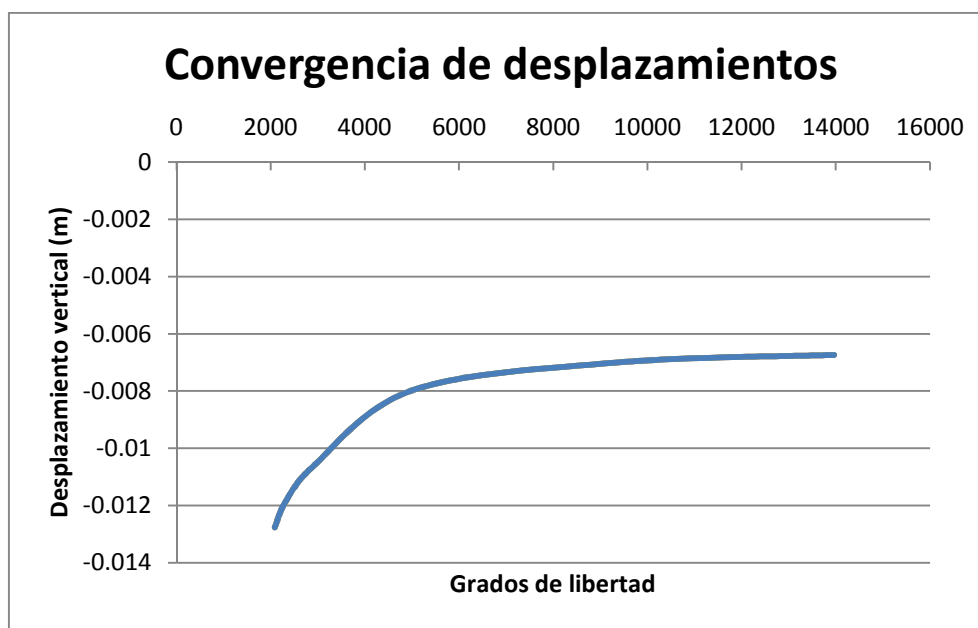
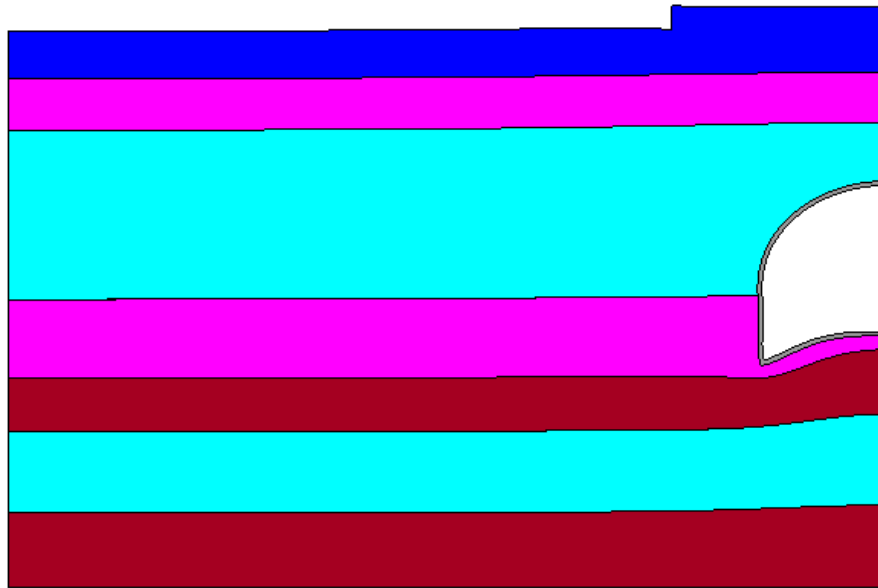


Figura 16: Convergencia de desplazamientos verticales

Tal y como se puede ver en la Figura 16, los desplazamientos cumplen con la restricción de flecha incluso con una malla grosera de 1500 nodos (3000 grados de libertad), empezando a converger a partir de los 9000 grados de libertad, por lo que este aspecto, como se ha comentado antes, no supone limitación alguna en el comportamiento estructural requerido.

A modo representativo se presenta la deformada del problema, con el fin de apreciar los desplazamientos sufridos por el conjunto. Se observa como la solera del túnel es la que sufre mayor desplazamientos, por lo que es de esperar que las tensiones se concentren en esa zona.



Deformación x33.7871

Figura 17: Configuración deformada del problema

3.2.2. Tensiones de tracción y compresión

Una vez más, debe comprobarse que se cumplen los límites tensionales establecidos. Cabe recordar que las tensiones de tracción se deben comparar con la tensión principal S_1 , mientras que las tensiones de compresión se comparan con la tensión principal S_3 , por ser las que presentan valores mayores de tracción y compresión respectivamente.

En primer lugar se muestra el mapa de tensiones correspondiente a la tensión principal S_1 . Tal y como se puede ver en la Figura 18, las tensiones de tracción se localizan cercanas a la esquina inferior izquierda del túnel, en la zona más exterior del recubrimiento. Como ya se comentó en la primera simulación, este comportamiento es el esperado ya que el empuje del terreno en los laterales y en la parte superior hacen que el túnel tienda a converger, generando tracciones en esas zonas.

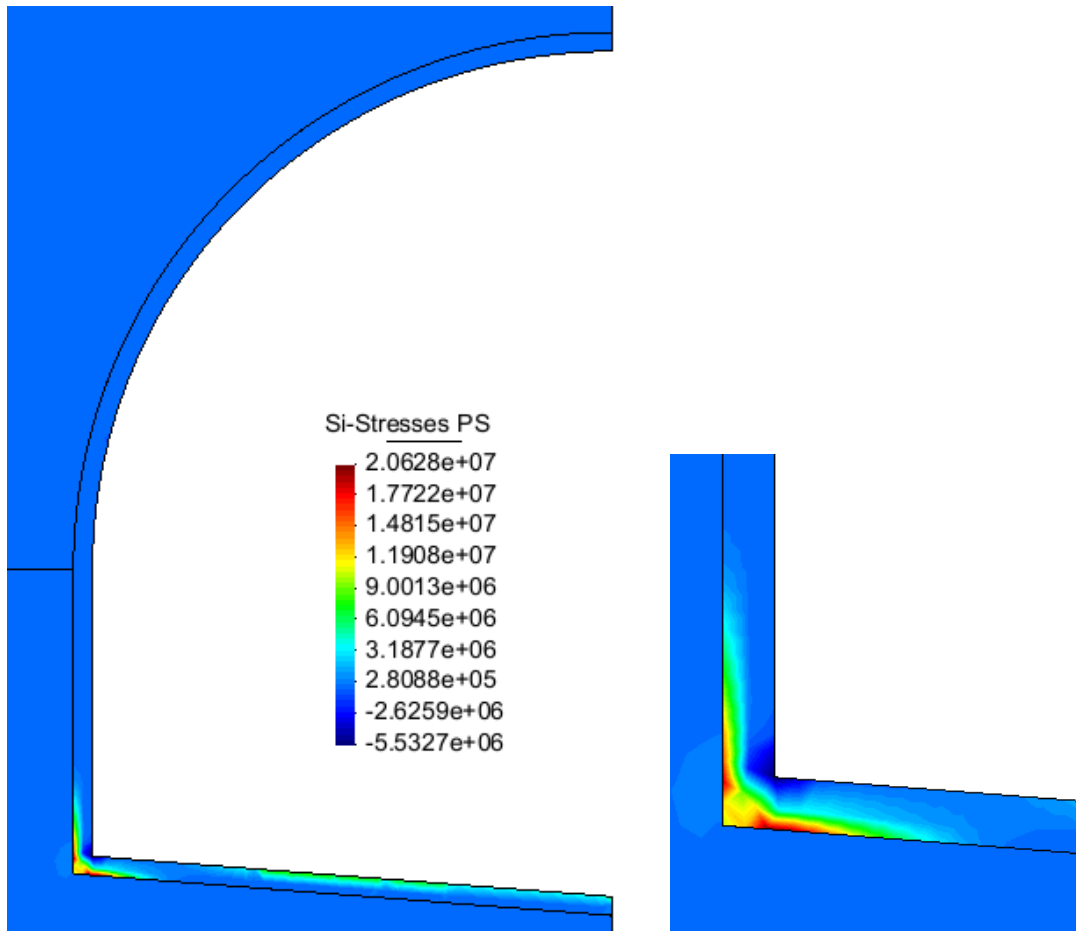


Figura 18: Tensiones S_1 en el túnel y detalle de la esquina inferior

Como se puede ver, la tracción máxima alcanzada es de 20.63 MPa en las zonas ya comentadas, por lo que se cumple con el límite establecido de 25 MPa.

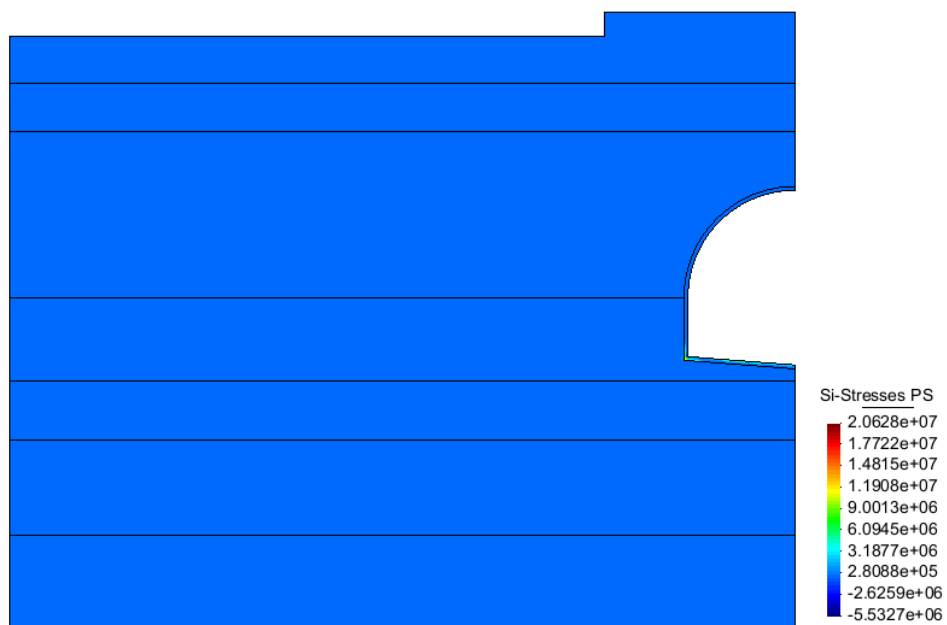


Figura 19: Tensión principal S_1

En lo referente al comportamiento del terreno, se puede observar como existe uniformidad en las tensiones en todo el dominio.

Una vez vistas las tracciones se deben comprobar las compresiones. Es de esperar que se produzcan justo en la zona opuesta a las tracciones, debido al fenómeno de convergencia antes citado. Tal y como se puede ver en la siguiente imagen, las compresiones se concentran en la esquina interior del túnel. Es necesario comentar que en ese punto se produce una concentración de tensiones por lo que se ha actuado en consecuencia para obtener resultados fiables. Para ello se ha redondeado la esquina interior y se han hecho pruebas refinando la malla con el fin de determinar hasta qué punto afecta a los resultados.

Finalmente los resultados para el estado tensional S_3 han sido los de la Figura 20 y 21. Como se puede ver la compresión máxima alcanzada es de 30.008 MPa, lo cual se ha considerado aceptable teniendo en cuenta que el límite es de 30 MPa.

De nuevo, en lo que respecta al terreno se observa un reparto uniforme de tensiones que se mantienen muy alejadas del límite.

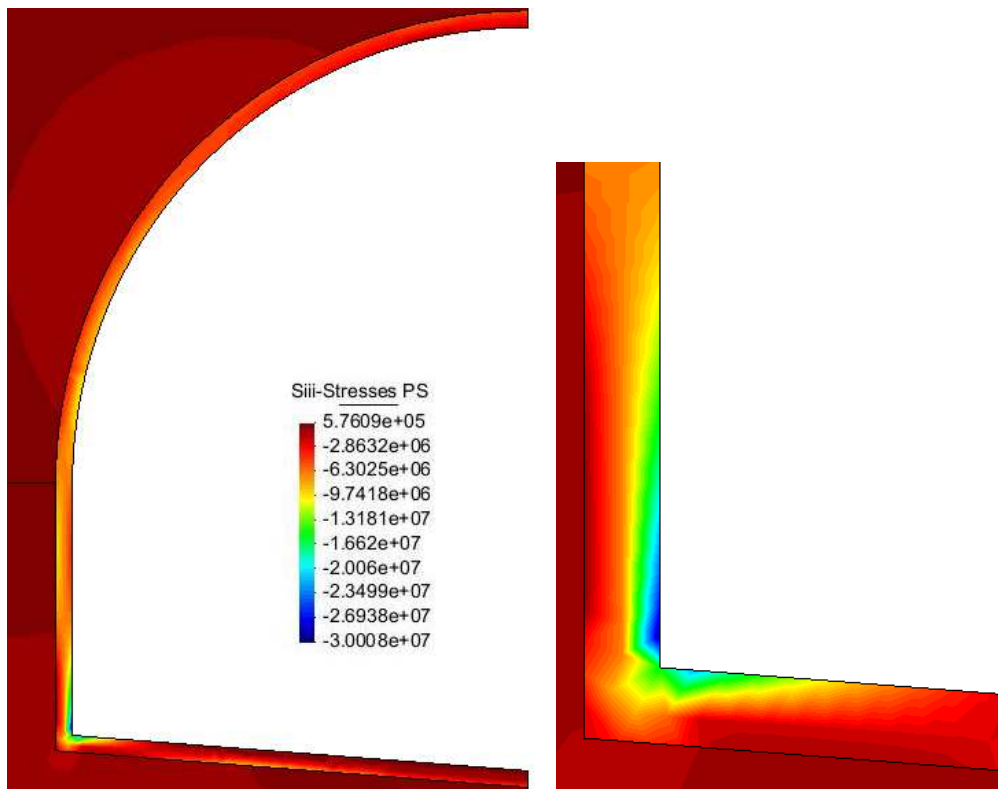


Figura 20: Tensiones S_3 en el túnel y detalle de la esquina inferior



Figura 21: Tensión principal S_3

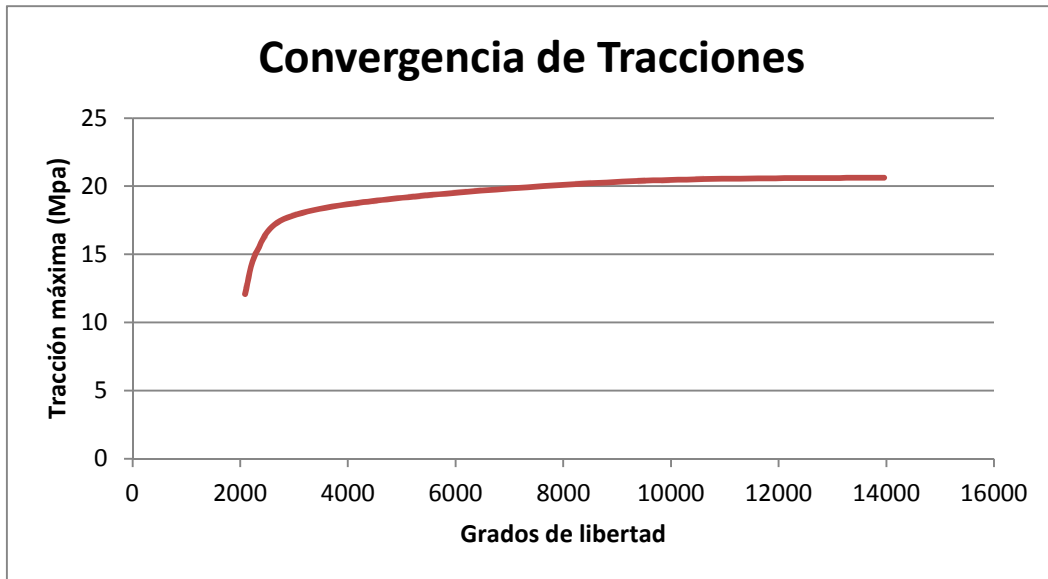
Por último, tal y como se ha hecho con los desplazamientos, se ha llevado a cabo un análisis de convergencia para verificar los resultados de las tensiones.

Las mallas utilizadas han sido las mismas que en el caso de los desplazamientos, tal y como queda recogido en la tabla 4.

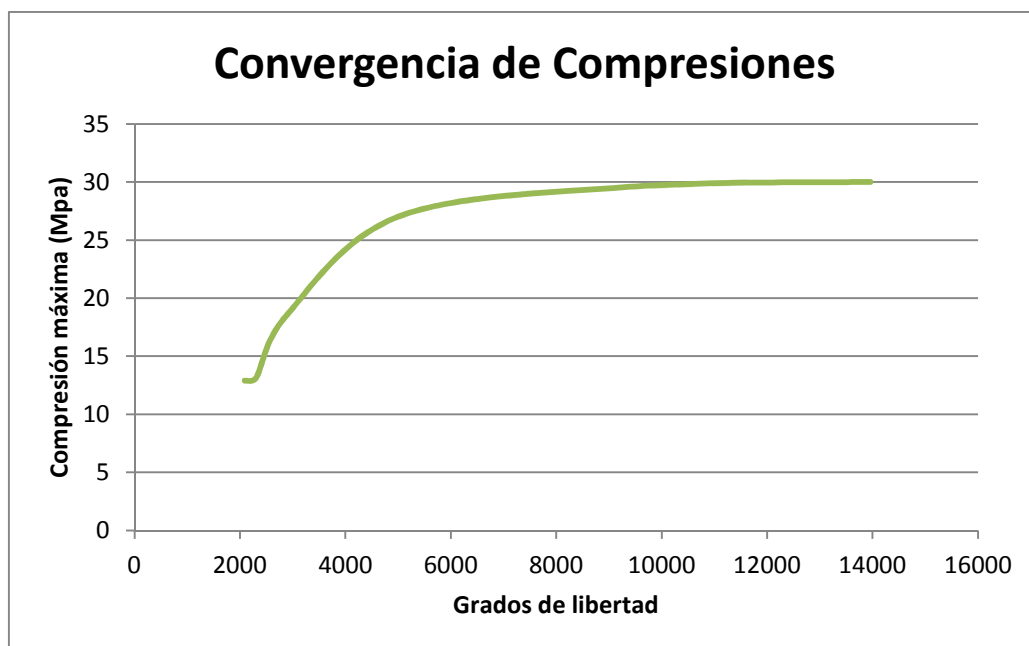
Tamaño malla terreno	Tamaño malla túnel	Nº de nodos	Grados de libertad	Tracción máxima (MPa)	Compresión máxima (MPa)
2	0.2	1044	2088	12.074	12.894
1.5	0.16	1153	2306	15.209	13.141
1	0.13	1438	2876	17.696	18.474
0.75	0.1	2508	5016	19.152	27.036
0.5	0.08	4690	9380	20.382	29.578
0.4	0.07	6981	13962	20.630	30.008

Tabla 4: Parámetros de convergencia de tensiones

En la gráfica de convergencia de tracciones puede verse como tiende a estabilizarse en una tensión de 20-21 MPa, lo cual deja un buen margen para cumplir la restricción.

Figura 22: Convergencia de las tensiones principales de tracción (S_1)

En lo que respecta a las compresiones se puede ver como tienden a estabilizarse alrededor de los 30 MPa. Hay que tener en cuenta que estos valores pueden verse afectados en cierto modo debido a las concentraciones de tensiones, que provocan que la tensión máxima sea mayor que la real. Es por este motivo que se ha dado por válido el resultado obtenido, aun cuando es superado por poco.

Figura 23: Convergencia de las tensiones principales de compresión (S_3)

4. Conclusiones

Tras realizar el análisis estructural se puede concluir que el espesor óptimo para el recubrimiento de hormigón del túnel es de 16.5 cm.

Con este espesor se logran cumplir tanto los requisitos de desplazamientos como de tensiones. Los desplazamientos finales causados por el túnel son de 6.74 mm por lo que no suponen mayor problema de asientos en superficie.

Las tensiones se producen en las zonas esperadas teniendo en cuenta la configuración del problema y los valores obtenidos son lógicos y representativos del problema.

Comentar que el fenómeno de concentración de tensiones provoca que los valores máximos de las tensiones de compresión sean mayores que los reales, pero que llevando a cabo diversas actuaciones se puede minimizar en parte este fenómeno.

Por último, en lo referente al mallado es necesario destacar que los elementos triangulares de 3 nodos ofrecen una buena respuesta en geometrías complicadas y refinando la malla permiten alcanzar una buena precisión en los resultados.