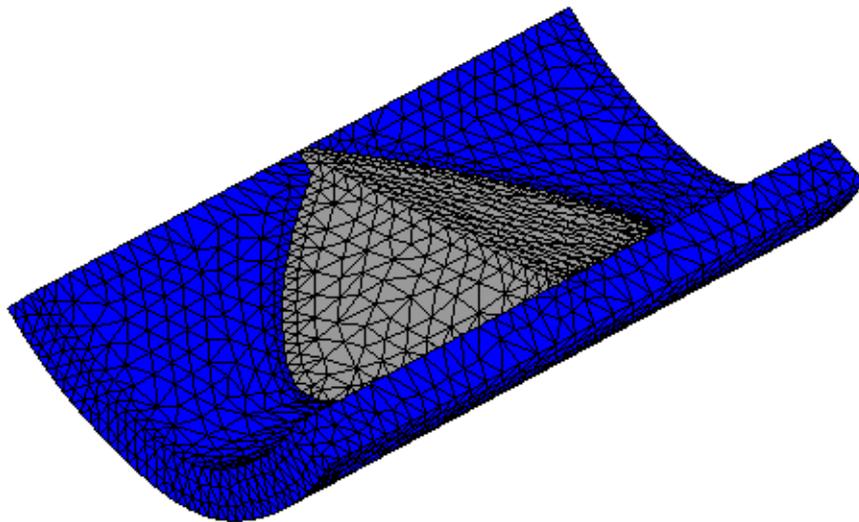


MICCPB  
2014-2015

# S-4 Presa de hormigón

## Trabajo de curso – Ingeniería de estructuras



Irene Martínez Villalonga  
46467219-C

## Índice

PROBLEMA S-4 .....	3
1. Análisis bidimensional.....	4
2. Dimensionamiento .....	6
3. Análisis tridimensional.....	14
4. Análisis tensional 3D .....	16
5. Conclusiones.....	22

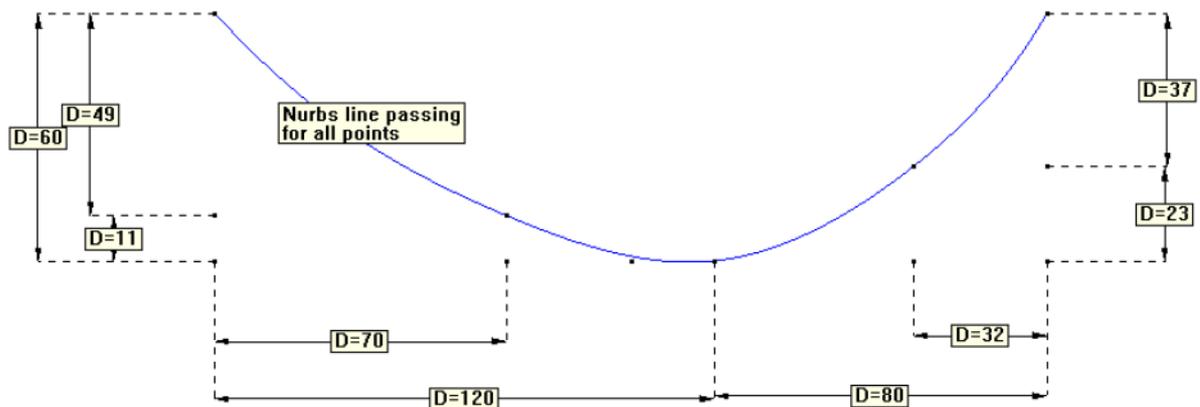
## PROBLEMA S-4

Dimensionar y calcular una presa de hormigón de 60 m de altura. La anchura en coronación debe ser de 6m con las restricciones geométricas que se indican.

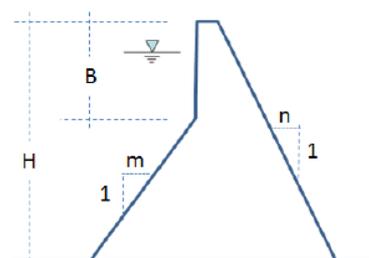
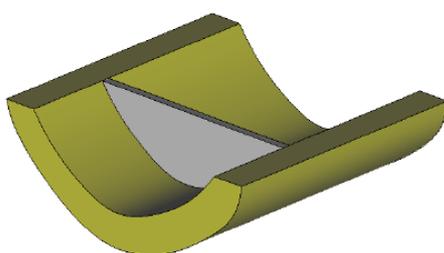
Realizar el proyecto mediante un análisis bidimensional y posteriormente en 3D para verificar el diseño utilizando en ambos casos las siguientes hipótesis:

- 1) Las tracciones máximas en cualquier punto de la presa no deben superar los 2MPa
- 2) El peso específico del hormigón es de  $25000\text{N/m}^3$  y el del terreno  $20000\text{N/m}^3$
- 3) El módulo de elasticidad del hormigón a usar es de  $22\text{GN/m}^2$  y el coeficiente de Poisson es de 0,20
- 4) Base empotrada en el terreno
- 5) Cimentación en terreno homogéneo. Módulo de elasticidad:  $37\text{GN/m}^2$  y coeficiente de Poisson 0,30
- 6) Cargas actuantes:
  - a) Peso propio
  - b) Peso propio + empuje hidrostático en presa y cimentación (altura del agua 58 metros)

El perfil del emplazamiento es el que se muestra:



La sección del terreno tiene un ancho de 30 metros y un desarrollo de 200 metros.



$$\begin{aligned} 2.0 < m < 4.0 \\ 2.0 < n < 3.5 \\ 0.1 H < B < 0.3 H \end{aligned}$$

## 1. Análisis bidimensional

Para realizar el dimensionamiento de la presa tendremos que realizar inicialmente el estudio bidimensional, para el que adoptaremos la hipótesis de deformación plana. Dicha hipótesis establece que una figura prismática se encuentra en estado de deformación plana si una de sus dimensiones (en este caso la longitud) es mucho mayor que las otras dos, y sobre ella actúan únicamente cargas uniformemente distribuidas a lo largo de toda su longitud y contenidas en planos ortogonales al eje que une los centros de gravedad de sus distintas secciones transversales.

A continuación se resume la teoría básica de elasticidad bidimensional, con los campos de desplazamientos, deformaciones y tensiones.

- **Campo de desplazamientos**

Todas las secciones perpendiculares al eje prismático  $z$  se deforman en su plano y de manera idéntica, por lo que tenemos que el campo de desplazamientos es:

$$u(x, y) = \begin{Bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{Bmatrix}$$

Donde  $u(x, y)$  y  $v(x, y)$  son los desplazamientos del punto en direcciones de los ejes  $x$  e  $y$  respectivamente.

- **Campo de deformaciones**

Derivando los desplazamientos se obtienen las deformaciones. En este caso la deformación sobre el eje  $z$  es nula ya que trabajamos bajo la hipótesis de deformación plana. Las deformaciones transversales sobre los ejes  $xz$  e  $yz$  también son nulas. De modo que tenemos:

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \end{Bmatrix}$$

- **Campo de tensiones**

A partir de las deformaciones expresadas, las tensiones significativas son:

$$\sigma = D \cdot \varepsilon = [\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}]$$

- **Relación tensión-deformación**

De la ecuación anterior de tensiones se puede ver la relación que éstas tienen con la deformación. En dicha ecuación aparece la matriz  $D$  que es la matriz de constantes elásticas. Para el caso de deformación plana y materiales isótropos, la matriz  $D$  resulta:

$$D = \begin{bmatrix} \frac{E}{1-\nu^2} & \nu \frac{E}{1-\nu^2} & 0 \\ \nu \frac{E}{1-\nu^2} & \frac{E}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix}$$

- **Discretización**

Con la teoría de elasticidad bidimensional se pueden usar tanto elementos triangulares como cuadrangulares. Cabe destacar que los elementos triangulares, pese a no ser tan precisos como los cuadrangulares, son más versátiles y se adaptan mejor a geometrías irregulares. Por tanto, en el caso de estudio, al tener la presa una geometría más bien triangular, podría ser más conveniente usar elementos triangulares. Para determinar este último aspecto se ha realizado un estudio de convergencia y de este modo saber qué elemento será más adecuado.

## 2. Dimensionamiento

El dimensionamiento de la presa primero se realizará en 2 dimensiones para posteriormente analizar el comportamiento de la misma en 3 dimensiones.

Para trabajar con deformación plana se debe activar el módulo *Plane State* de Ramseries, una vez activado se procede a definir la geometría de la presa. La presa se encuentra empotrada sobre el terreno que se considera de 30m de ancho y 400 de desarrollo. Cabe decir que el enunciado imponía un terreno de 200 metros de desarrollo, pero con las pendientes impuestas en la presa ésta tenía una base mayor a los 200 metros del terreno y quedaba en voladizo; por tanto, se ha optado por aumentar el desarrollo del terreno hasta los 400 metros.

En cuanto a la presa, se ha optado por un dimensionamiento con las pendientes mínimas proporcionadas por el enunciado ya que comporta un menor coste de la obra, aunque al mismo tiempo resulte más inestable estructuralmente, por lo que se deberán controlar los esfuerzos. Al tratarse de pendientes muy suaves y ser la presa de hormigón, se ha comprobado que para los valores de  $m=2,1$ ;  $n=2,1$  y  $B=10\text{m}$  no se superan las tracciones máximas de 2MPa marcadas por el enunciado. La geometría de la presa obtenida se muestra a continuación:

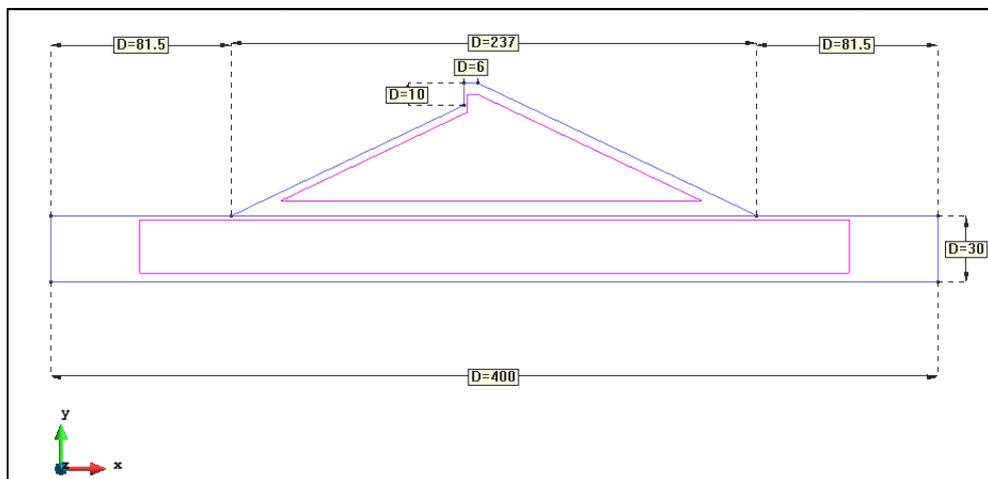


Figura 1: Geometría 2D de la presa

A continuación se imponen las condiciones de contorno tanto en el terreno como en la presa; se considera que la base está empotrada y que los contornos laterales del terreno tienen restringido el movimiento horizontal  $x$ :

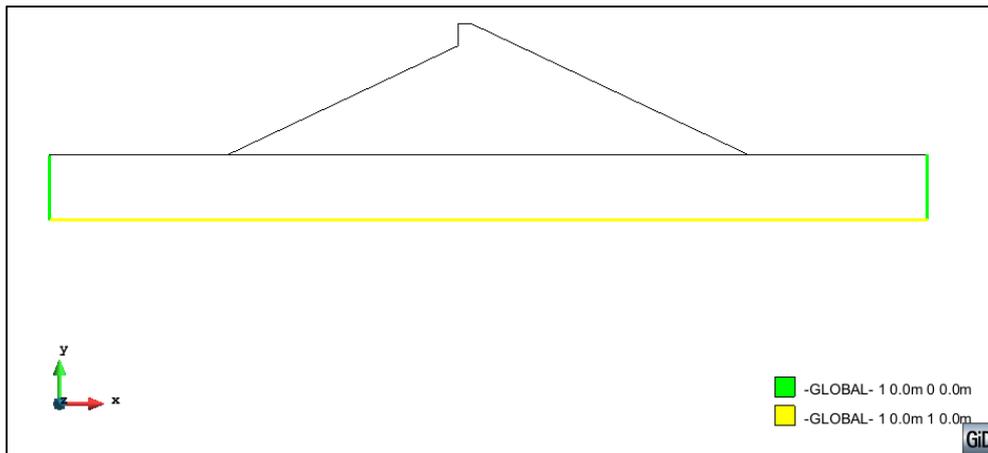


Figura 2: Condiciones de contorno 2D

A continuación se definen los materiales de la presa con los datos proporcionados por el enunciado.

- Presa:  $E=22\text{GN/m}^2$   $\nu=0,20$   $\gamma=25000\text{N/m}^3$
- Terreno:  $E=37\text{GN/m}^2$   $\nu=0,30$   $\gamma=20000\text{N/m}^3$

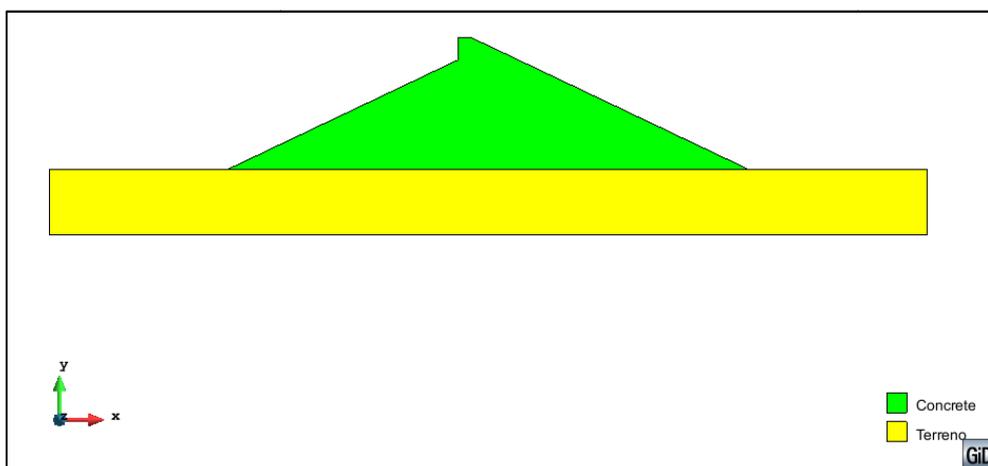


Figura 3: Materiales de la presa

Una vez definidos los materiales y las condiciones de contorno se puede proceder a imponer las condiciones de carga. Para el primer caso propuesto, se considerará únicamente el peso propio de la presa y del terreno. Para el segundo caso, se deberá considerar el peso propio más el empuje hidrostático que produce el agua en la presa y la cimentación; el empuje hidrostático se aplicará como una carga uniforme sobre el

terreno aguas arriba con valor de  $\rho gh$  donde  $h=58\text{m}$ , por su parte en la presa aguas arriba se deberá aplicar como una fuerza lineal donde en la base tendrá valor de  $\rho gh$  con  $h=58\text{m}$  y valor nulo en el punto situado a 2 metros de la coronación.

La figura siguiente muestra las cargas aplicadas:

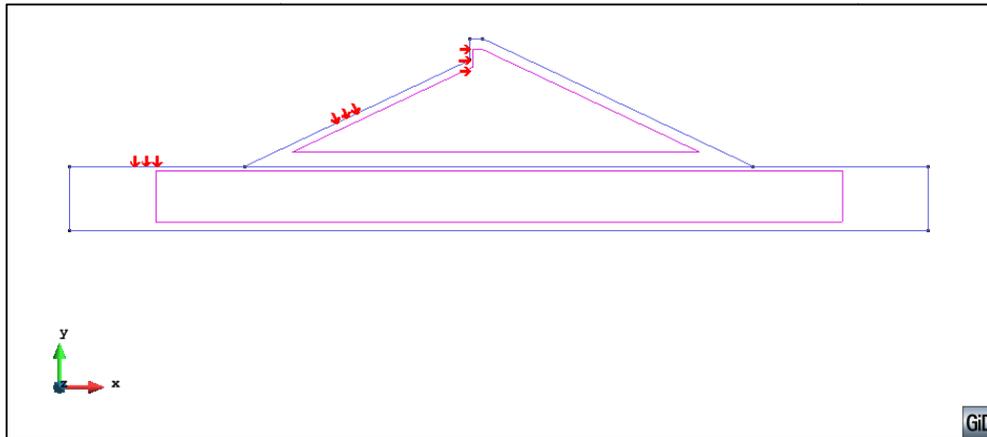


Figura 4: Condiciones de carga

Seguidamente se va a estudiar la convergencia de los desplazamientos máximos que se producen en la presa para el caso en que sólo actúa el peso propio, de ésta manera se podrá determinar qué elemento (triángulo de 3 o 6 nodos) y qué medida de éste se adapta mejor a la presa, y así posteriormente poder realizar el estado tensional.

Triángulo 3		
Malla	GL	Desplazamiento(m)
5	1882	-0.0023108
4	2796	-0.0023257
3	4916	-0.0023281
2	11036	-0.0023358
1	43878	-0.0023427
0.8	67618	-0.0023448
0.7	88332	-0.0023450

Triángulo 6		
Malla	GL	Desplazamiento(m)
5	7166	-0.0023428
4	10730	-0.0023439
3	19062	-0.0023445
2	43242	-0.0023457
1.5	76840	-0.0023467

En el caso del triángulo de 6 nodos no se ha podido refinar más la malla, ya que la potencia del ordenador del que se disponía no ha sido capaz de asumir el coste computacional y realizar el cálculo.

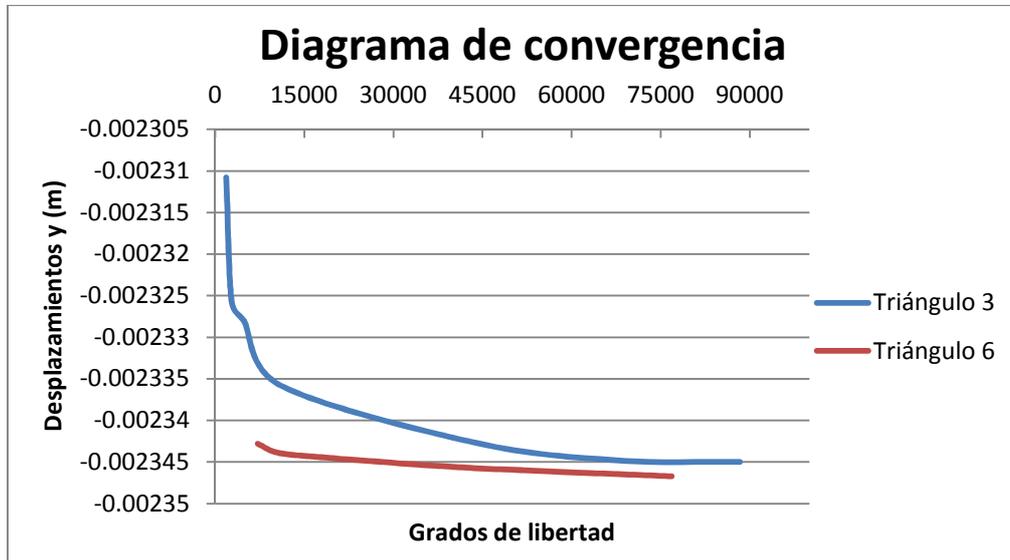


Figura 5: Diagrama convergencia de desplazamientos

Del diagrama de convergencia se extrae que el elemento que converge más rápidamente es el triangular de 6 nodos, por tanto se realizará el análisis de los distintos esfuerzos con dicho elemento.

A continuación se ofrecerá una comparativa de las tensiones que se producen para los casos propuestos de peso propio y peso propio más empuje hidrostático con el elemento triangular de 6 nodos para determinar el caso más desfavorable.

- **Comparativa**

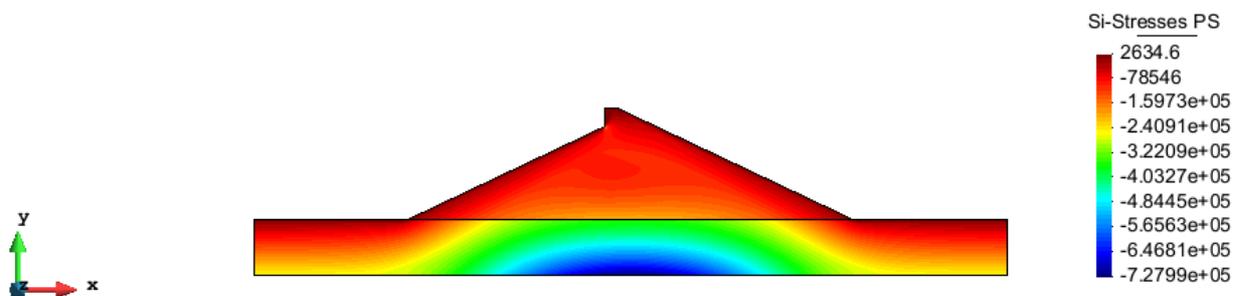


Figura 6: Tensiones principales  $\sigma_1$  sin agua

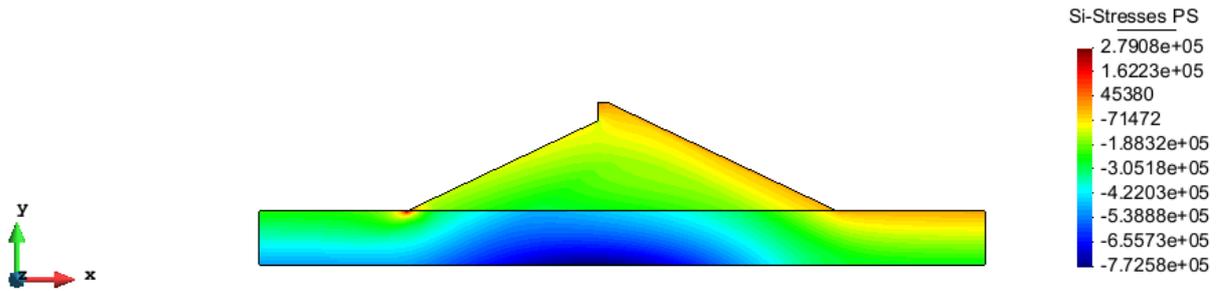


Figura 7: Tensiones principales  $\sigma_1$  con agua

Se puede observar como las tracciones son mucho más importantes en el caso de considerar el empuje hidrostático del agua, por tanto se realizará el dimensionamiento teniendo en cuenta este caso.

A continuación se realiza el estudio tensional y de desplazamientos para el caso de peso propio más empuje hidrostático.

• **Análisis tensional**

A partir de las tracciones obtenidas en el apartado anterior, impondremos que no haya valores negativos de tensión para poder apreciar dónde se producen exactamente.

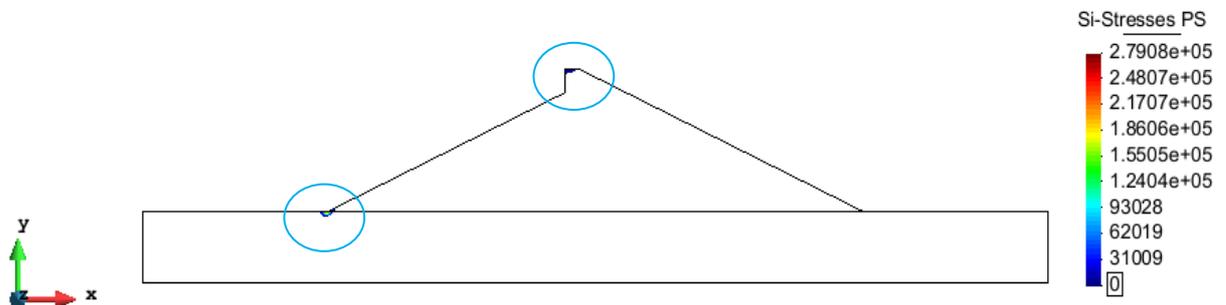


Figura 8: Tracciones máximas con agua

Se puede apreciar como las tracciones aparecen en la coronación y en la esquina aguas arriba de la unión presa-terreno. Las tracciones de la coronación son muy inferiores a nuestra limitación ( $0,031\text{MPa} \ll 2\text{MPa}$ ) por tanto nos centraremos en el estudio de las tracciones producidas en el pie de la presa que en este caso son de  $0,28\text{MPa}$ .

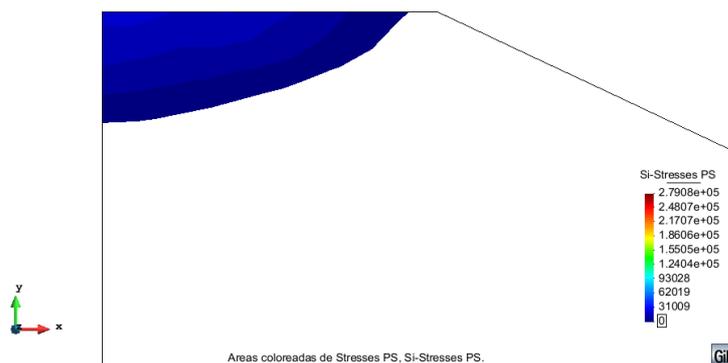


Figura 9: Ampliación tracciones coronación

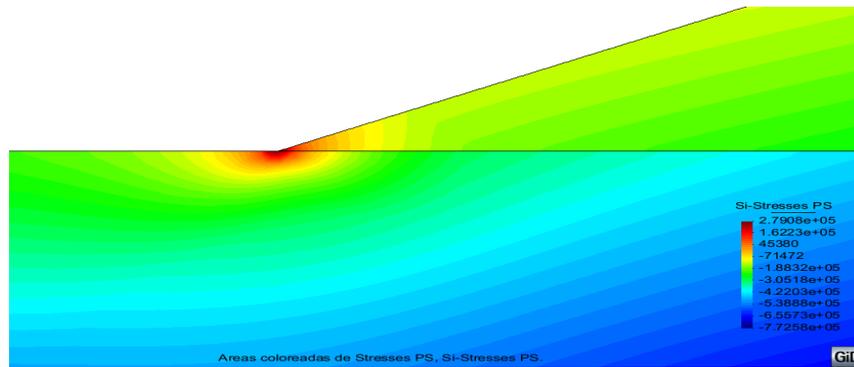


Figura 10: Ampliación tracciones pie de presa

A continuación se realiza un refinamiento de la malla en el punto crítico (pie de presa) para poder determinar si se trata de una zona de tracciones o si por el contrario es una acumulación de tensiones ficticia.

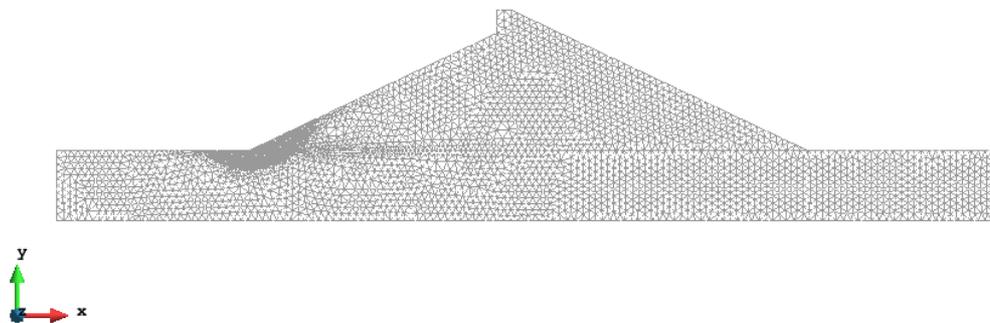


Figura 11: Malla refinada en el pie de presa

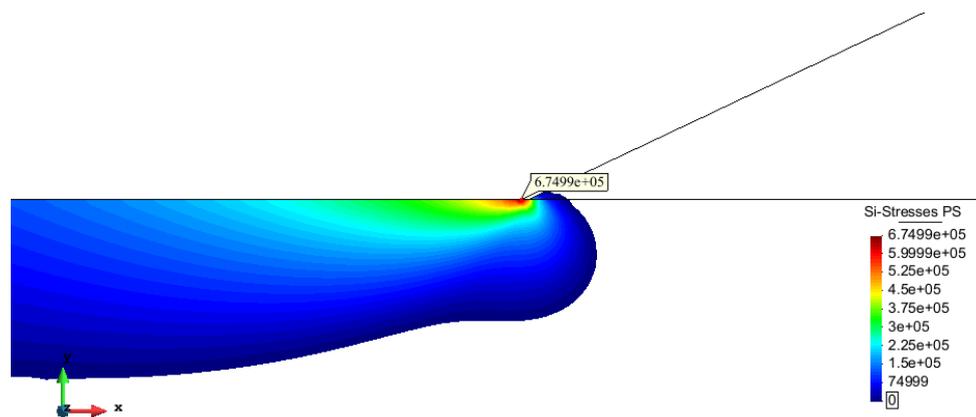


Figura 12: Tracciones malla refinada

Si se hace zoom en la zona crítica, se puede observar como las tracciones se concentran en el punto refinado, el resto de elementos cercanos tienen tensiones notablemente inferiores. En cualquier caso, ningún elemento supera la restricción de 2MPa de máxima tracción.

Puesto que las tensiones principales máximas se encuentran en un punto ficticio, tal y como se ha mostrado, concluiremos que la presa se encuentra toda comprimida ya que podemos despreciar dicho punto ficticio.

En cuanto a las tensiones principales  $\sigma_3$  se tiene el siguiente comportamiento:

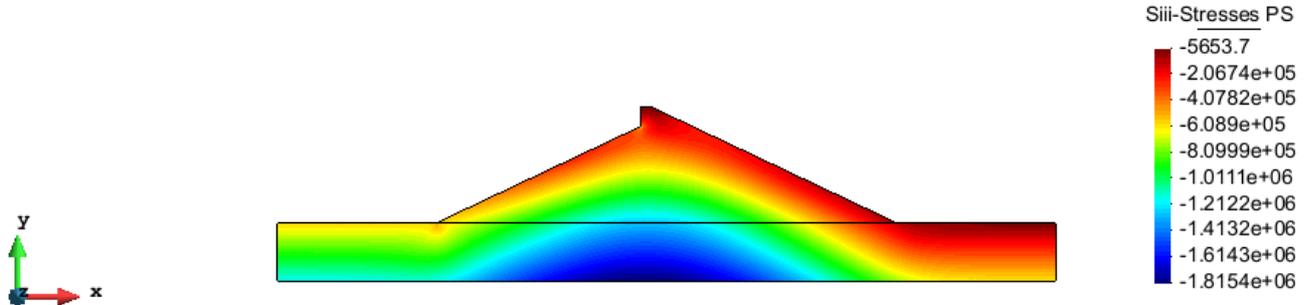


Figura 13: Tensiones principales  $\sigma_3$

Como era de esperar, la presa tiene muy buen comportamiento a compresión ya que es de hormigón. En cuanto a las tracciones, debido a que la geometría de la presa sería más típica de una presa de tierras (las pendientes mínimas proporcionadas en el enunciado conducen a esta geometría) se tiene mucha estabilidad y se cumplen las restricciones sobradamente en todos los puntos.

• **Análisis de desplazamientos**

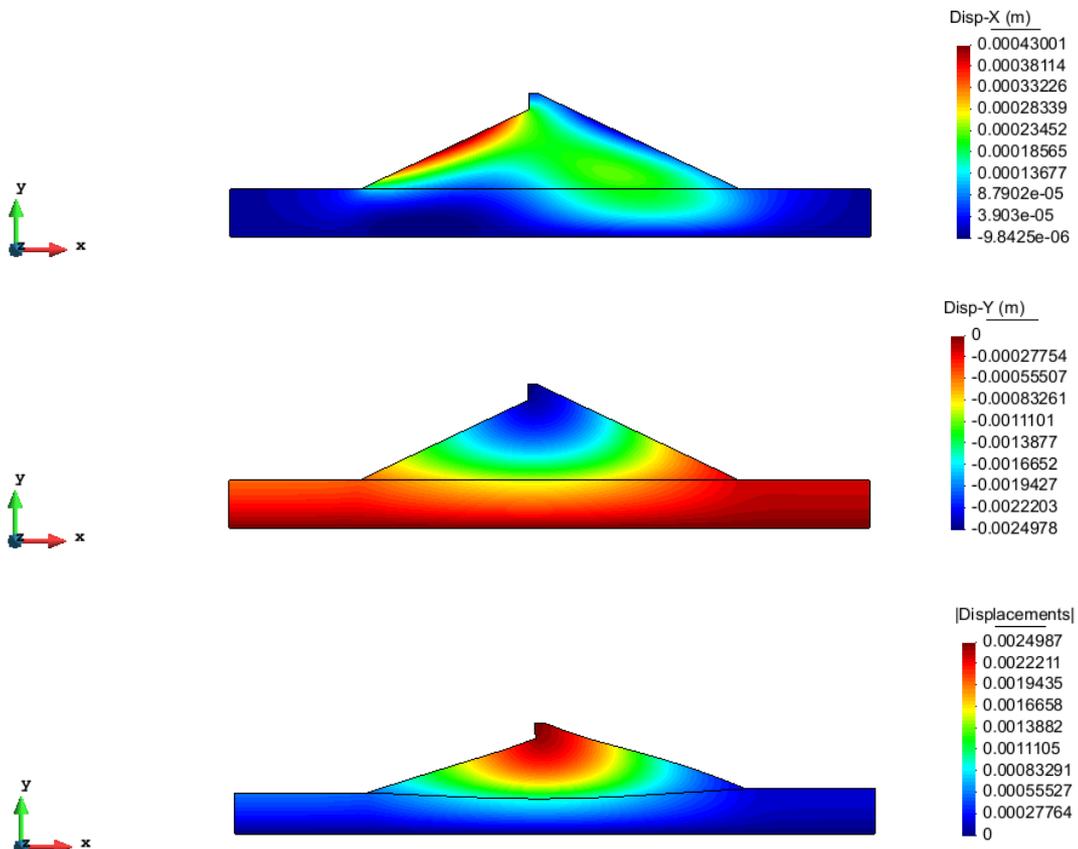


Figura 14: Desplazamientos en "x" e "y" y deformada respectivamente

Se puede ver como los desplazamientos totales se dan principalmente en dirección “x” y en dirección “y” negativa, siendo éstos últimos mucho mayores debido a las dimensiones de la presa y el gran peso que tiene por ser de hormigón. Aún así, los máximos desplazamientos totales sólo son de 2,5mm, que teniendo en cuenta lo comentado anteriormente y que la presa tiene una altura de 60m se puede decir que es un desplazamiento razonable.

Cabe volver a destacar que la geometría de que se dispone debido a las restricciones del enunciado sería más típica de una presa de tierras, ya que las presas de hormigón suelen ser más esbeltas y no necesitan bases tan grandes ni pendientes tan tendidas para tener un buen funcionamiento.

### 3. Análisis tridimensional

El análisis tridimensional de la estructura es un proceso mucho más laborioso en lo que se refiere a la creación de la geometría y representa un mayor esfuerzo de cálculo. Se hace uso de la teoría general de la elasticidad en tres dimensiones, que es una generalización de la teoría bidimensional y se conforma de las mismas etapas, por este motivo ahora se presentaran de manera más concisa y breve.

Pese a la relativa sencillez del procedimiento de análisis, los problemas tridimensionales representan un mayor esfuerzo de cálculo por elementos finitos, en comparación con los problemas bidimensionales. Dicha dificultad va en relación al tamaño del problema, que en este caso pasa a ser de tres dimensiones. Al mismo tiempo el campo de desplazamientos, deformaciones y tensiones varía respecto al caso bidimensional:

- **Campo de desplazamientos**

El vector de desplazamientos tiene tres componentes, correspondientes a los tres desplazamientos de los tres ejes cartesianos:

$$u = [u, v, w]^T$$

Dónde  $u$ ,  $v$ ,  $w$  son los desplazamientos del punto según los ejes cartesianos  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , respectivamente.

- **Campo de deformaciones**

El vector de deformaciones en un punto está definido por seis componentes, tres correspondientes a las deformaciones normales y otras tres correspondientes a las deformaciones tangenciales.

$$\varepsilon = \left[ \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz} \right]^T$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}; \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}; \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$$

- **Campo de tensiones**

El vector de tensiones en un punto también tiene seis componentes.

$$\sigma = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}]^T$$

Donde  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  son las tensiones normales y  $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  son las tensiones tangenciales.

- **Relación tensión-deformación**

Se pueden dar distintos tipos de elasticidad como pueden ser: elasticidad anisótropa (matriz D 6x6 simétrica y 21 coeficientes independientes), material ortótropo (se reducen los coeficientes a 9) o elasticidad isótropa (los coeficientes se reducen a 2).

El caso más usual es el de elasticidad isótropa, donde los coeficientes resultan ser: el módulo de elasticidad E y el coeficiente de poisson  $\nu$ . En dicho caso, la ecuación constitutiva resulta:

$$\sigma = D \cdot \varepsilon$$

$$D = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ & & & & & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix}$$

*Simétrica*

- **Discretización**

Del mismo modo que en el análisis bidimensional se utilizarán elementos triangulares pero esta vez serán en 3 dimensiones, por lo que resultarán tetraedros. Estos elementos se adaptarán bien al modelo debido a que ahora será aún más irregular que en el caso bidimensional.

## 4. Análisis tensional 3D

Para realizar el análisis tensional se utiliza la extensión *3D Solids* del programa RamSeries. Se empieza introduciendo la geometría del terreno mediante una NURBSline hasta obtener la curva dada por el enunciado, se realiza otra línea paralela a 30m de esta a partir de las normales en los puntos. A continuación se extruye el terreno 400m en dirección x, ya que tal como se comentó en el dimensionamiento bidimensional necesitábamos aumentar la longitud del mismo debido a la longitud de la base de la presa. Seguidamente se cambia de plano para construir la presa en el punto medio del terreno y se extruye; una vez extruida se han de intersectar todas las superficies, restar las zonas sobrantes de presa y construir los volúmenes relativos a la presa y al terreno.

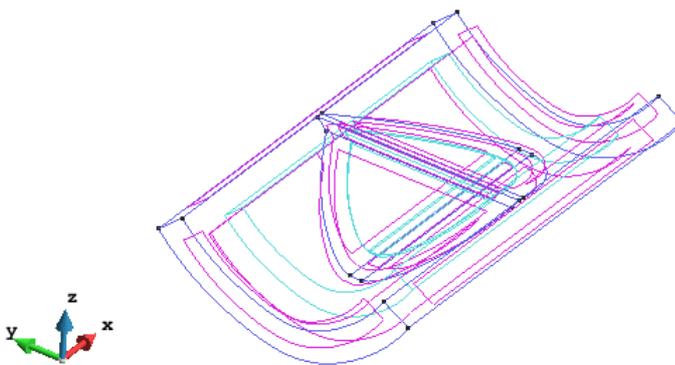


Figura 15: Modelo 3D con volúmenes y superficies

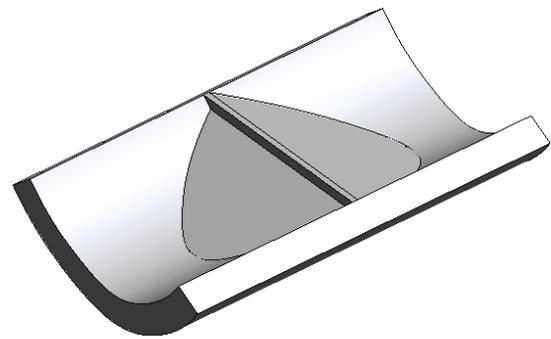


Figura 16: Geometría 3D de la presa en el terreno

Una vez definida la geometría se han de definir los materiales del terreno y la presa (introduciremos los mismos valores que para el estado 2D).

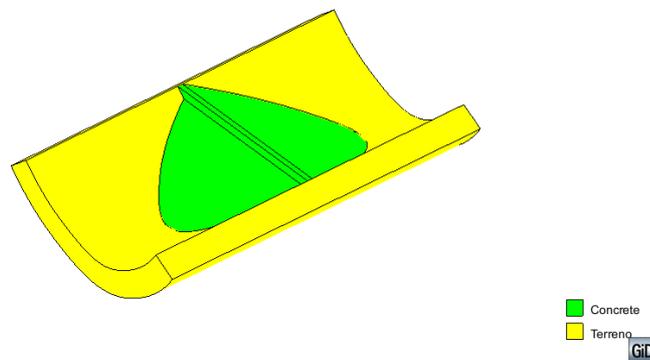


Figura 17: Materiales de presa y terreno

A continuación se introducen las condiciones de contorno en el terreno: se restringen los desplazamientos x e y en la parte inferior y los desplazamientos en dirección z en los bordes extremos.

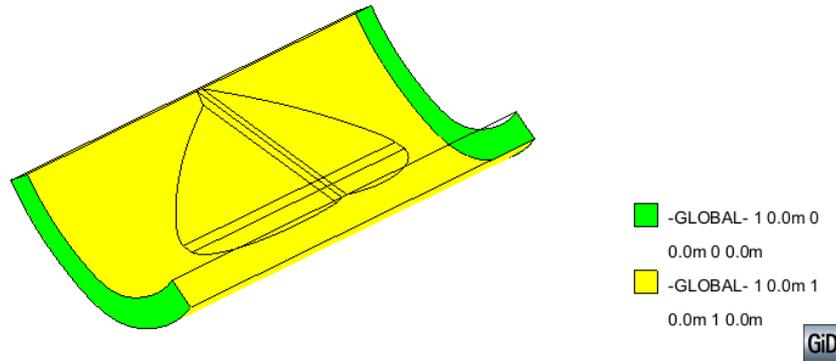


Figura 18: Condiciones de contorno

Por último se aplica la carga hidrostática aguas arriba de la presa (58m de altura de agua), con esta condición realizaremos un pequeño análisis de convergencia para saber qué elemento utilizar en el análisis tensional definitivo

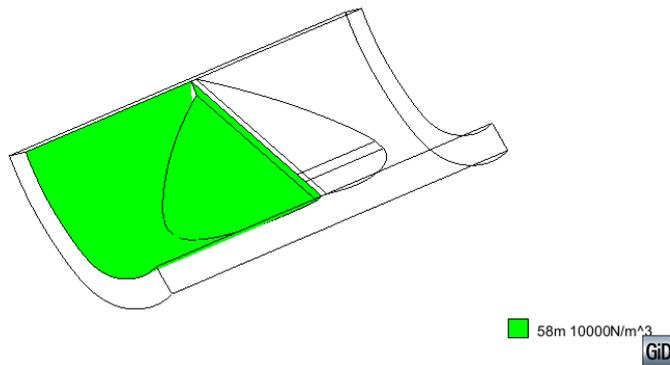
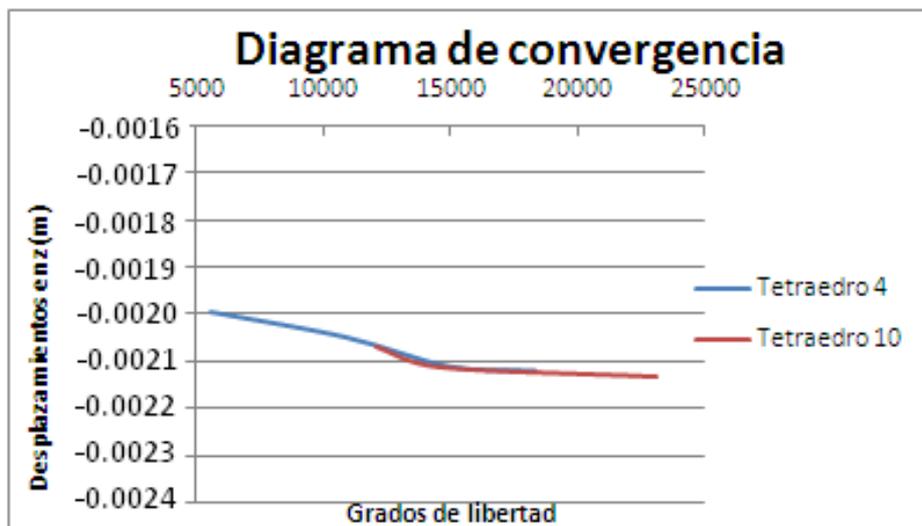


Figura 19: Carga hidrostática



Del mismo modo que en el caso bidimensional, la convergencia del elemento cuadrático (tetraedro 10 nodos) es más rápida que la del triangular. Dicho elemento será el utilizado para representar los desplazamientos y tensiones que se producen en la presa para el caso en que solo actúa el peso propio y el caso en que también actúa el empuje hidrostático. A continuación se muestran los resultados obtenidos.

- **Peso propio**

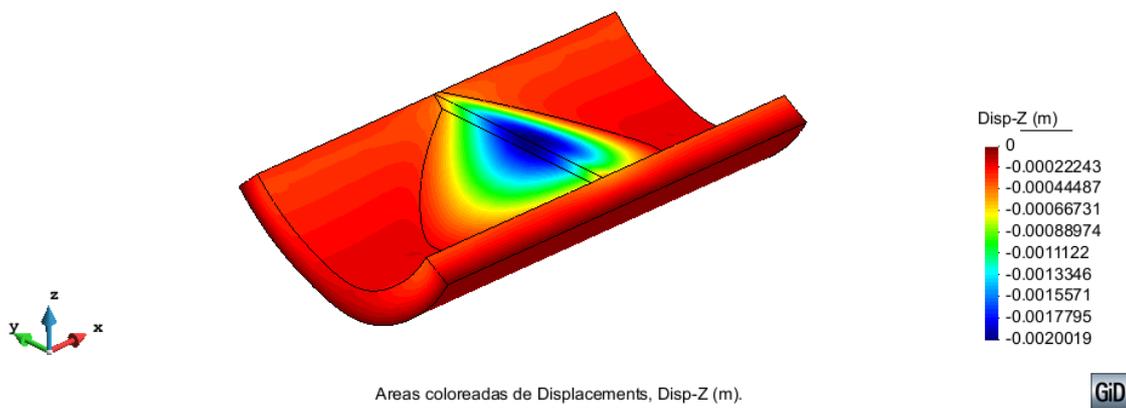
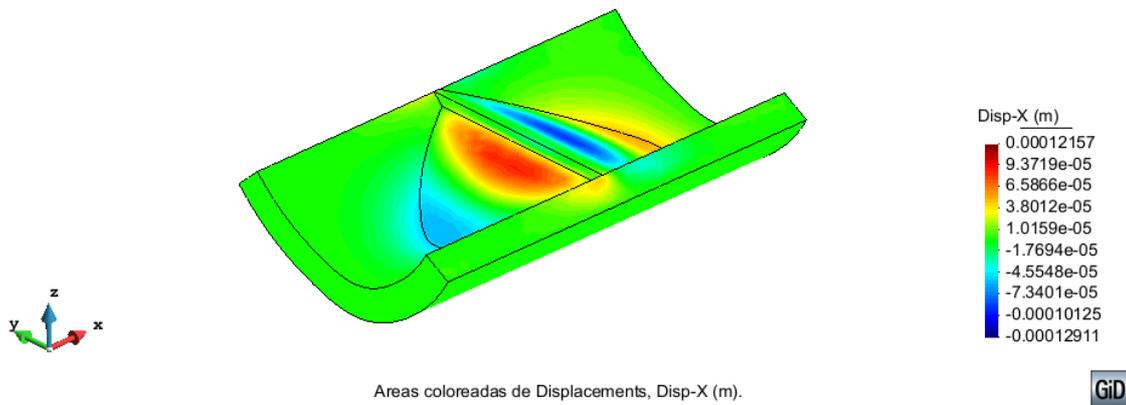


Figura 20: Desplazamientos sin agua

Se puede ver como los desplazamientos máximos se dan en la coronación siendo éstos únicamente de 2mm. El hecho de tener una importante masa de hormigón hace que los movimientos verticales (dirección z) sean mucho mayores que en dirección transversal puesto que será mucho más difícil desplazar la masa en esa dirección.

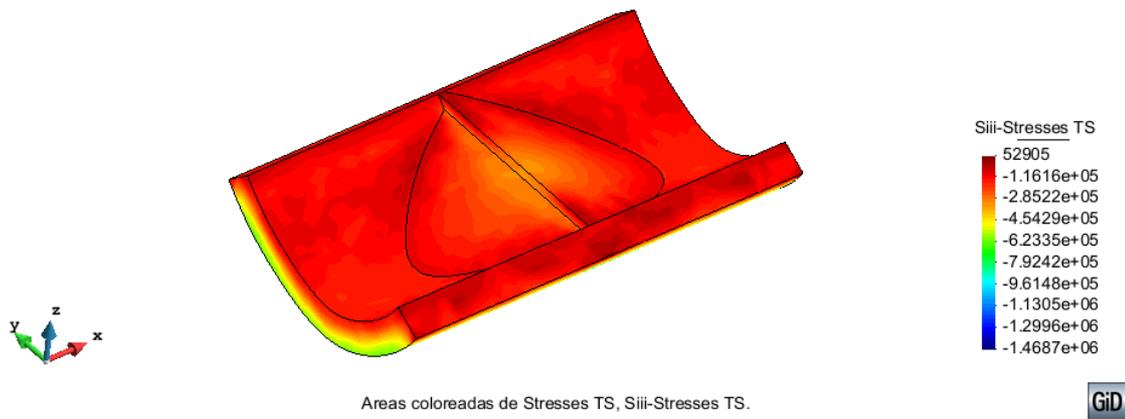
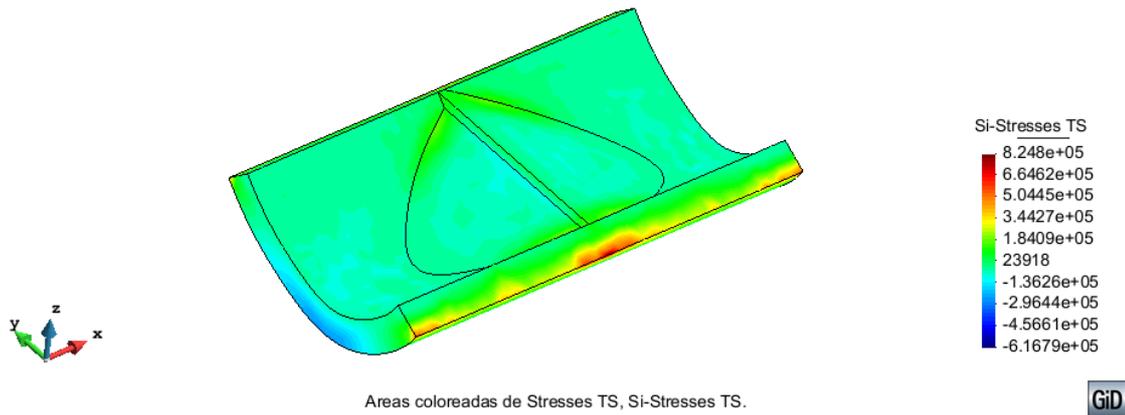


Figura 21: Tensiones principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_3$  sin agua

En cuanto a las tensiones principales se observa que las tracciones máximas se dan sobre el terreno y no sobre la presa. Otro aspecto que se observa es que la presa trabaja a compresión debido a sus características tanto geométricas como de material.

• **Peso propio y empuje hidrostático**

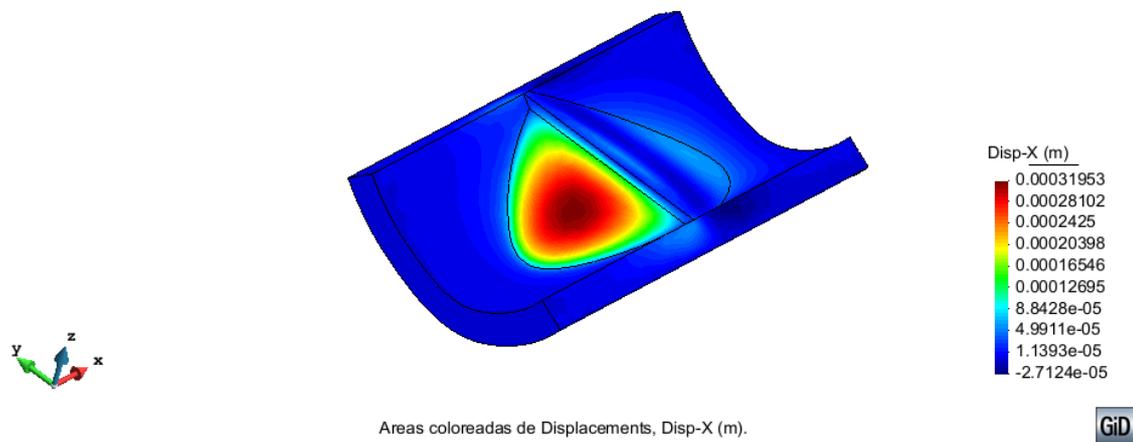


Figura 22: Desplazamientos en x con agua

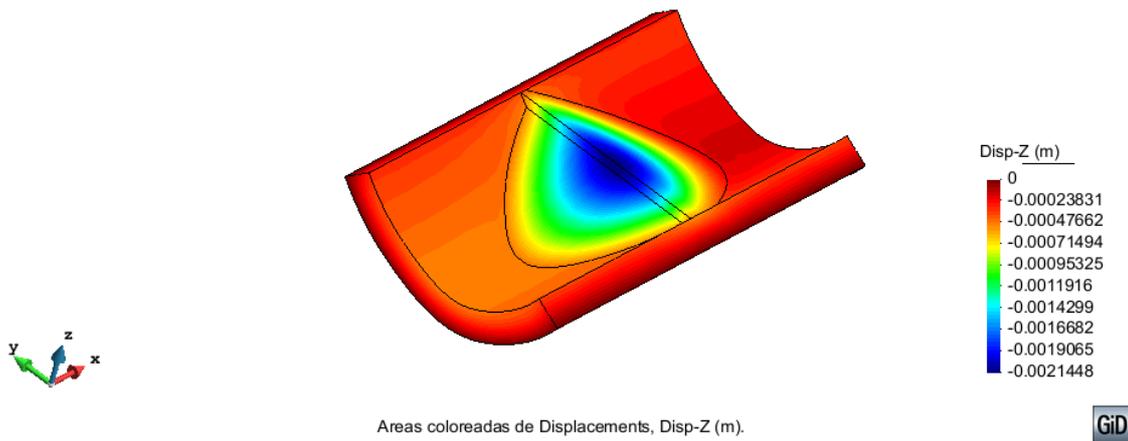


Figura 23: Desplazamientos en z con agua

Se puede ver como los desplazamientos longitudinales aumentan en el paramento expuesto al agua, aunque de todos modos se pasa de 0,1mm sin agua a sólo 0,3mm con agua. Por su parte los desplazamientos verticales también aumentan pero de manera casi despreciable. Cabe decir que ambos desplazamientos se concentran más en la cara expuesta al empuje del agua como era de esperar.

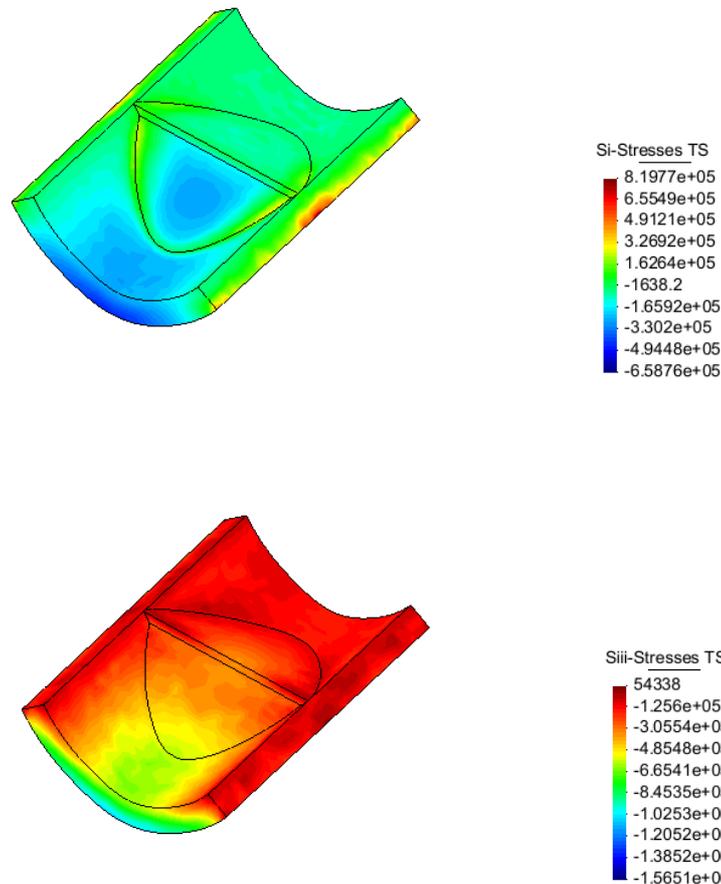


Figura 24: Tensiones principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_3$  con agua

Por lo que respecta a las tensiones se puede ver como el valor máximo de las tracciones es de 0,82MPa y por tanto cumplimos la limitación de 2MPa de máximo. Éstas se encuentran concentradas en la unión presa-terreno y en mayor medida en el terreno como ocurría en el análisis bidimensional, por lo que no tendremos ningún problema de seguridad en la presa. En cuanto a las compresiones vemos que en general la presa trabaja a compresión como pasaba en el caso de peso propio, comportamiento esperable para la geometría y materiales dados.

## 5. Conclusiones

Con la realización del trabajo se ha podido ver cómo el análisis de un sólido tridimensional se puede reducir a 2 dimensiones, resultando dicho análisis más sencillo debido a las simplificaciones que se aplican a las condiciones de contorno.

En el estudio bidimensional hemos podido estudiar más en profundidad las zonas críticas mediante el refinamiento de la malla, ya que este hecho no implicaba un elevado coste computacional. Por otra parte, la reducción a dos dimensiones de las cargas no refleja bien la realidad ya que no considera las ondulaciones del terreno y demás simplificaciones introducidas para realizar el estudio bidimensional.

Puesto que las tensiones que se querían evaluar eran las que se producían en la presa podemos decir que la reducción a 2 dimensiones ha sido una buena actuación de cara a dimensionar la presa, ya que después al hacer el estudio tridimensional hemos visto que se seguían cumpliendo los requisitos impuestos por el enunciado.

Como último comentario, decir que las pendientes proporcionadas por el enunciado son más propias de una presa de tierras que no de una presa de hormigón; al ser las mínimas tan tendidas nos ha salido una presa con una base superior a 200 metros. Debido a esta configuración y ser la presa de hormigón se tenía mucho peso propio, por lo que el empuje del agua apenas ha afectado a su comportamiento, no obstante no sería recomendable construir una presa de estas características por el elevado coste de tan alta cantidad de hormigón a verter.