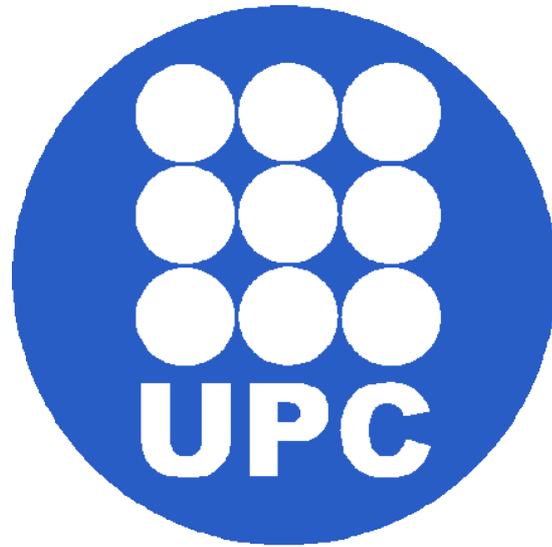


***Universidad Politécnica de Cataluña***

*Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona  
Departamento de Resistencia de Materiales y Estructuras en la Ingeniería*

**Master Ingeniería Estructural y de la Construcción**  
*Ingeniería de Estructuras*

**Proyecto  
Final**



---

**Los problemas prácticos a solucionar son: una presa de gravedad de Hormigón (S-05) y una presa de geometría contrafuertes (S-32)**

**Prof.:** Eugenio Oñate Ibáñez de Navarra  
Miguel Ángel Celigueta Jordana  
Francisco Zarate Araiza  
Daniel Di Capua  
Pavel Ryzhakov

**Elaborado por:** Frandith Bhisma Rodríguez Santana

Junio 2015

## Contenido

1. Introducción	2
2. Objetivos	2
3. <u>Problema presa de gravedad (S-05)</u>	3
a) Etapa del preproceso	4
b) Geometría	4
c) Condiciones de contorno	4
d) Cargas	5
e) Materiales	5
f) Mallado	6
4. Etapa de proceso	7
5. Etapa de posproceso	7
g) Caso 1. Resultados de análisis presa solo peso propio	8
h) Caso 2. Analisis presa peso propio+carga hidrostática a 77mt de altura	10
6. <u>Análisis del modelo en 3D (S-05)</u>	13
i) Etapa del preproceso	13
j) Geometría	13
k) Condiciones de contorno	13
l) Cargas	14
m) Materiales	14
n) Mallado	15
7. Etapa de proceso	15
8. Etapa de posproceso	16
o) Caso 2. Analisis presa peso propio+carga hidrostática a 77mt de altura	18
<b>p) Conclusión y descripción de los métodos teóricos utilizados para solución del problema.</b>	20
9. <u>Problema presa con geometría de contrafuertes (S-32)</u>	21
q) Etapa del preproceso	22
r) Geometría	22
s) Condiciones de contorno	22
t) Cargas	23
u) Materiales	23
v) Mallado	24
10. Etapa de proceso	25
11. Etapa de posproceso	25
w) Caso 1. Resultados de análisis presa solo peso propio	26
x) Caso 2. Analisis presa peso propio+carga hidrostática a 46mt de altura	28
12. <u>Análisis del modelo en 3D (S-32)</u>	30
y) Etapa del preproceso	30
z) Geometría	30
aa) Condiciones de contorno	30
bb) Cargas	31
cc) Materiales	31
dd) Mallado	32
13. Etapa de proceso	32
14. Etapa de posproceso	33
ee) Caso 2. Analisis presa peso propio+carga hidrostática a 46mt de altura	35
<b>ff) Conclusión y descripción de los métodos teóricos utilizados para solución del problema.</b>	37

## 1. Introducción

Actualmente el método de elementos finitos ha adquirido una gran importancia en la solución de problemas ingenieriles, físicos, etc., ya que permite resolver casos que hasta hace poco tiempo eran prácticamente imposibles de resolver por métodos matemáticos tradicionales. Esta circunstancia obligaba a realizar prototipos, ensayarlos e ir realizando mejoras de forma iterativa, lo que traía consigo un elevado coste tanto económico como en tiempo de desarrollo.

El MEF permite realizar un modelo matemático de cálculo del sistema real, más fácil y económico de modificar que un prototipo. Sin embargo no deja de ser un método aproximado de cálculo debido a las hipótesis básicas del método. Los prototipos, por lo tanto, siguen siendo necesarios, pero en menor número, ya que el primero puede acercarse bastante más al diseño óptimo.

En el caso específico del presente trabajo se aplicara este criterio a presas de gravedad y presas de hormigón pero con geometría transversal de contrafuertes, lo que permitirá realizarla a través de un análisis de deformación plana, con los modelos de 2D y 3D de las hipótesis que permitirán realizar los problemas. Primeramente la hipótesis de deformación plana para el caso del análisis en 2D, ya que según esta hipótesis permite analizar la sección de un elemento donde su longitud es bastante larga y relativamente constante, este criterio se aplicara para el caso de la presa de gravedad y de geometría de contrafuertes. La hipótesis de solidos de 3D podrá aplicarse para los análisis tridimensionales de las dos presas, tanto para la presa de gravedad como para la de contrafuertes.

## 2. Objetivos

El objetivo de este proyecto es aplicar los conocimientos prácticos y teóricos, para resolver los problemas dados anteriormente, para la presa de gravedad y para la presa de contrafuertes. Con esto se cumplirán:

- Que las tracciones máximas en cualquier punto de la presa de gravedad no sobrepasen 1 Mpa (para condición de peso propio y peso propio+empuje hidrostático).
- Que las tracciones máximas en cualquier punto de la presa de contrafuertes no sobrepasen 1 Mpa (para condición de peso propio y peso propio+empuje hidrostático).

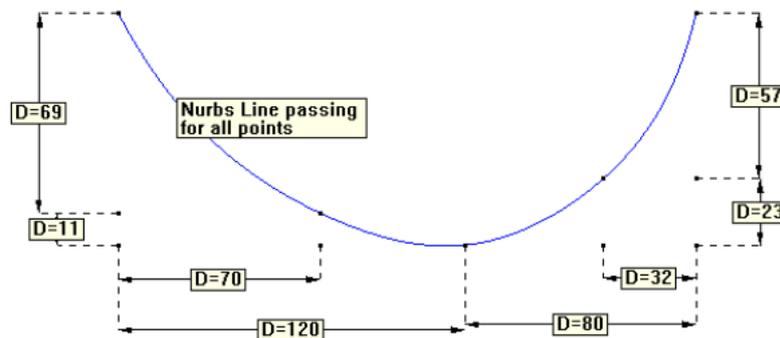
## Presa problema (S-05)

Dimensionar y calcular una presa de gravedad de hormigón de 80 m de altura. La anchura en coronación debe ser de 6 m. con las restricciones geométricas que se indican.

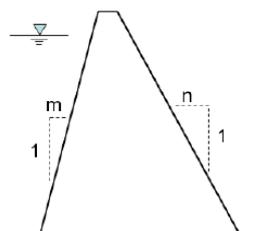
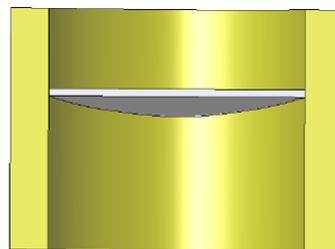
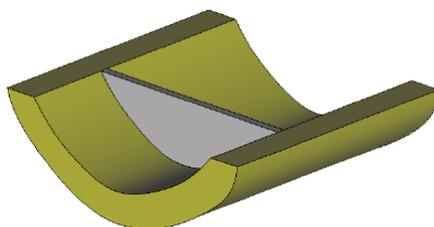
Realizar el proyecto mediante un análisis bidimensional y posteriormente en 3D para verificar el diseño utilizando en ambos casos las siguientes hipótesis:

- 1) Las tracciones máximas en cualquier punto de la presa no deben superar 1 MPa
- 2) El peso específico del hormigón es de 25000 N/m<sup>3</sup> y del terreno es de 20000 N/m<sup>3</sup>
- 3) El Modulo de elasticidad del hormigón a usar es de 22 G N/m<sup>2</sup> y el coeficiente de poisson es de 0,20
- 4) Base empotrada en el terreno
- 5) Cimentación en terreno homogéneo. Módulo de elasticidad: 37 G N/m<sup>2</sup> y coeficiente de poisson 0,30.
- 6) Cargas actuantes:
  - a) Peso propio
  - b) Peso propio + empuje hidrostático en presa y cimentación (altura del agua 77 metros)

El perfil del emplazamiento es el que se muestra:



La sección del terreno tiene un ancho de 30 metros y un desarrollo de 200 metros.



$$\begin{aligned} 0,0 < m < 0,2 \\ 0,7 < n < 0,9 \\ 0,75 < m + n < 1,00 \end{aligned}$$

Primeramente se analizara el problema en 2D y satisfacer las necesidades antes exigidas.

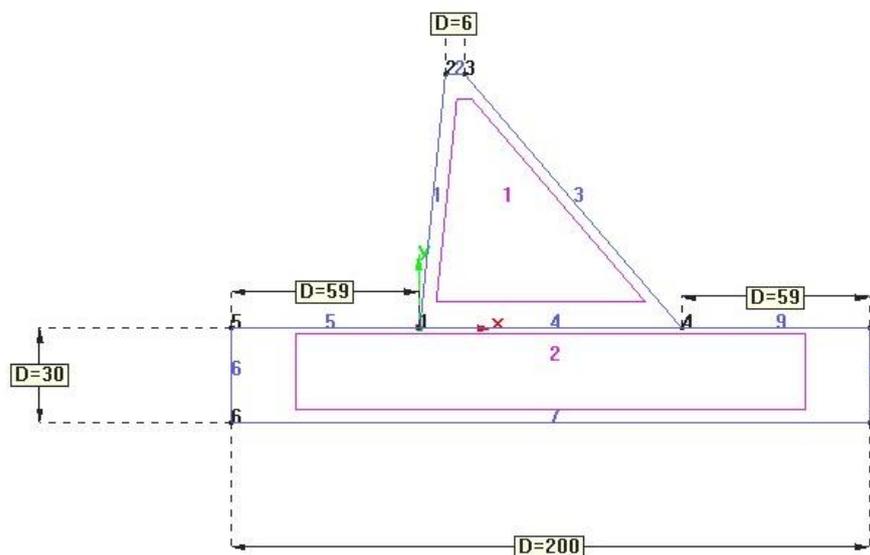
Para este análisis se escogió el programa GID con RAM series. Se analizara la presa bajo la **hipótesis de deformación plana 2D**.

### **Etapa de pre proceso:**

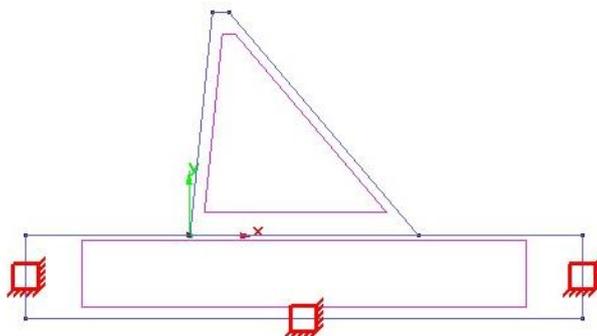
Se definirán cada uno de los aspectos que conforman esta etapa.

#### 1-geometria.

Se define de acuerdo a lo especificado en el enunciado. La geometría escogida de acuerdo a los taludes fue  $M = 0.1$  y  $N=0.85$



#### 2-condiciones de contorno.

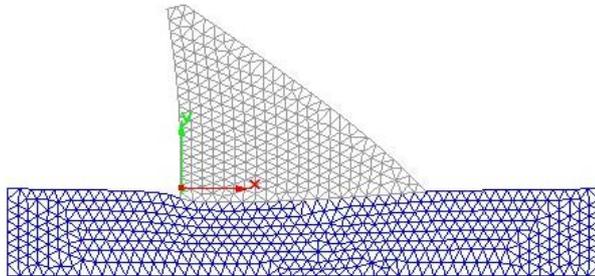


Se empotra la base en el terreno para restringir los desplazamientos, de acuerdo al enunciado.

### 3-Cargas. (Solo peso propio)

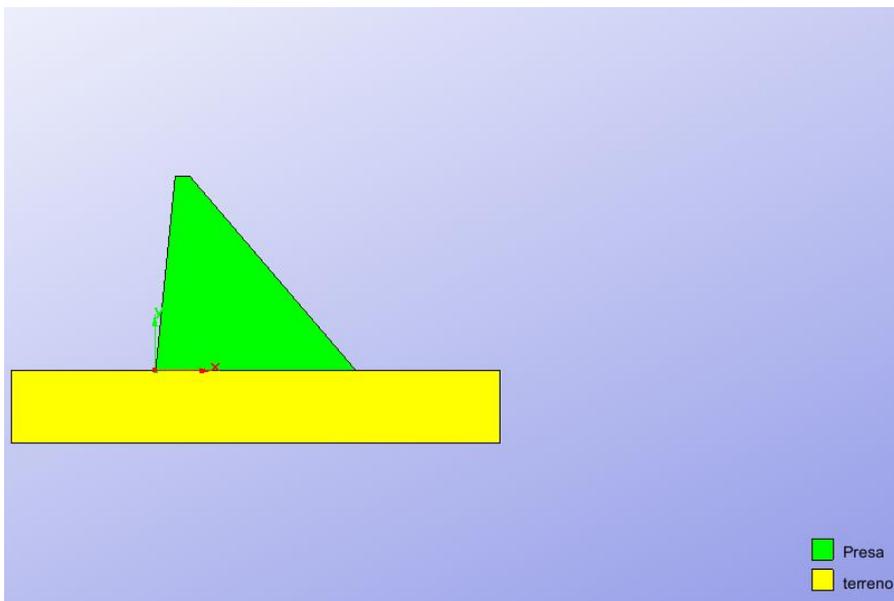
En primer lugar se aplicaran las cargas solo por peso propio (PP).

Caso a) peso propio.



Deformación ( x4576.23): Displacements de Load Case, step 1.

### 4- materiales



Los materiales utilizados fueron:

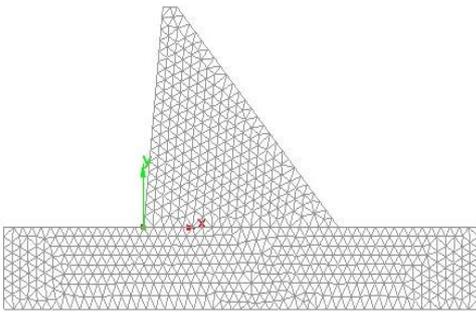
En presa: Young=22e9 N/M2, poisson=0.2 y peso=25,000 N/m3

En terreno: Young=37e9 N/M2, poisson=0.3 y peso=20,000 N/m3

## 5-Mallado

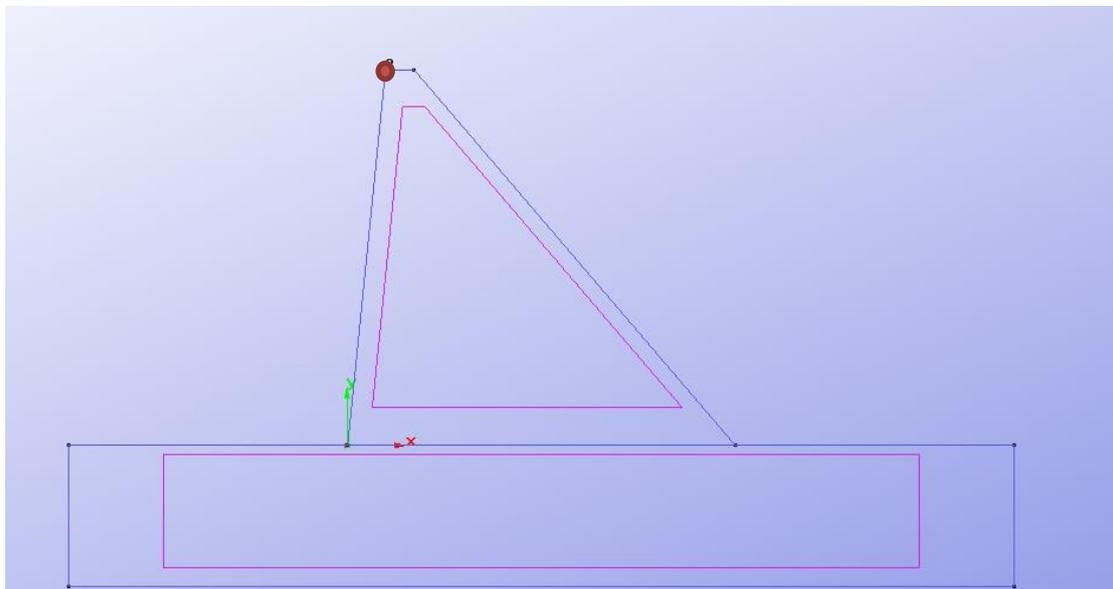
Para elegir el tipo de elemento el método a utilizar es realizar un análisis de convergencia hasta determinar mediante un proceso de refinamiento cual aproxima mejor la solución del problema.

En este caso se utilizaran el elemento triangular de 3 nodos debido a la geometría del problema, este es el elemento adecuado para geometrías complejas y ofrecen buenos resultados, aunque pudieron utilizarse también elementos triangulares cuadráticos.



Para elegir la malla primero se irá haciendo un análisis de convergencia con el desplazamiento máximo en el eje "X". Se tendrá en cuenta el peso propio solamente, ya que en este lo que importa es encontrar convergencia.

En la siguiente figura se muestra el punto utilizado para realizar el análisis de convergencia de la malla, se utilizan los desplazamientos porque convergen más rápido hacia la solución exacta que los esfuerzos.

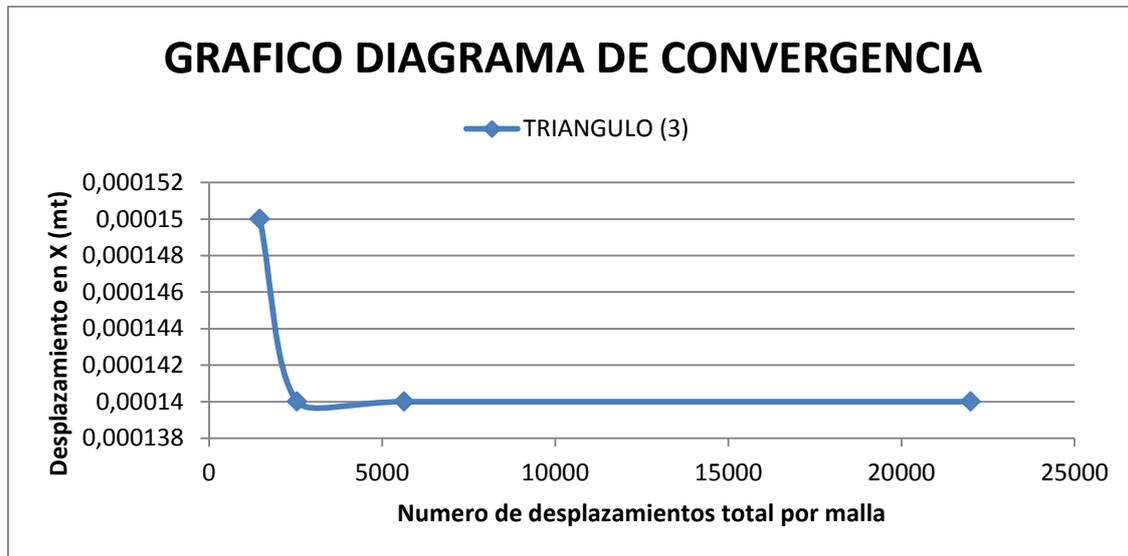


*Punto de referencia para observar desplazamientos.*

### Etapa de proceso:

En esta etapa a continuación se muestra el diagrama de convergencia con respecto al desplazamiento en X para determinar la solución y encontrar el valor exacto de las tensiones máximas buscadas (1mpa).

PRESA DE GRAVEDAD VACIA (DIAGRAMA DE CONVERGENCIA)					
DESPLAZAMIENTOS VS TAMANO DE MALLA					
Malla	5m	4m	3m	2m	1m
Despl.(x)	$\Delta X$ (m)				
TRIANGULO (3)	0,00015	0,00015	0,00014	0,00014	0,00014
Grados de libertad	980	1468	2548	5634	22002



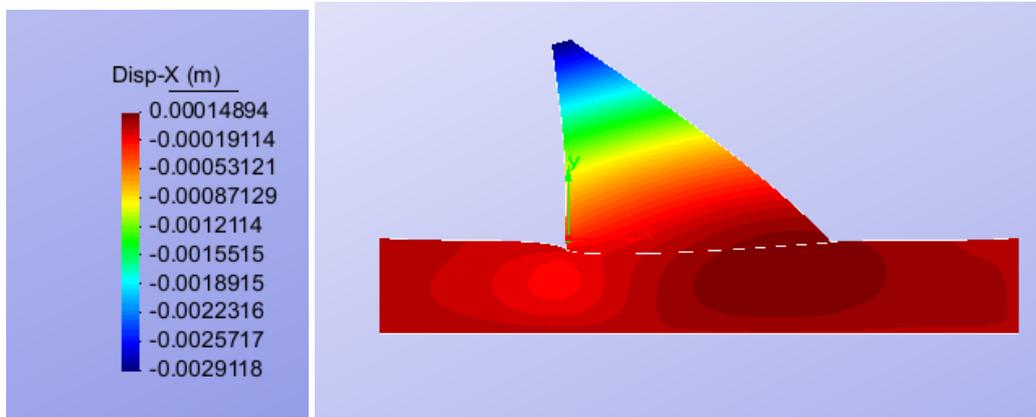
La tabla anterior muestra la convergencia, esta llega de manera rápida (convergiendo a un valor  $X = 0.00014m$ ). Realizando una corrida y considerando solamente el peso propio de se aprecia que a medida que se disminuía el tipo de mallado el valor de la solución se acerca a el valor exacto.

### Etapa de postproceso:

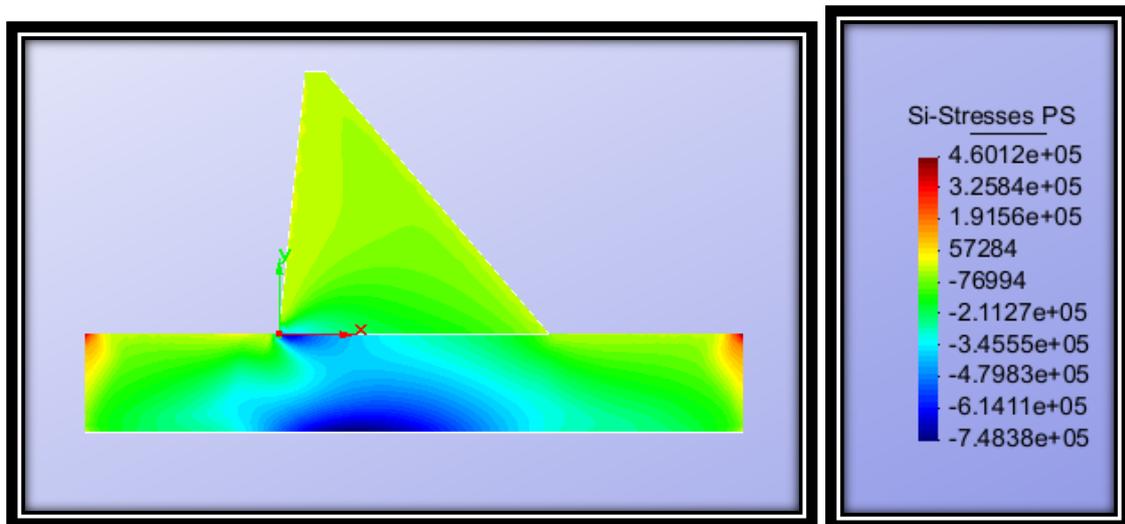
A continuación se muestra el análisis y la descripción de los resultados, donde como se ha especificado anteriormente, estos valores principalmente se observara que las tracciones máximas en cualquier punto de la presa no superen 1 MPA.

## CASO 1

### RESULTADOS DEL ANALISIS PRESA SOLO PESO PROPIO.



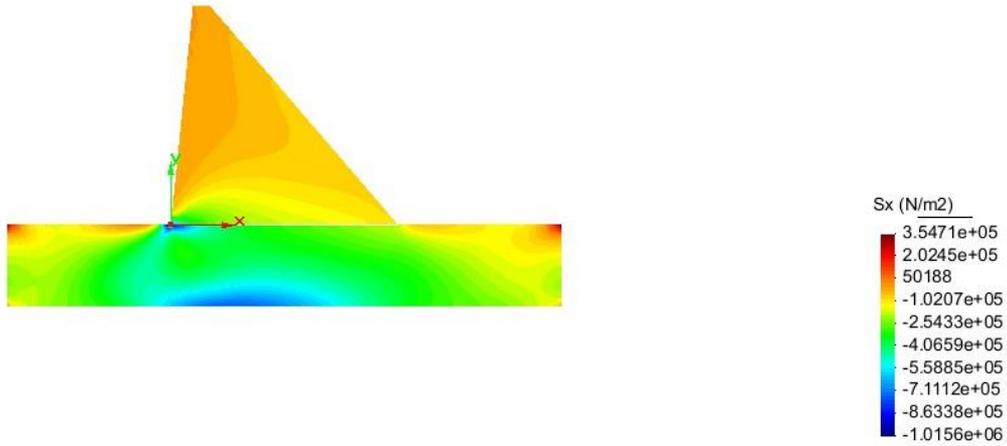
*Desplazamiento en X y deformada de la presa.*



**Tracciones principales Si (N/M2)**

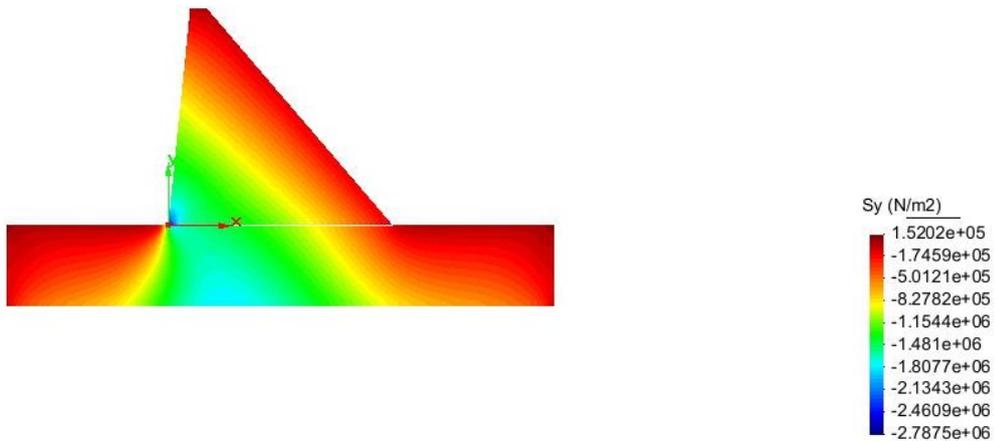
Estas son las tracciones de interés en este problema, como se aprecian claramente, no superan el valor máximo límite de 1mpa en ningún punto de la presa.

Para fines de información también se anexan los valores de los esfuerzos Sx, Sy.



Areas coloreadas de Stresses PS, Sx (N/m2).

*Valores de esfuerzos en Sx.*



Areas coloreadas de Stresses PS, Sy (N/m2).

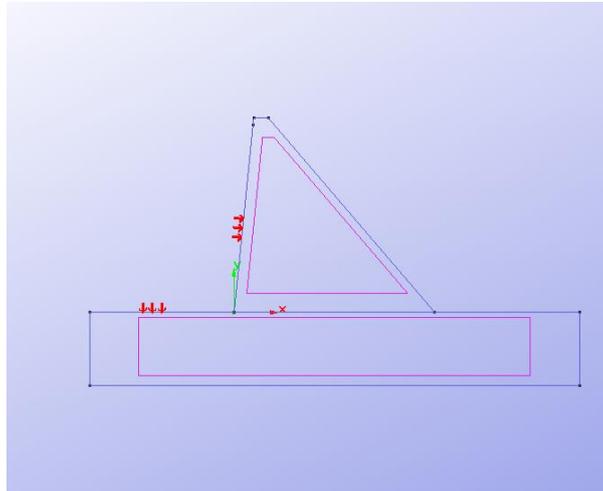
*Valores de esfuerzos en Sy.*

Como se aprecia en los esfuerzos de  $S_x$  y  $S_y$ , específicamente en el caso de  $S_y$  existen compresiones significativas comparadas con el resto de los valores, mostrándose una concentración de tensiones en la zona esperada. Estas concentraciones pueden eliminarse refinando la malla aun mas en esa zona o en la presa.

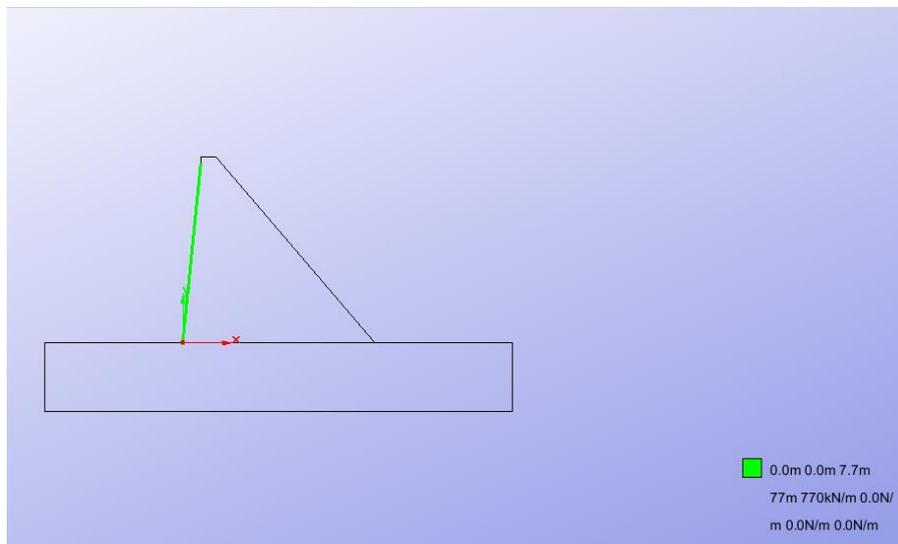
## CASO 2

### ANALISIS PRESA PESO PROPIO + CARGA HIDROSTATICA A 77MT DE ALTURA.

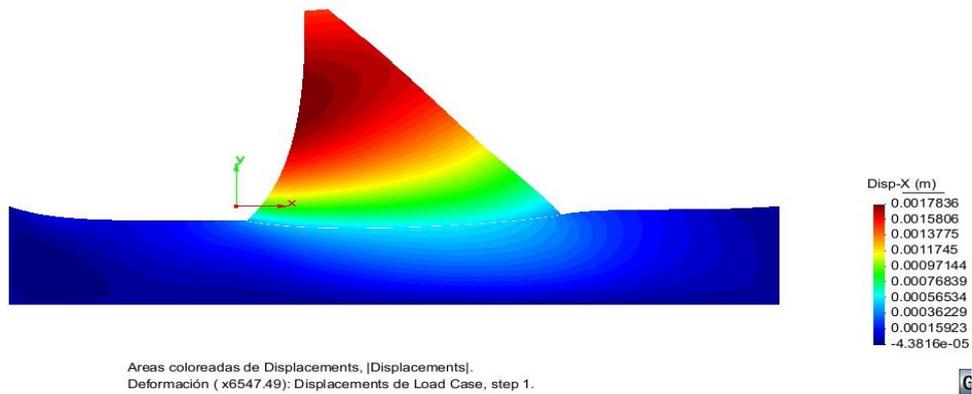
A continuación se especifican los datos que deben agregarse al modelo anterior. En este caso la carga hidrostática en la presa y en el terreno.



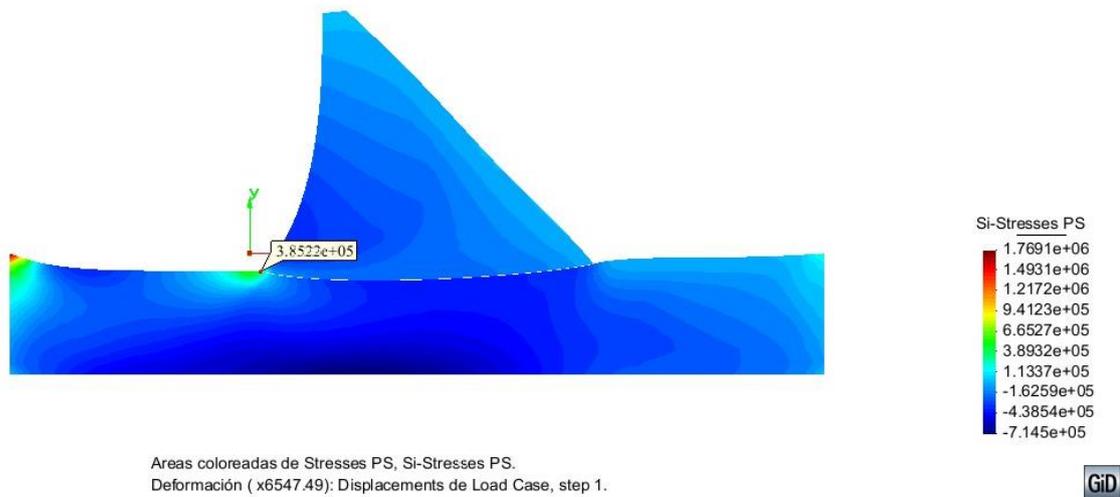
*Carga hidrostática es 770kN/Mt*



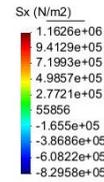
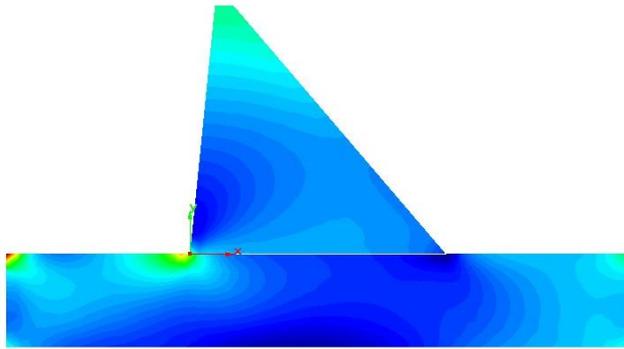
*Carga hidrostática es 770kN/Mt, aplicada tanto al terreno como al paramento vertical de la presa expresada en colores y la altura 77mt.*



*Deformada y valores de los desplazamientos en X con carga hidrostática de 770kN/Mt*

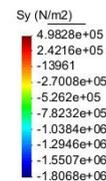
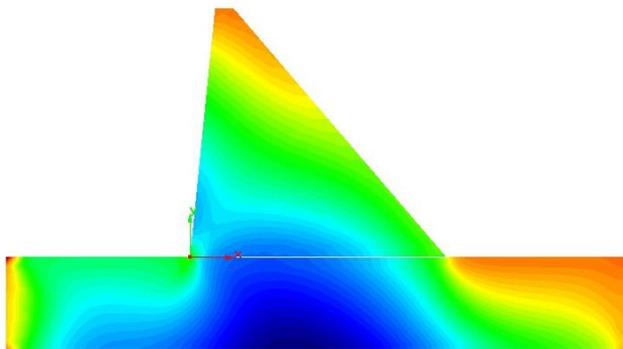


Deformada con respecto a la original caso con peso propio + hidrostática, se presentan valores que superan 1mpa, pero como se indica en el gráfico, en ningún punto de la presa se ve superado. El punto más crítico mostrado en la imagen corresponde a un valor de  $3.85e+05$  en la zona inferior de la presión hidrostática en contacto con la presa. Se aprecia claramente que estos no superan el valor limitado de 1 mpa en ningún punto de la presa. Por otro lado se observan concentración de tensiones debido a la geometría y la acción de la presión hidrostática sobre el terreno y la presa y estos podrían solucionarse, buscando como primera opción refinamiento de la malla.



Imágenes de  $S_x$  y  $S_y$  para mejor comprensión de comportamiento general, se aprecian valores menores a 1mpa en cualquier punto de la presa.

También se nota en la tabla inferior que los desplazamientos en X reducen.



RELACION DE ELEMENTOS (DIAGRAMA DE CONVERGENCIA)					
DESPLAZAMIENTOS VS TAMANO DE MALLA					
Malla	5m	4m	3m	2m	1m
Despl.(x)	$\Delta X$ (m)				
TRIANGULO (3)	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015
Grados de libertad	994	1466	2554	5660	22002

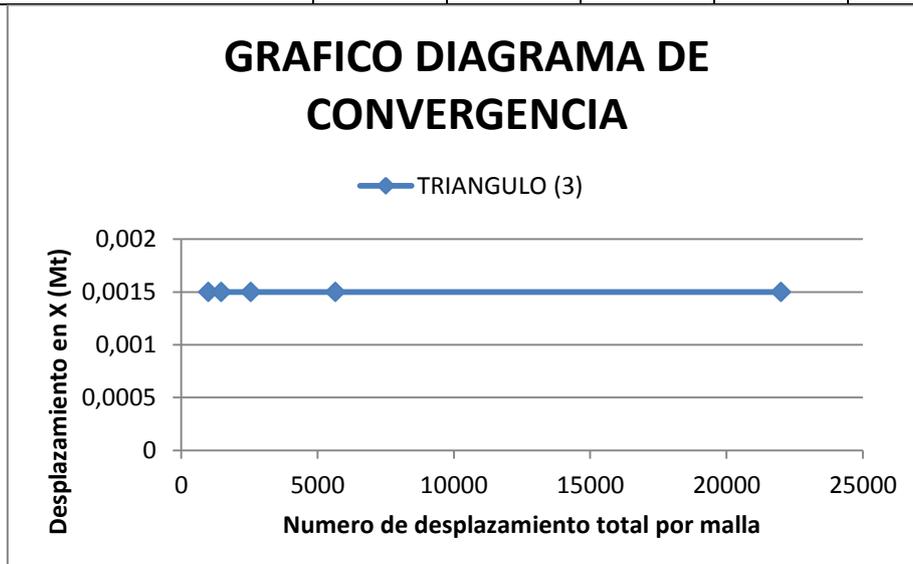


Gráfico de convergencia con los respectivos valores.

## Análisis del modelo en 3D (sólido de 3D).

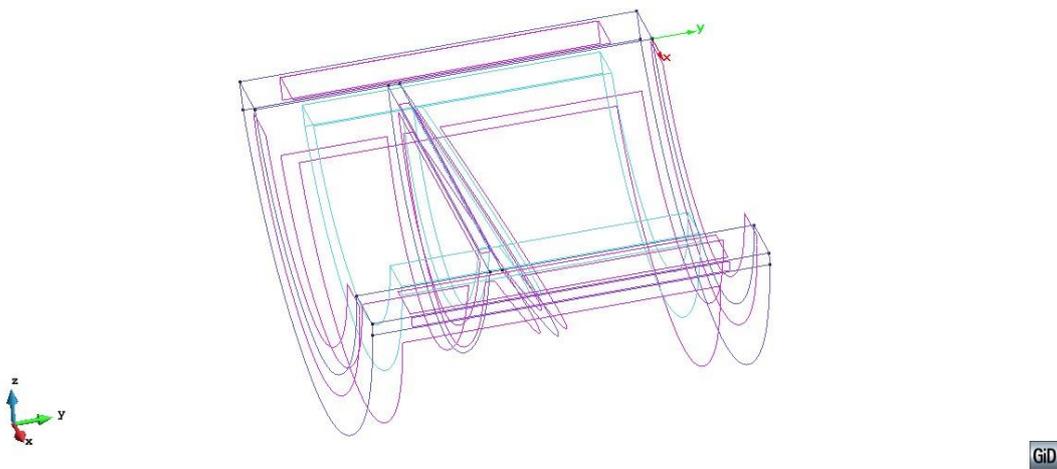
### Caso 1 solo peso propio

Las características geométricas, mecánicas o de cargas en algunas estructuras, no permiten la utilización de modelos simplificados como elasticidad bidimensional, en dicho caso es imperativo considerar la estructura como sólido tridimensional y hacer uso para su análisis de la teoría general de la elasticidad en tres dimensiones. La presa de gravedad, se puede aplicar la elasticidad bidimensional y se comparara con los resultados de un análisis en tres dimensiones.

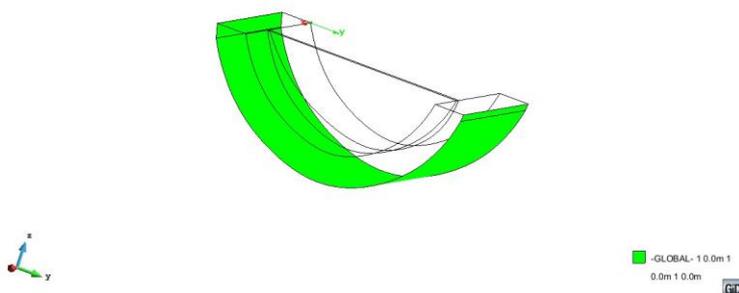
El procedimiento de análisis del modelo 3D es similar al 2D: En el modelo 3D primero se realiza un análisis de convergencia de tensiones y desplazamiento con el fin de determinar el tamaño del modelo de análisis adecuado para una precisión al menos mayor al 95% del valor de convergencia. Con éste modelo se hace la revisión de tensiones que nos permita determina si la estructura cumple con el requerimiento exigido, además de obtener resultados generales de análisis, como desplazamiento, que permiten corroborar que el modelo está correctamente diseñado. Una vez definida la geometría se giran los ejes.

#### Etapa de pre proceso:

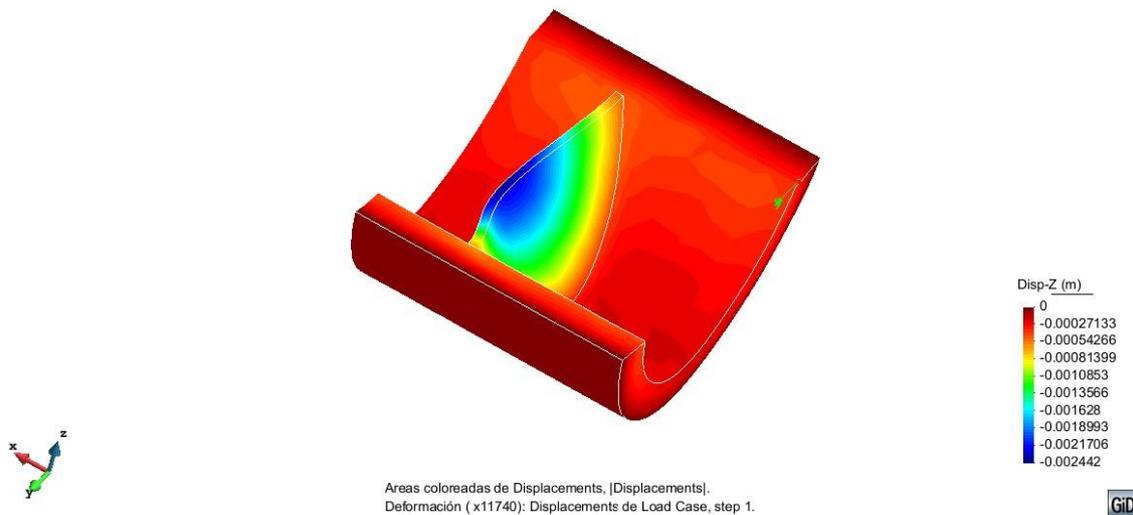
##### 1-geometria.



##### 2-condiciones de contorno.

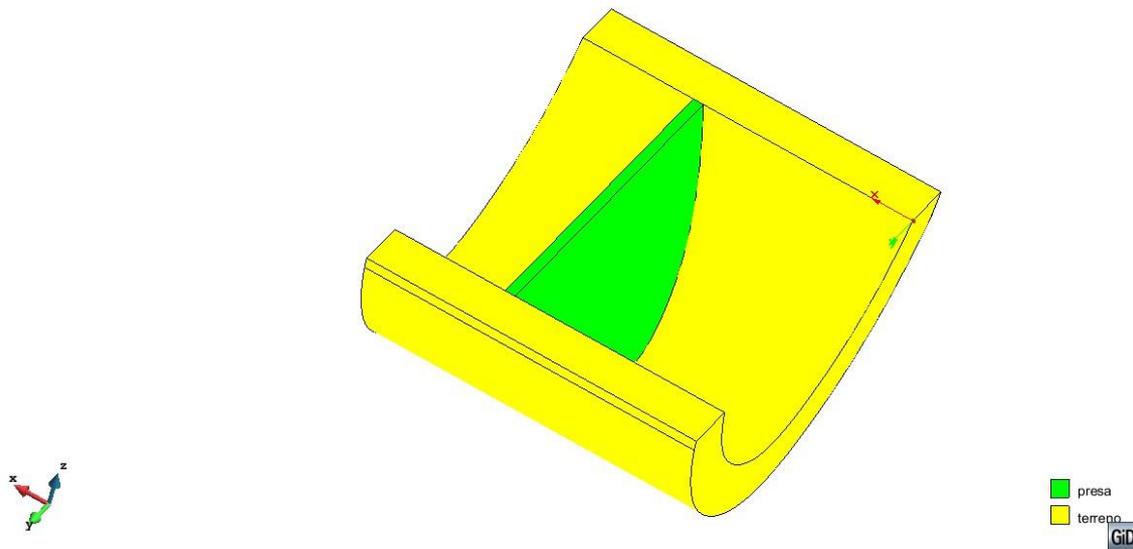


### 3-Cargas. (Solo peso propio)



*Deformada debido a la carga de peso propio y valores del desplazamiento en Z.*

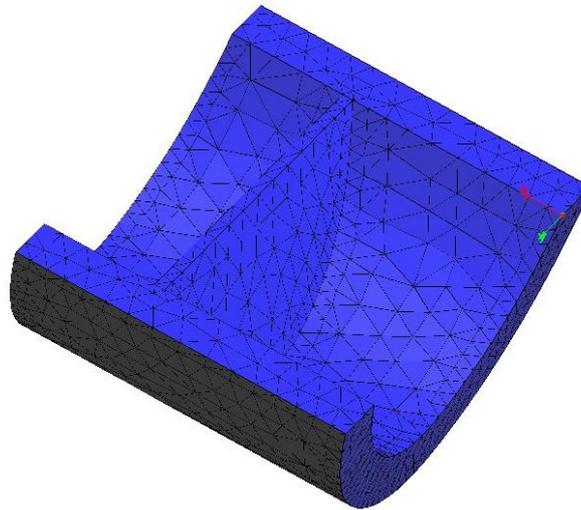
### 4- materiales



*Se definen las propiedades de los materiales iguales a los del problema en 2D. Presa: Young=22e9 N/M2, poisson=0.2 y peso=25,000 N/m3 Terreno: Young=37e9 N/M2, poisson=0.3 y peso=20,000 N/m3.*

## 5-Mallado

El tipo de mallado seleccionado fue de elementos tetraédricos, ya que es el elemento más sencillo para análisis y para este tipo de problema y la geometría se adapta bien.

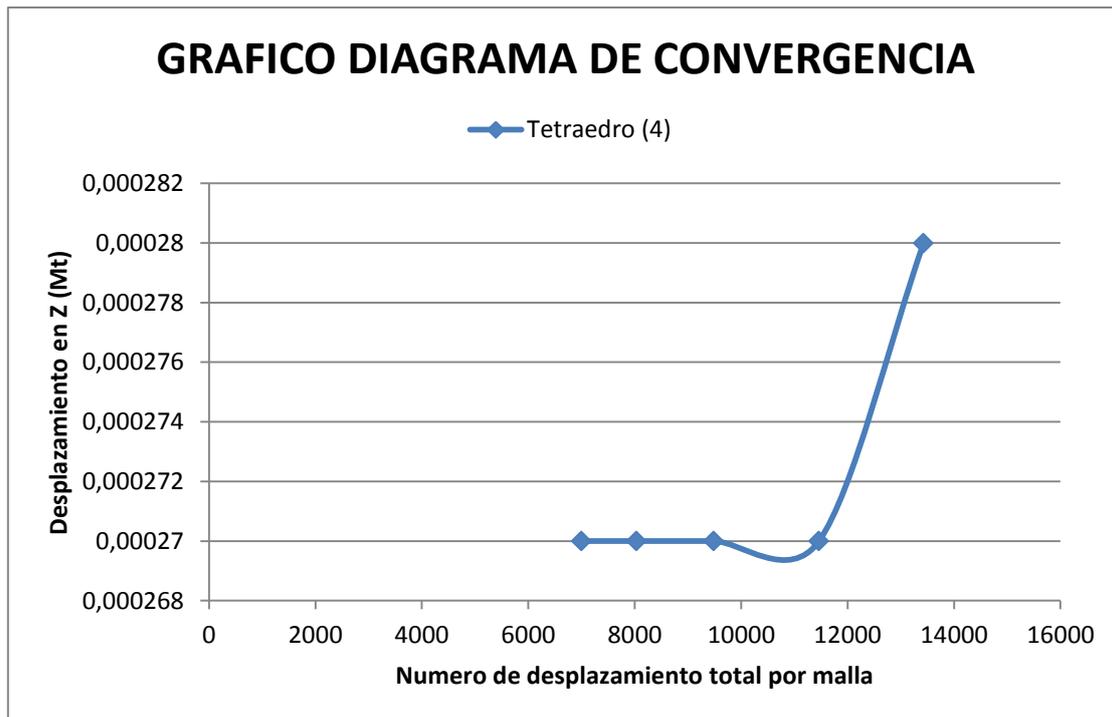


### **Etapas de proceso:**

En esta etapa, al igual que en el análisis de 2D se considera un análisis de convergencia con respecto al desplazamiento en este caso en Z, para determinar la solución y encontrar el valor exacto de las tensiones máximas buscadas, también se podría utilizar un diagrama de convergencia para determinar la solución exacta de las tensiones y no superar el valor como parámetro (1mpa).

<b>RELACION DE ELEMENTOS (DIAGRAMA DE CONVERGENCIA)</b>					
<b>DESPLAZAMIENTOS VS TAMANO DE MALLA</b>					
<b>Malla</b>	<b>15m</b>	<b>14</b>	<b>13</b>	<b>12</b>	<b>11</b>
<b>Despl.(z)</b>	<b><math>\Delta z</math> (m)</b>				
<b>Tetraedro (4)</b>	0,00027	0,00027	0,00027	0,00027	0,00028
<b>Grados de libertad</b>	6996	8031	9486	11463	13428
<b>Tracciones máximas</b>	8,71E+05	8,65E+05	8,74E+05	8,80E+05	9,00E+05

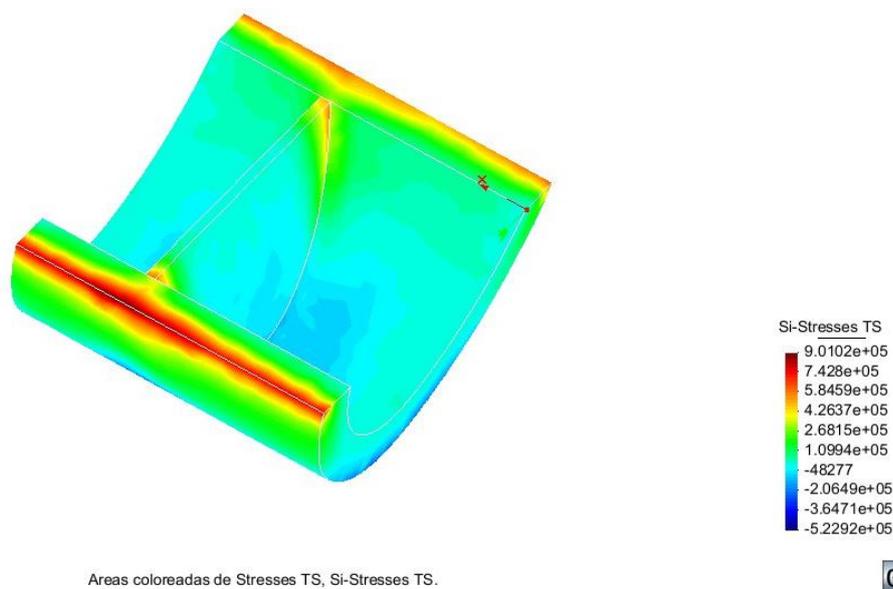
En la tabla anterior se muestra la relación de los desplazamientos con las tracciones máximas, buscando una convergencia a la solución exacta, en la que los dos valores convergieron. Si se hubieran usado elementos tetraedros cuadráticos es muy posible que hubieran convergido mucho más rápido. A continuación el grafico de convergencia que muestra la relación de los desplazamientos con los grados de libertad del sólido.



*Convergencia de los tetraedros.*

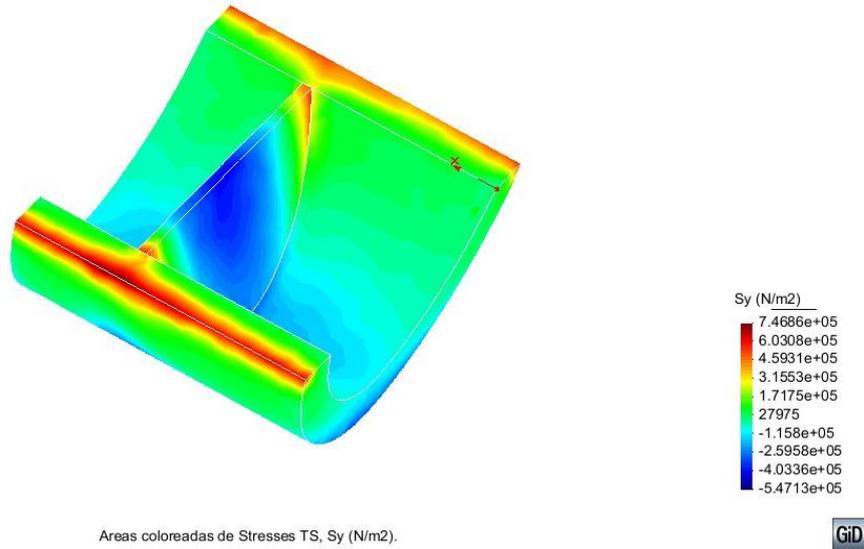
**Etapa de postproceso:**

A continuación se muestra el análisis y la descripción de los resultados, donde como se ha especificado anteriormente, estos valores principalmente se observara que las tracciones máximas en cualquier punto de la presa no superen 1 MPA.

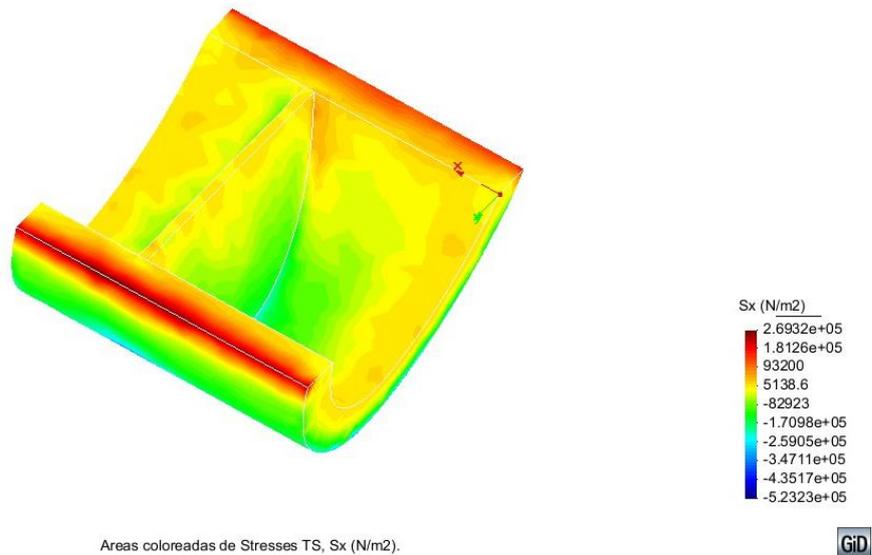


Se aprecian que los valores de las tensiones máximas para el caso del peso propio no superan 1mpa, cumpliendo con el requisito anteriormente propuesto.

Para confirmación también y a modo de información, se presentan a continuación los valores obtenidos en los esfuerzos  $S_x$  y  $S_y$ , los cuales tampoco superan el valor de 1mpa en las tracciones en ningún punto de la presa.



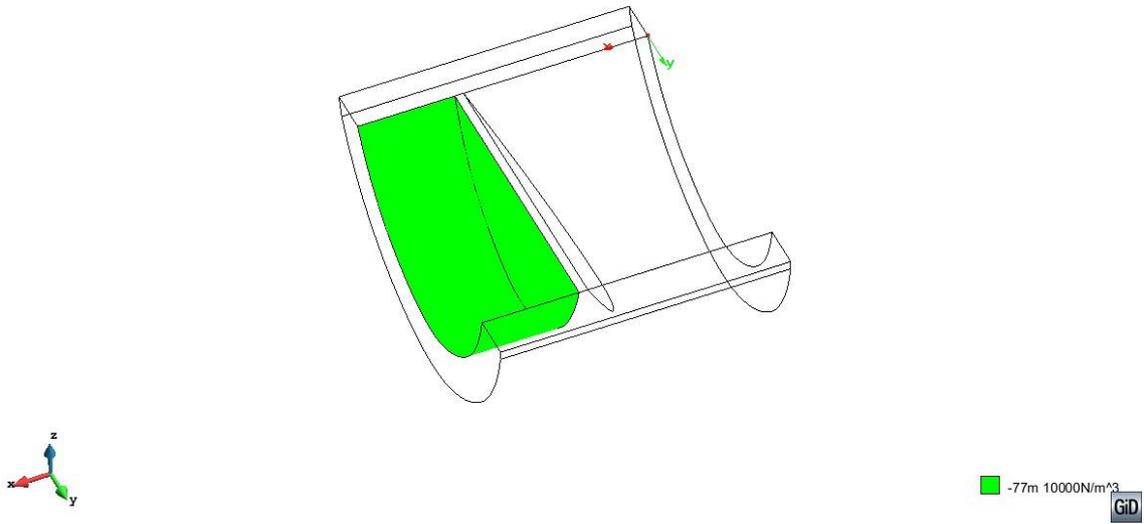
*Valores de  $S_y$ . Tracciones menores a 1mpa.*



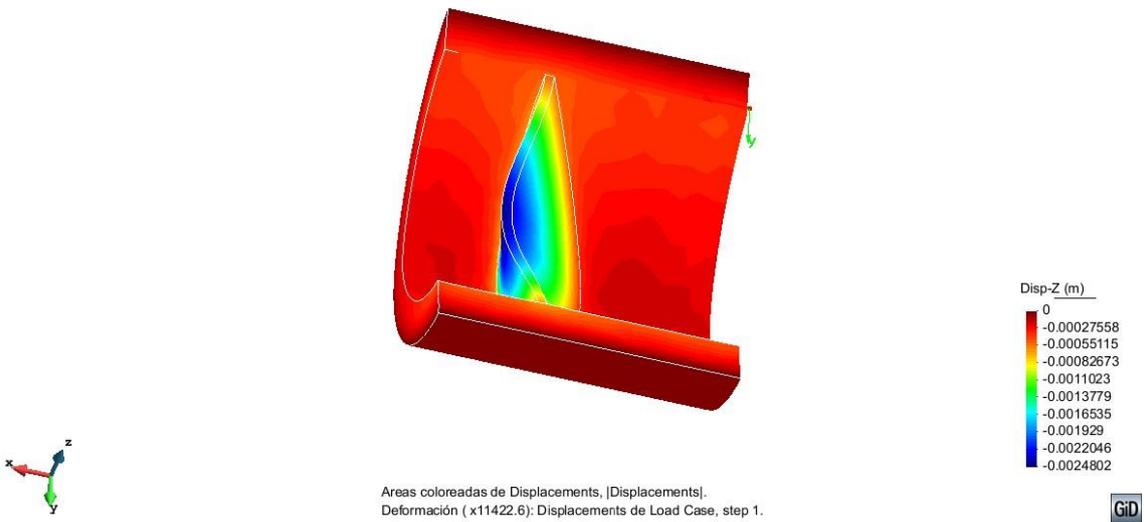
*Valores de  $S_x$ . Tracciones menores a 1mpa.*

## CASO 2

### ANALISIS PRESA PESO PROPIO + CARGA HIDROSTATICA A 77MT DE ALTURA.

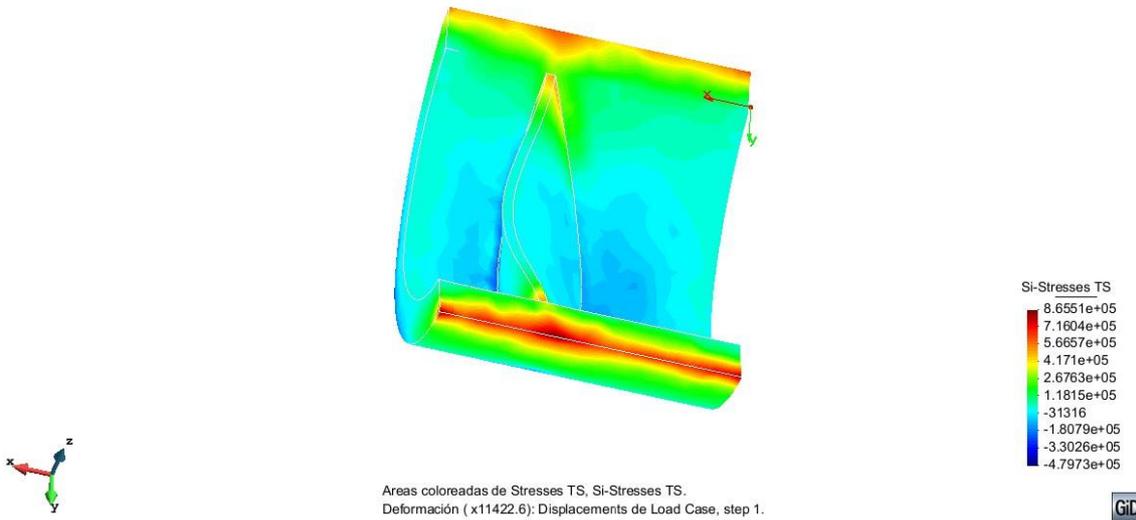


*Carga hidrostática en terreno y presa.*

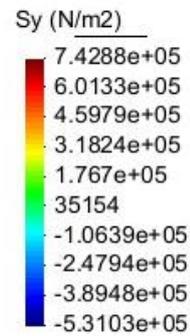
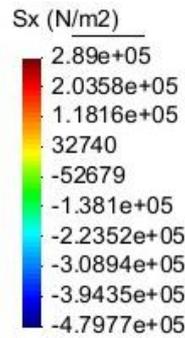


*Deformada con carga hidrostática y desplazamiento en z.*

Este modelo presenta también que para la presa con el caso de la carga de peso propio + la carga hidrostática, sigue manteniendo las propiedades del análisis en 2D, donde las tracciones principales en cualquier punto de la presa no superan el valor de 1 mpa.



### Tracciones principales SI.



Valores de Sx y Sy los cuales tampoco superan el valor de 1mpa para el caso de la presa con carga hidrostática y peso propio.

## **Conclusión y descripción de los métodos teóricos utilizados para solución del problema (S-05) (presa de gravedad 2D y 3D)**

### **Descripción del método utilizado.**

Como se ha mencionado con anterioridad para este tipo de problema, el análisis fue basado en la teoría de elasticidad bidimensional, hipótesis de deformación plana en el caso de 2D y sólidos tridimensionales para el caso de la presa en 3D. En cuanto a los elementos finitos utilizados, este análisis fue realizado para elementos sencillos (no cuadráticos en ambos casos), dígame elementos triangulares de 3 nodos para el análisis en 2D y elementos tetraédricos de 4 nodos para el análisis en 3D, esto porque permiten mejor adaptación a la geometría del sólido considerado y además ofrecen mayor sencillez y rapidez en el cálculo aunque tardan un poco más en mostrar la convergencia hacia la solución exacta.

Por otro lado la convergencia mostrada se buscó en base a los desplazamientos en un punto determinado, esto porque los desplazamientos tienden a converger mucho más rápido que los esfuerzos. Aun así se buscó establecer el comportamiento de los esfuerzos mostrados en las tablas y se buscó obtener al menos un 95 % de convergencia.

Se buscó obtener los valores de las tracciones máximas en cualquier punto de la presa, donde se observó que ningún valor supero el limitante de 1Mpa, estas revisiones se hicieron con las tensiones principales ya que estas representan mejor el comportamiento real del material. Por otro lado se pudieron observar importantes concentraciones de tensiones en las esquinas del terreno por cuestiones geométricas y un poco de ellas también en la parte inferior de la presa en contacto con la presión hidrostática.

### **Conclusiones**

Para las pendientes escogidas  $n$  y  $m$  el comportamiento de la presa en el análisis tanto en 2D como en 3D fue el esperado y pudo cumplir con la condición de las tracciones máximas menores a 1mpa.

Se observó que los desplazamientos resultaron más eficientes para la convergencia, pues se dirigían a la solución exacta más rápido que las tensiones.

Se puede concluir que al momento de analizar una presa se puede realizar una análisis bidimensional usando la simplificación de la teoría de sólidos 2D y el concepto de deformación plana para obtener dimensionamiento a groso modo y así evitar la complejidad de generar la geometría en los problemas tridimensionales, ya que como se pudo observar en el ejercicio realizado en ambos análisis planteados se obtuvieron resultados positivos para una misma inclinación de los taludes.

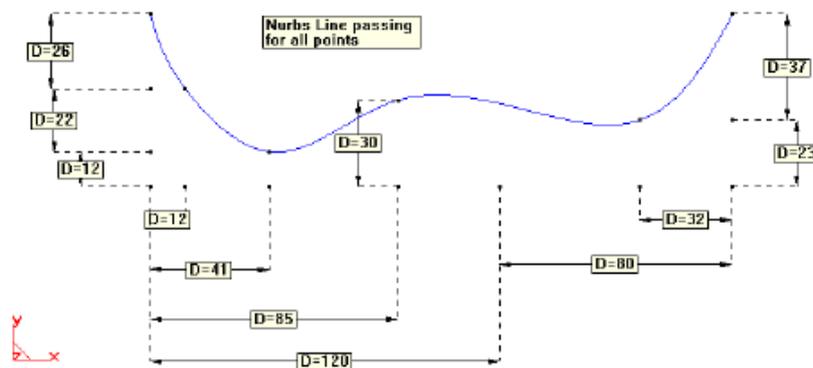
## Presa problema (S-32)

Dimensionar y calcular una presa de contrafuertes de 48 m de altura. La anchura en coronación debe ser de 6 m. con las restricciones geométricas que se indican.

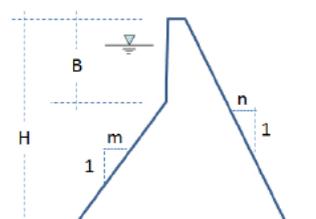
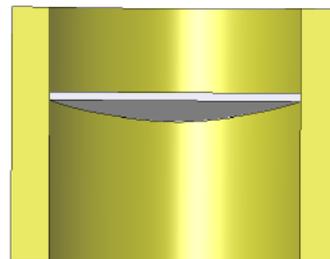
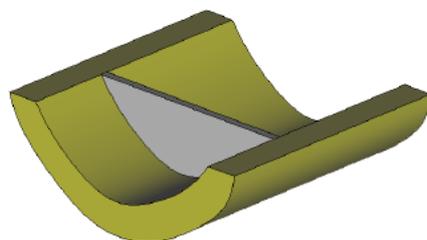
Realizar el proyecto mediante un análisis bidimensional y posteriormente en 3D para verificar el diseño utilizando en ambos casos las siguientes hipótesis:

- 1) Las tracciones máximas en cualquier punto de la presa no deben superar 1 MPa
- 2) El peso específico del hormigón es de 25000 N/m<sup>3</sup> y del terreno es de 20000 N/m<sup>3</sup>
- 3) El Modulo de elasticidad del hormigón a usar es de 22 G N/m<sup>2</sup> y el coeficiente de poisson es de 0,20
- 4) Base empotrada en el terreno
- 5) Cimentación en terreno homogéneo. Módulo de elasticidad: 37 G N/m<sup>2</sup> y coeficiente de poisson 0,30.
- 6) Cargas actuantes:
  - a) Peso propio
  - b) Peso propio + empuje hidrostático en presa y cimentación (altura del agua 46 metros)

El perfil del emplazamiento es el que se muestra:



La sección del terreno tiene un ancho de 30 metros y un desarrollo de 400 metros.



$$\begin{aligned}
 2.0 < m < 4.0 \\
 2.0 < n < 3.5 \\
 0.1 H < B < 0.3 H
 \end{aligned}$$

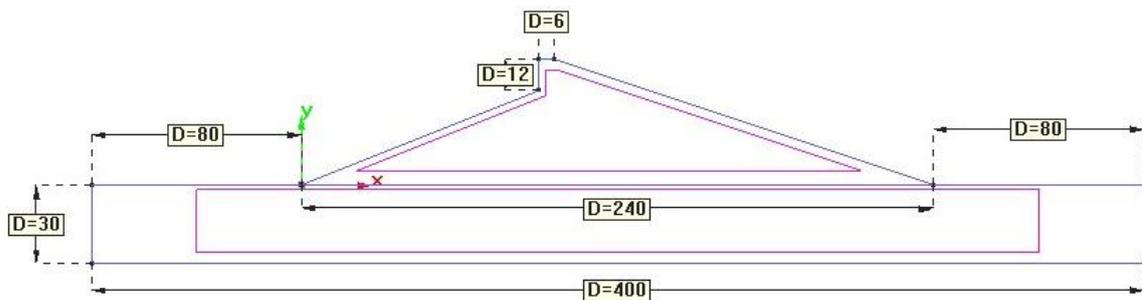
El enunciado pide que se analice una presa de contrafuertes, pero como se indicó en la introducción, para el análisis de esta presa **en 2D se utilizara la hipótesis de deformación plana** y no la de tensión plana, ya que aunque se dice que es de contrafuertes, no se especifica donde se ubican los contrafuertes, por lo que se considerara la geometría de la presa como si fuera de contrafuertes pero constante a todo lo largo de su sección, por lo que se utilizara la hipótesis de elasticidad bidimensional ya descrita.

### Etapa de pre proceso:

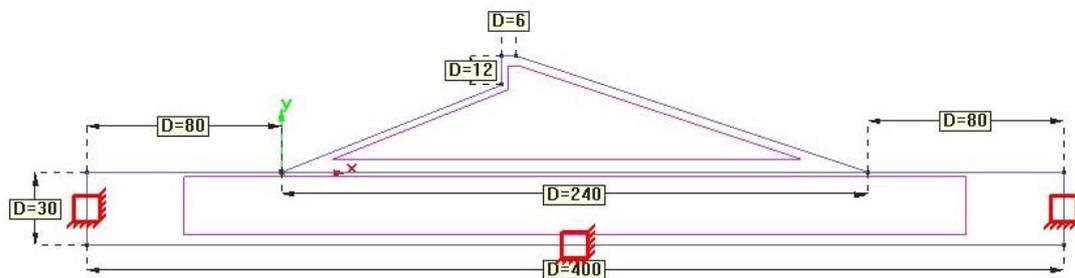
Se definirán cada uno de los aspectos que conforman esta etapa.

#### 1-geometria.

Se define de acuerdo a lo especificado en el enunciado. La geometría escogida de acuerdo a los taludes fue  $M = 2.5$  ;  $N=3$  ;  $H=48\text{mt}$  ;  $B 0.25H= 12\text{mt}$



#### 2-condiciones de contorno.

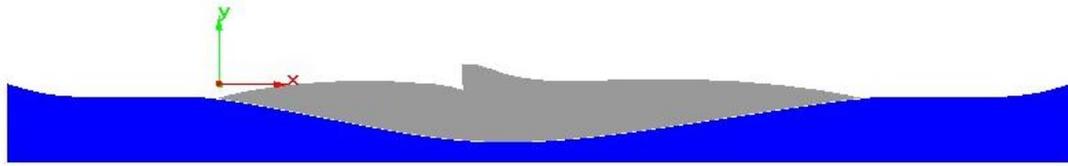


Empotramiento en la base.

### 3-Cargas. (Solo peso propio)

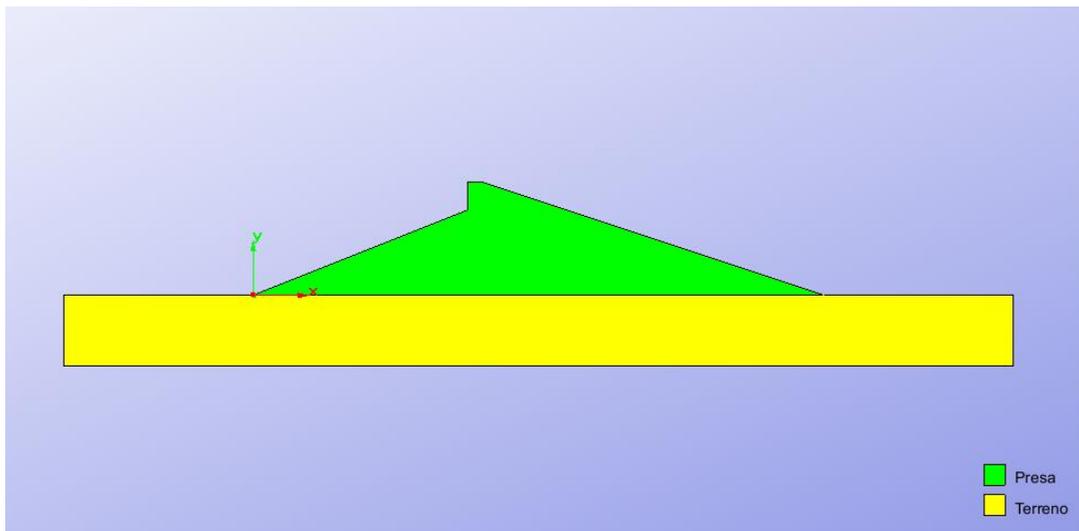
En primer lugar se aplicaran las cargas solo por peso propio (PP).

Caso a) peso propio.



*Deformada de presa con cimentación debido a peso propio.*

### 4- materiales



Los materiales utilizados fueron:

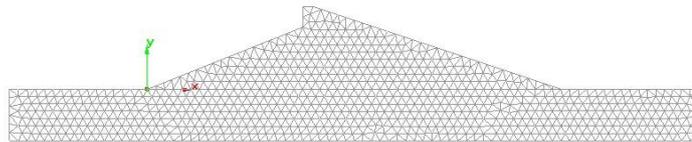
En presa: Young= $22 \times 10^9$  N/M<sup>2</sup>, poisson=0.2 y peso=25,000 N/m<sup>3</sup>

En terreno: Young= $37 \times 10^9$  N/M<sup>2</sup>, poisson=0.3 y peso=20,000 N/m<sup>3</sup>

## 5-Mallado

Para elegir el tipo de elemento, al igual que la presa anterior, el método a utilizar es realizar un análisis de convergencia hasta determinar mediante un proceso de refinamiento cual aproxima mejor la solución del problema.

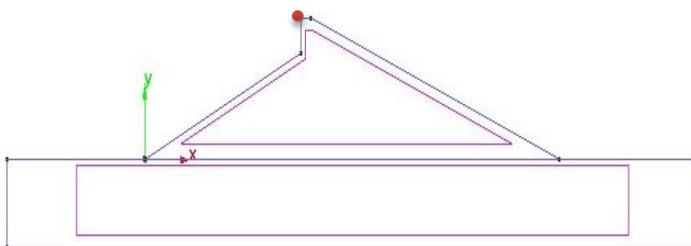
En este caso se utilizaran el elemento triangular de 3 nodos debido a la geometría del problema, este es el elemento adecuado para geometrías complejas y ofrecen buenos resultados, aunque pudieron utilizarse también elementos triangulares cuadráticos.



Como se observa, la malla utilizada es no estructurada de triángulos DKT, para aproximarse más rápido a la solución exacta en la presa, pudieron utilizarse diferentes tipos de malla, una más grande para el terreno y una más definida y con más elementos para la presa, pero se optó por hacer este análisis por cuestión de homogenización en ambos sólidos, aunque esta opción por la que se optó también es fiable para obtener los resultados buscados solo en la presa.

Para elegir la malla primero se irá haciendo un análisis de convergencia con el desplazamiento máximo en el eje "X". Se tendrá en cuenta el peso propio solamente, ya que en este lo que importa es encontrar convergencia.

En la siguiente figura se muestra el punto utilizado para realizar el análisis de convergencia de la malla.

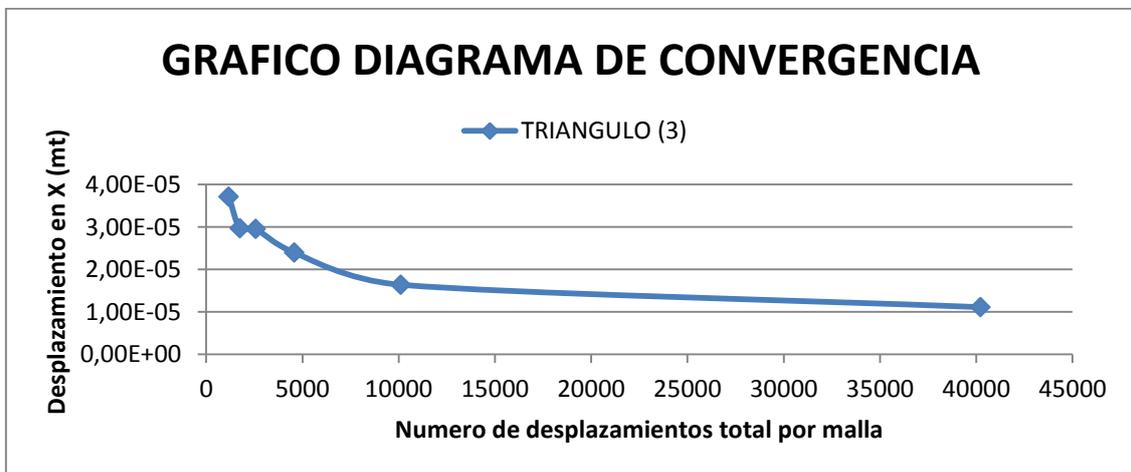


A continuación se muestra el análisis de convergencia realizado.

**Etapa de proceso:**

En esta etapa a continuación se muestra el diagrama de convergencia con respecto al desplazamiento en X para determinar la solución y encontrar el valor exacto de las tensiones máximas buscadas (1mpa).

RELACION DE ELEMENTOS (DIAGRAMA DE CONVERGENCIA)						
DESPLAZAMIENTOS VS TAMANO DE MALLA						
Malla	1mt	2mt	3mt	4mt	5mt	6mt
Despl.en punto #3	$\Delta X$ (m)					
TRIANGULO (3)	1,11E-05	1,64E-05	2,40E-05	2,95E-05	2,97E-05	3,71E-05
Grados de libertad	40222	10106	4574	2578	1752	1176



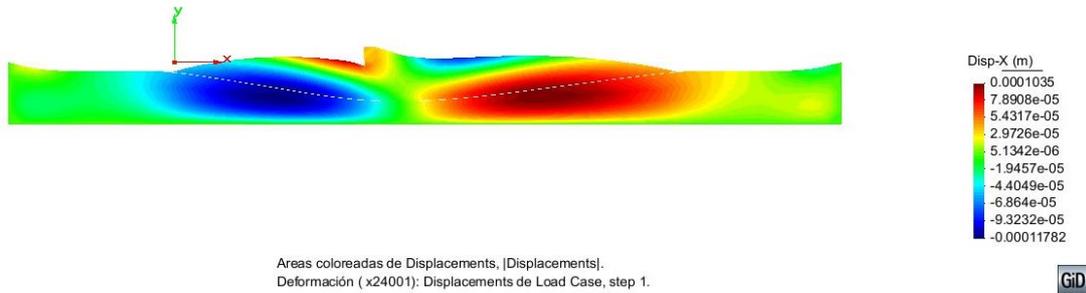
La tabla anterior muestra la convergencia (convergiendo a un valor X = 2.95E-05 Mt). Realizando una corrida y considerando solamente el peso propio de se aprecia que a medida que se disminuía el tipo de mallado el valor de la solución se acerca a el valor exacto.

**Etapa de postproceso:**

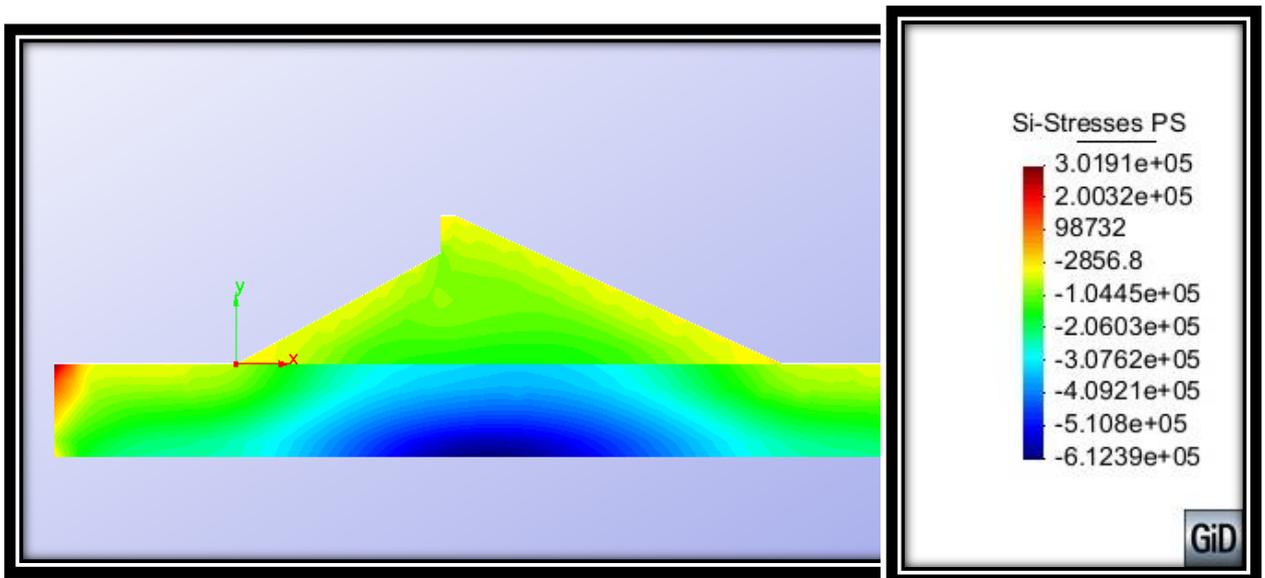
A continuación se muestra el análisis y la descripción de los resultados, donde como se ha especificado anteriormente, estos valores principalmente se observara que las tracciones máximas en cualquier punto de la presa no superen 1 MPA.

## CASO 1

### RESULTADOS DEL ANALISIS PRESA SOLO PESO PROPIO.



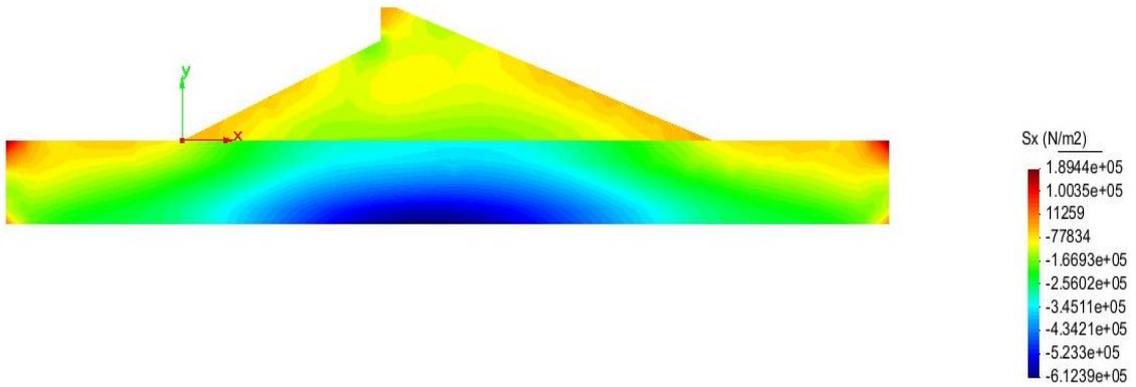
*Deformada por peso propio.*



### Tracciones principales Si (N/M2)

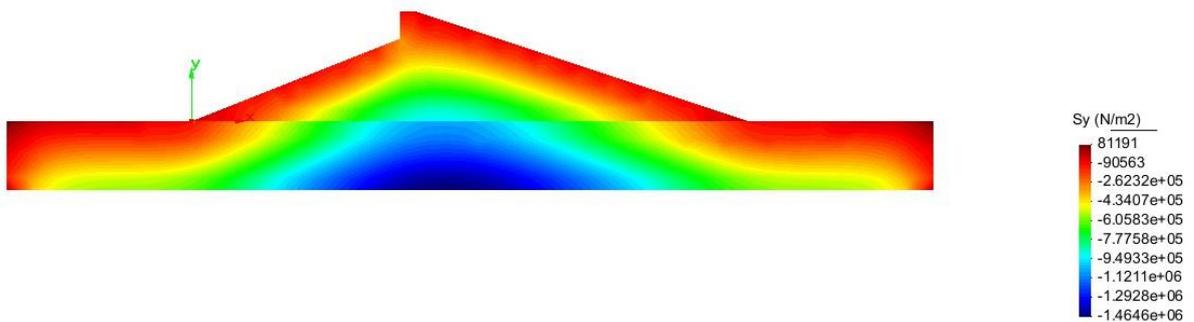
**Estas son las tracciones de interés en este problema, como se aprecian claramente, no superan el valor máximo límite de 1mpa en ningún punto de la presa.**

Para una mejor comprensión del comportamiento general de la presa y su análisis, a continuación también se muestran los valores de los esfuerzos  $S_x$  y  $S_y$ .



Areas coloreadas de Stresses PS, Sx (N/m2).

*Valores de esfuerzos en Sx.*



Areas coloreadas de Stresses PS, Sy (N/m2).

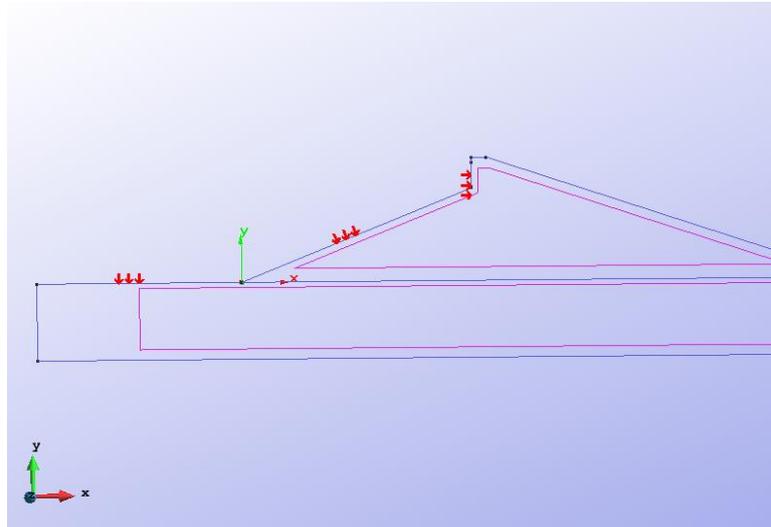
*Valores de esfuerzos en Sy.*

Una vez mas, como se aprecian tambien los detalles en cuanto a los esfuerzos Sx y Sy, estos tampoco superan el valor de 1Mpa en ningun punto de la presa, en cuanto a traccion se refiere.

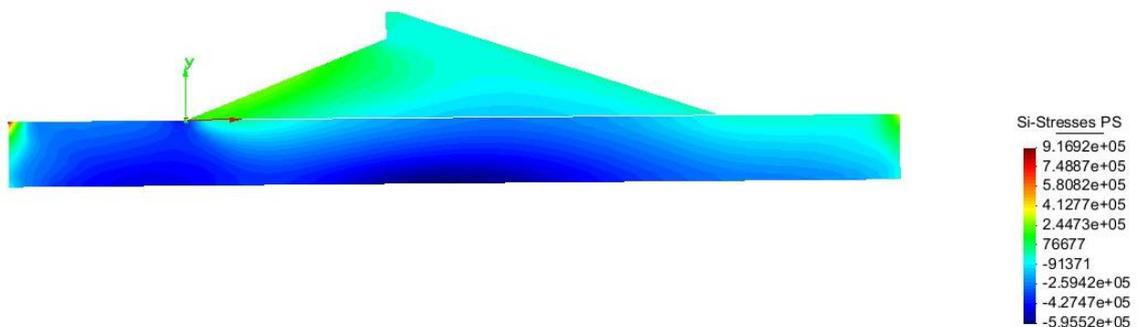
## CASO 2

### ANALISIS PRESA PESO PROPIO + CARGA HIDROSTATICA A 46MT DE ALTURA.

A continuación se especifican los datos que deben agregarse al modelo anterior. En este caso la carga hidrostática en la presa y en el terreno.



*Carga hidrostática es 460kN/Mt, aplicada en el terreno y en el paramento vertical de la presa hasta una altura de 46mt.*

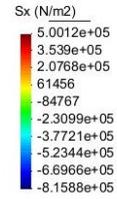
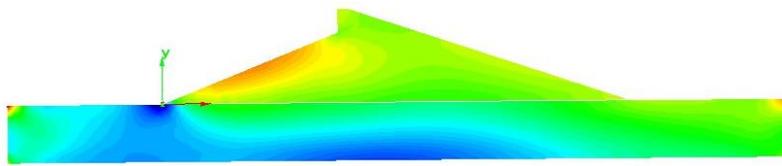


Areas coloreadas de Stresses PS, Si-Stresses PS.



### Tracciones principales $S_i$ (N/M<sup>2</sup>)

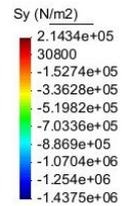
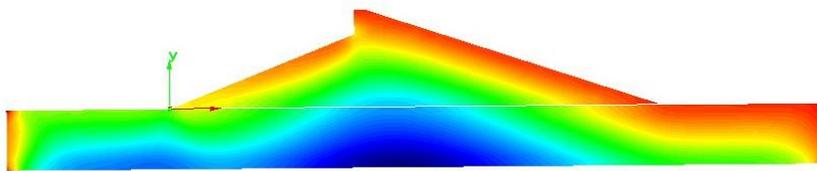
Como se aprecia claramente el comportamiento global de la presa cambia por la acción de la carga hidrostática, presentándose zonas de ligeras tracciones en la parte donde interactúa la carga hidrostática con la presa, distribuidas de manera más o menos uniforme, en cambio se aprecian ligeras compresiones en la parte de la presa opuesta a la carga hidrostática, por otro lado se aprecian también zonas de concentración de tensiones en el terreno, aunque no es la parte de interés, la malla podría ajustarse para corregir estas concentraciones.



Areas coloreadas de Stresses PS, Sx (N/m2).



Valores de esfuerzos en Sx. Con carga hidrostática, tracciones en la presa < 1mpa.

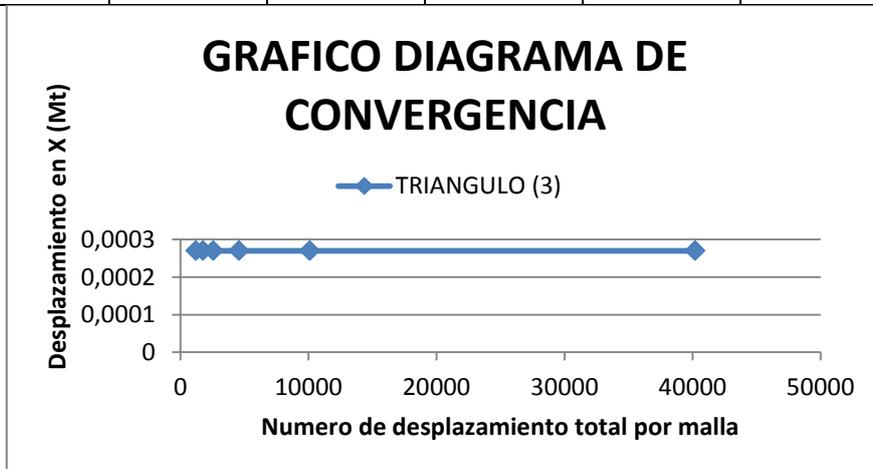


Areas coloreadas de Stresses PS, Sy (N/m2).



Valores de esfuerzos en Sy. Con carga hidrostática, tracciones en la presa < 1mpa.

RELACION DE ELEMENTOS (DIAGRAMA DE CONVERGENCIA)						
DESPLAZAMIENTOS VS TAMAÑO DE MALLA						
Malla	1mt	2mt	3mt	4mt	5mt	6mt
Despl. En punto #3	$\Delta X$ (m)					
TRIANGULO (3)	0,00027	0,00027	0,00027	0,00027	0,00027	0,00027
Grados de libertad	40222	10106	4572	2570	1768	1204



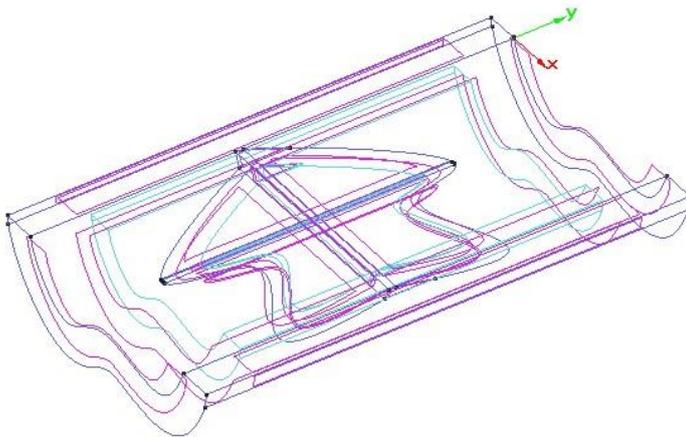
## Análisis del modelo en 3D (sólido de 3D).

### Caso 1 solo peso propio

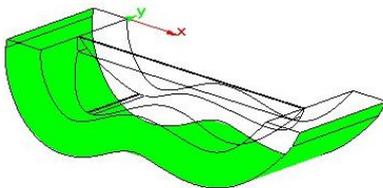
El modelo a realizarse, será basado en las mismas especificaciones del ejercicio anterior, dígase el método de elementos finitos para sólidos de 3D. En este caso será una presa de hormigón con geometría transversal de contrafuertes, pero que al no indicarse la posición de un contrafuerte en específico se consideró en el análisis bidimensional con la hipótesis de elasticidad bidimensional bajo el concepto de deformación plana. Ósea una presa de gravedad con este tipo de geometría. A continuación se muestran los detalles del análisis (preproceso y proceso) y posteriormente los resultados (postproceso).

#### Etapa de pre proceso:

##### 1-geometria.



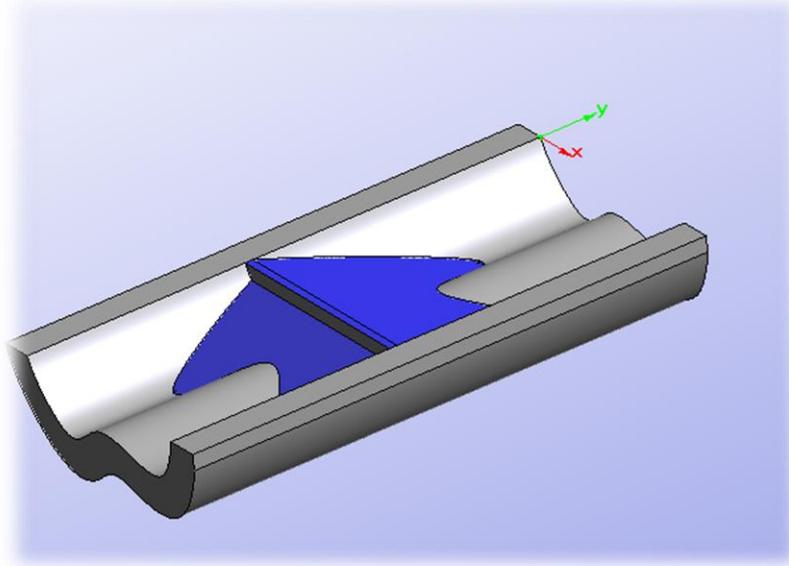
##### 2-condiciones de contorno



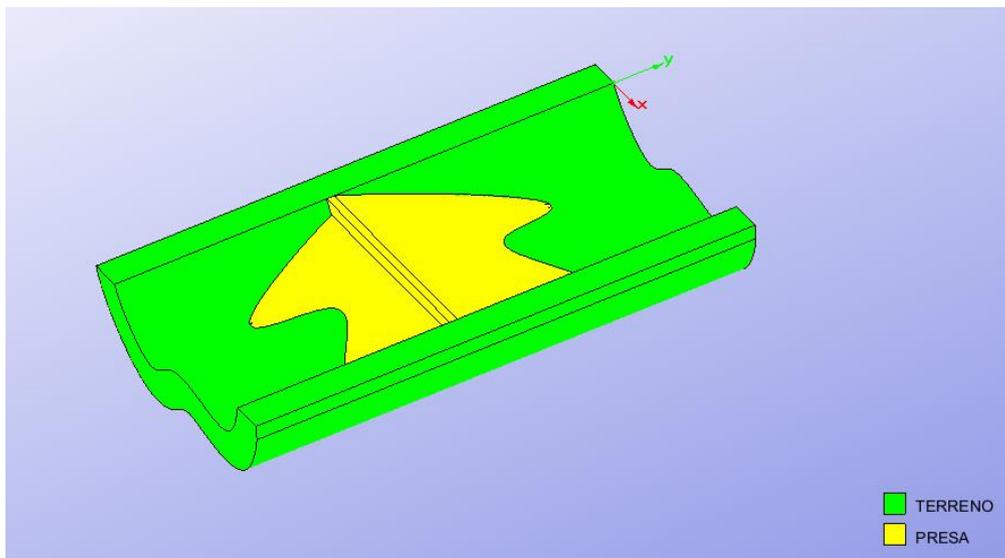
■ -GLOBAL- 1 0.0m 1  
0.0m 1 0.0m



### 3-Cargas. (Solo peso propio)



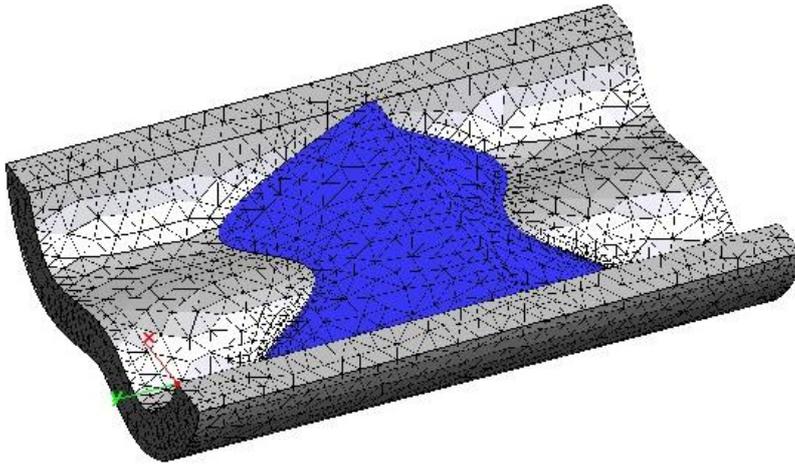
### 4- materiales



*Se definen las propiedades de los materiales iguales a los del problema en 2D.  
Presa: Young=22e9 N/M2, poisson=0.2 y peso=25,000 N/m3  
Terreno: Young=37e9 N/M2, poisson=0.3 y peso=20,000 N/m3.*

## 5-Mallado

El tipo de mallado seleccionado fue de elementos tetraédricos, ya que es el elemento más sencillo para análisis y para este tipo de problema y la geometría se adapta bien.



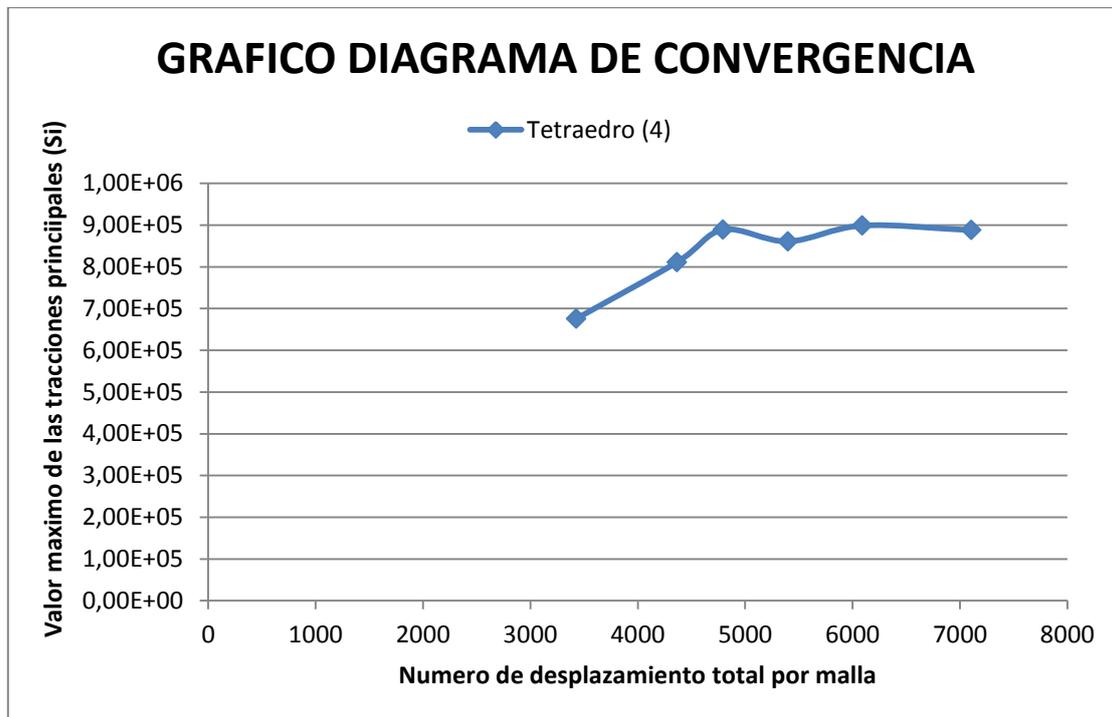
### Etapa de proceso:

En esta etapa, al igual que en el análisis de 2D se considera un análisis de convergencia con respecto al desplazamiento en este caso en Z, esto porque la convergencia en los desplazamientos es mucho más rápida que los esfuerzos para determinar la solución y encontrar el valor exacto de las tensiones máximas buscadas, también se podría utilizar un diagrama de convergencia para determinar la solución exacta de las tensiones y no superar el valor como parámetro (1mpa).

RELACION DE ELEMENTOS (DIAGRAMA DE CONVERGENCIA)						
DESPLAZAMIENTOS VS TAMANO DE MALLA						
Malla	18	17	16	15	14	13
Despl.(z)	$\Delta z$ (m)					
Tetraedro (4)	0,0023	0,00232	0,0023	0,0024	0,0025	0,0027
Grados de libertad	3427	4365	4795	5399	6091	7106
Tracciones máximas	6,76E+05	8,11E+05	8,89E+05	8,61E+05	8,99E+05	8,88E+05

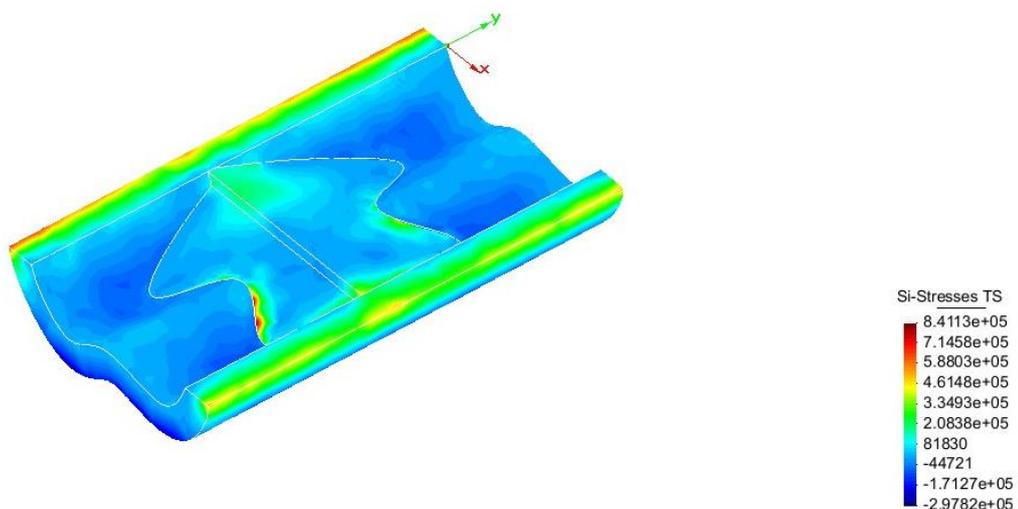
Dada la tabla anterior se aprecia que los desplazamientos convergen mucho más rápido que las tensiones, tal como se ha explicado anteriormente.

Gráfico de convergencia de las tensiones máximas.(Si)



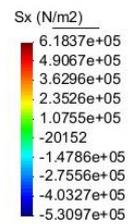
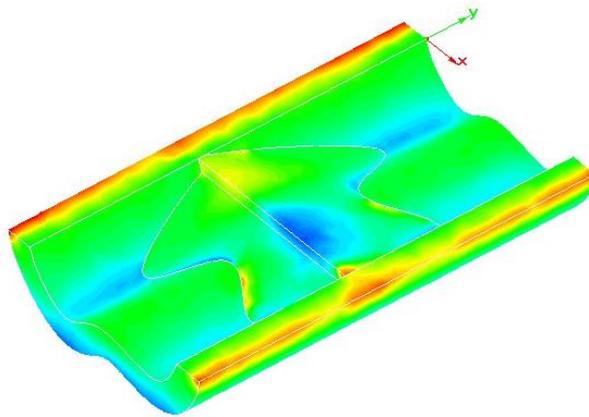
#### Etapa de postproceso:

A continuación se muestra el análisis y la descripción de los resultados, donde como se ha especificado anteriormente, estos valores principalmente se observara que las tracciones máximas en cualquier punto de la presa no superen 1 MPA.



Las tracciones máximas en la presa no son superiores a 1mpa.

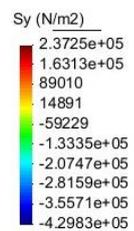
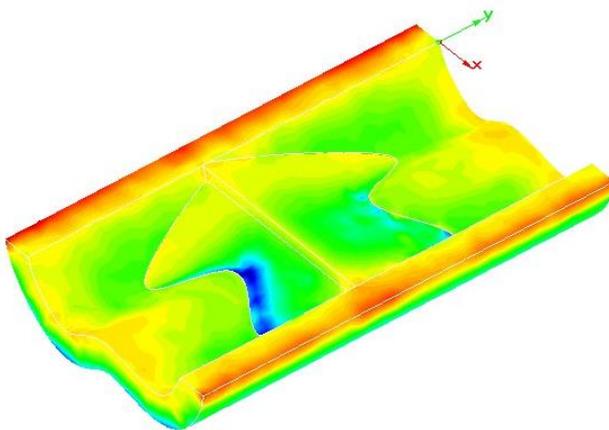
Para confirmación también y a modo de información, se presentan a continuación los valores obtenidos en los esfuerzos  $S_x$  y  $S_y$ , los cuales tampoco superan el valor de 1mpa en las tracciones en ningún punto de la presa.



Areas coloreadas de Stresses TS, Sx (N/m2).



*Valores de Sx. Tracciones menores a 1mpa*



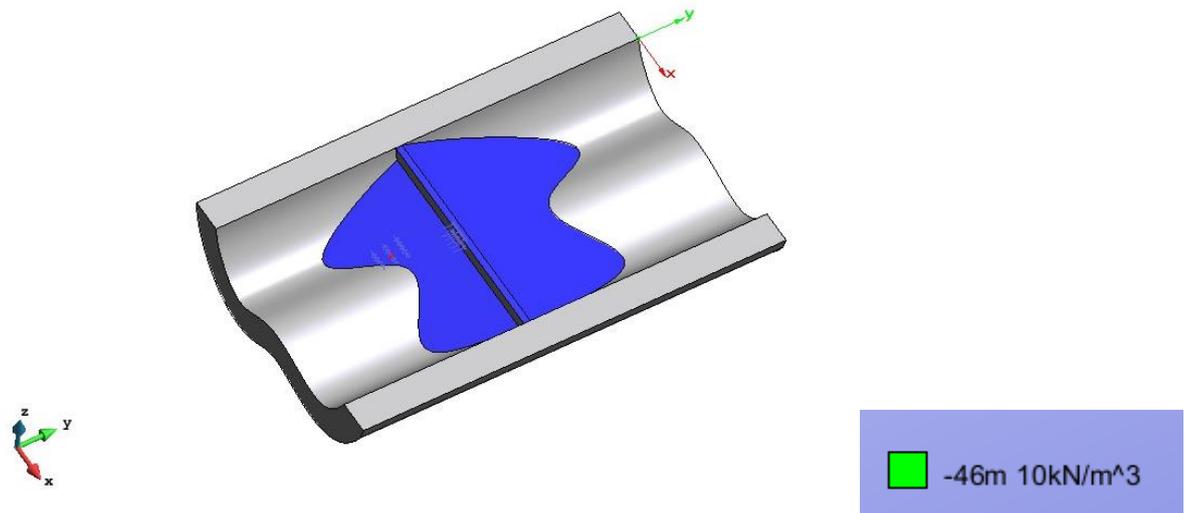
Areas coloreadas de Stresses TS, Sy (N/m2).



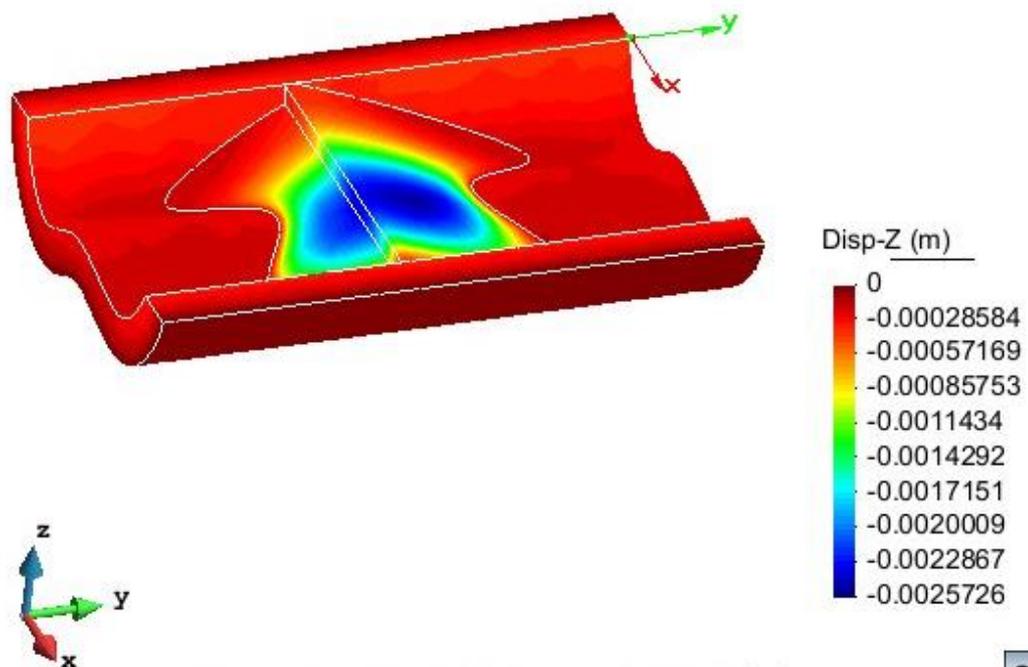
*Valores de Sy. Tracciones menores a 1mpa*

## CASO 2

### ANALISIS PRESA PESO PROPIO + CARGA HIDROSTATICA A 77MT DE ALTURA.



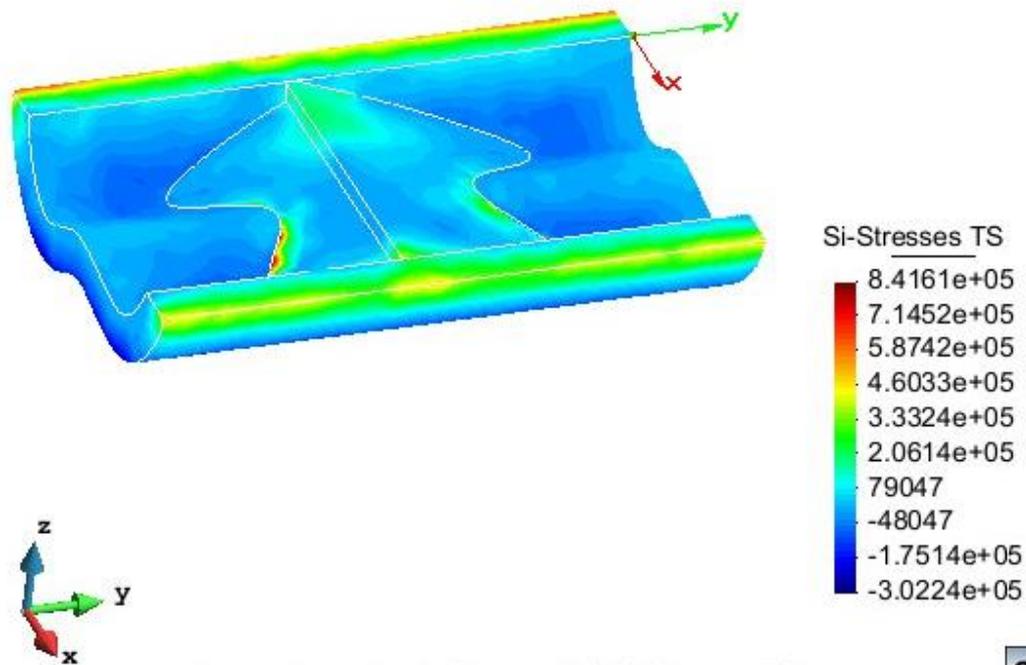
*Carga hidrostática en terreno y presa. Con un valor de 460kN/mt*



Areas coloreadas de Displacements, Disp-Z (m).



*Valores del desplazamiento en Z con carga hidrostática.*

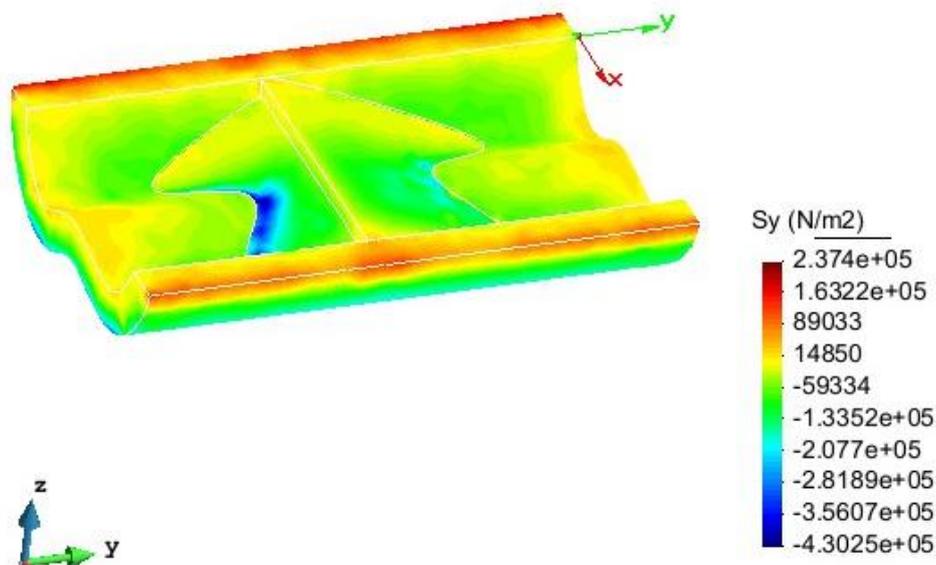


Areas coloreadas de Stresses TS, Si-Stresses TS.



### Tracciones principales SI.

Este modelo presenta también que para la presa con el caso de la carga de peso propio + la carga hidrostática, sigue manteniendo las propiedades del análisis en 2D, donde las tracciones principales en cualquier punto de la presa no superan el valor de 1 mpa.



Valores de Sy. Tracciones menores a 1mpa.

## **Conclusión y descripción de los métodos teóricos utilizados para solución del problema (S-32)(presa de contrafuertes 2D y 3D)**

### **Descripción del método utilizado.**

Aunque el enunciado dice presa de contrafuerte, para el caso del análisis en 2D esta debería someterse en la hipótesis de tensión plana. Pero como no se especifica ubicación alguna de los “contrafuertes”, el análisis fue basado en la teoría de elasticidad bidimensional, hipótesis de deformación plana en el caso de 2D considerando la geometría transversal constante a lo largo de toda su longitud y se consideró sólidos tridimensionales para el caso de la presa en 3D. En cuanto a los elementos finitos utilizados, este análisis fue realizado para elementos sencillos (no cuadráticos en ambos casos), dígame elementos triangulares de 3 nodos para el análisis en 2D y elementos tetraédricos de 4 nodos para el análisis en 3D, esto porque permiten mejor adaptación a la geometría del sólido considerado y además ofrecen mayor sencillez y rapidez en el cálculo aunque tardan un poco más en mostrar la convergencia hacia la solución exacta.

En cuanto al mallado, aunque en este caso se utilizó el mismo tamaño de malla para la presa y el terreno y se obtuvieron buenos resultados, pudieron utilizarse distintos tamaños de malla, para facilitar la obtención de los datos de interés, ósea, elementos más pequeños en la presa y elementos más grandes en la cimentación.

Por otro lado la convergencia mostrada se buscó en base a los desplazamientos en un punto determinado, esto porque los desplazamientos tienden a converger mucho más rápido que los esfuerzos. Aun así se buscó establecer el comportamiento de los esfuerzos mostrados en las tablas y se buscó obtener al menos un 95 % de convergencia.

### **Conclusiones**

Para las pendientes escogidas  $n=3$  y  $m=2.5$  el comportamiento de la presa en el análisis tanto en 2D como en 3D fue el esperado y pudo cumplir con la condición de las tracciones máximas menores a 1mpa. Se observó que los datos arrojados sobre la deformación son los esperados, el elemento flecha por el efecto del empuje del agua, mostrándose el desplazamiento, por un lado zonas de compresiones y por el otro zonas de tracciones, a esto sumándosele la acción del peso propio.

Se puede concluir que si se considera el mismo tipo de elemento pero con geometría un poco más curva, no habrá tanta concentración de esfuerzos. Según el diagrama de tensiones principales a compresión, aunque no era el dato de parámetro en este caso, la gran mayoría de la estructura trabaja bajo este régimen tanto para los sólidos 2D como para los de 3D.

Al igual que el problema anterior (S-05). Se puede concluir que al momento de analizar una presa se puede realizar una análisis bidimensional usando la simplificación de la teoría de sólidos 2D y el concepto de deformación plana para obtener dimensionamiento a grosso modo y así evitar la complejidad de generar la geometría en los problemas tridimensionales, ya que como se pudo observar en el ejercicio realizado en ambos análisis planteados se obtuvieron resultados positivos para una misma inclinación de los taludes.