

INGENIERÍA DE ESTRUCTURAS: *Problema S-18*

Eva Pujol Castellà

46979380-V

1. INTRODUCCIÓN

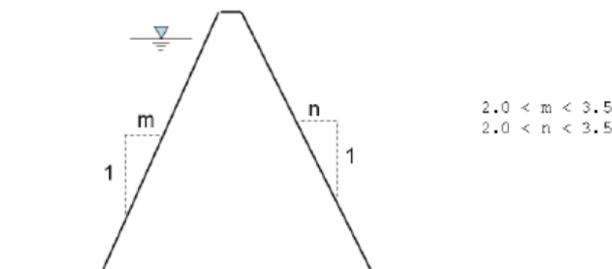
En este presente problema se nos pide estudiar la estabilidad de una presa de materiales sueltos cuya geometría nos define el enunciado. Principalmente se pide calcular las pendientes necesarias a ambos lados de la presa (aguas arriba y aguas abajo) para cumplir con la condición que las tensiones en la presa no sean superiores a 2 MPa. Teniendo en cuenta que se trata de una presa de materiales sueltos sabemos que los posibles valores de pendientes disponibles producirán un ancho en la base muy superior al de coronación.

Tal y como se especifica en el enunciado, primeramente se va a realizar un análisis en 2D aprovechando las hipótesis de deformación plana con el objetivo de poder hacernos una primera idea de los efectos de las solicitaciones que actúan sobre la presa. Se podrán aprovechar las características de deformación plana dado que una de las dimensiones, en este caso la longitud de la presa, es mucho mayor a las otras dos y, por otro lado, las fuerzas están aplicadas de la misma manera para todas las secciones y contenidas en el plano perpendicular al eje de la presa.

Por último, se va a realizar el estudio en 3D ya que, aunque sea un modelo más complejo, realiza menos simplificaciones y tiene en cuenta de forma más precisa la interacción entre la presa y el terreno. Generalmente, este tipo de estudio se realiza cuando no es posible realizar simplificaciones debido a la complejidad del problema a estudiar ya que, además, será necesaria una discretización del modelo con elemento más complejos.

2. DATOS DEL PROBLEMA

La geometría de la presa viene definida totalmente por el enunciado con excepción solamente de los dos taludes laterales que se deben dimensionar. En el primer estudio, el cual se va a realizar en 2D, se especifica que la altura total de la presa es de 80 m, el ancho de coronación es 4 m y los pendientes que se deben dimensionar varían entre 2 y 3,5 para ambos aguas arriba y aguas abajo. El esquema para esta geometría que se da en el enunciado es el siguiente:



Geometría de la presa (2D)

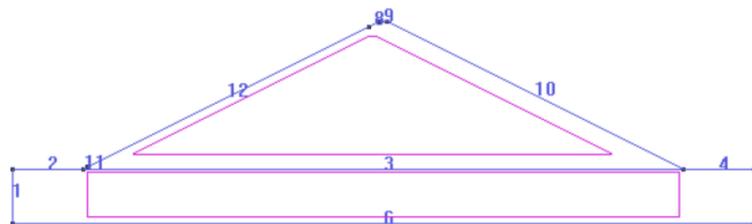
Por otro lado, también nos vienen especificados los valores para la definición de ambos materiales (el terreno inferior y la presa) y, por último, los datos necesarios sobre la geometría del terreno que son necesarios para el cálculo en 3D.

Por último, cabe decir que la única limitación especificada en el enunciado es que las tensiones que se producen en la presa no sean mayores a 2 MPa.

3. RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA 2D

Así ya podemos pasar a realizar el modelo en dos dimensiones de la presa. Cabe decir que para el primer cálculo se va a tener en cuenta la pendiente máxima que se permite ya que de esta manera la sección de la presa es la mínima y, por lo tanto, se podría ahorrar en material. Para la resolución se va a utilizar el programa de cálculo GiD, el cual resuelve la estructura mediante el método de elementos finitos y, concretamente, se va a utilizar el tipo de problema específico para problemas de estado plano (Ramseries_Educational_2D\Plane_State).

El primer paso es siempre la definición de la geometría que se quiere estudiar (tal y como se ha dicho se empezará con la sección mínima y se aumentará en caso de no cumplirse las limitaciones). Así pues, la geometría final queda de la siguiente manera:

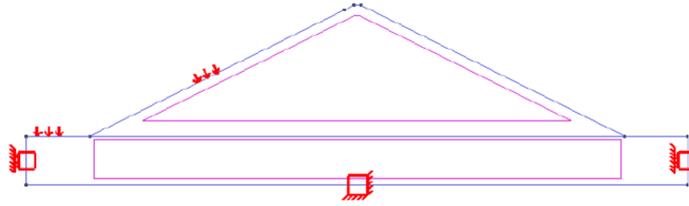


Geometría

A continuación se han definido las condiciones de contorno. En ambos lados del terreno de la base se ha permitido el movimiento vertical para tener en cuenta que sigue por ambos lados y, en lo que se refiere a la parte inferior, se ha considerado empotrado considerando que el terreno por debajo es suficientemente rígido.

En relación a las cargas se deben tener en cuenta las que se pide en el enunciado. Primeramente, el peso propio y, por otro lado, se debe añadir el efecto del agua que llega a una altura máxima de 77 m. Cabe decir que es necesario añadir un nodo a dicha altura para poder aplicar la carga. Así pues, se debe aplicar una carga triangular en la pendiente aguas arriba de la presa, siendo nula para la altura de 77 m y con una distribución $\gamma \cdot H$ hasta llegar al máximo en la base. Además, sobre el terreno posterior se debe también añadir la carga uniforme que también produce el agua con un módulo igual al máximo de la carga triangular.

Por lo tanto, finalmente obtenemos el siguiente esquema referido a las condiciones de contorno:

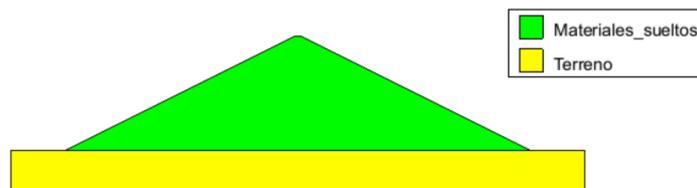


Condiciones de contorno

A continuación se definen las características de los materiales (materiales sueltos y terreno), los cuales vienen definidos en el enunciado de la siguiente manera:

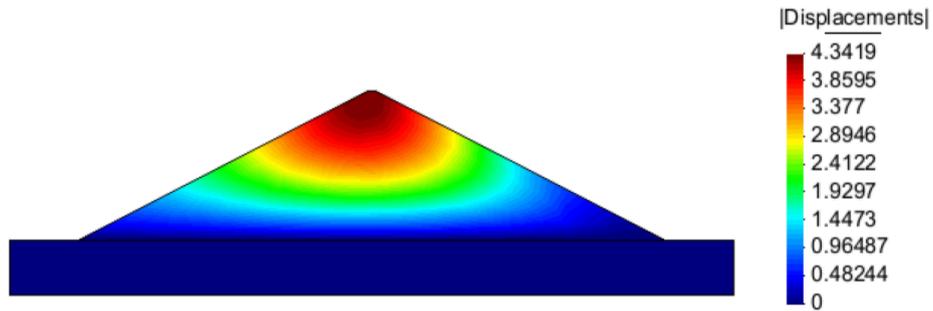
	Materiales sueltos	Terreno
Módulo de elasticidad	$E = 9,9 \text{ MPa}$	$E = 35 \text{ GPa}$
Módulo de Poisson	$\nu = 0,285$	$\nu = 0,3$
Peso específico	$\gamma = 20 \text{ KN/m}^3$	$\gamma = 20 \text{ KN/m}^3$

Es importante decir que para el espesor se ha considerado un valor igual a la unidad debido a que se trata de un problema de deformación plana. Una vez asignados estos valores obtenemos el siguiente resultado:



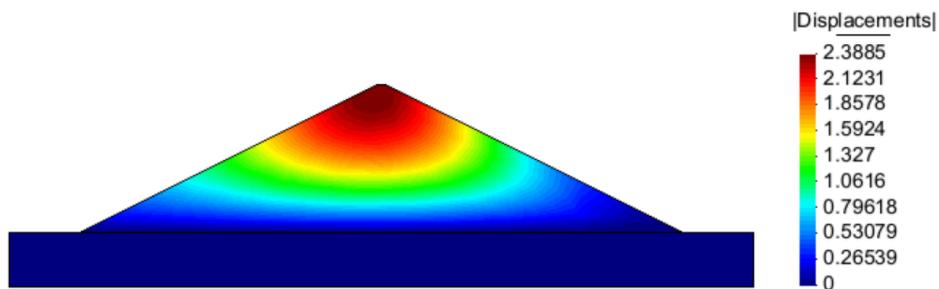
Definición de los materiales

Para la primera aproximación utilizamos elementos triangulares de tres nodos con un tamaño de los elementos de valor 10. Para este caso, nos encontramos con el problema que el asiento en coronación obtenido es de 4,3 m, lo cual es superior al resguardo especificado en el enunciado de 3 m. Por lo tanto, no es un valor aceptable ya que supondría el rebase de la presa



Desplazamientos para E = 9,9 MPa

Por este motivo, ha sido necesario realizar un ajuste de los datos del problema. Concretamente, ha sido necesario aumentar la rigidez del suelo utilizado para los materiales sueltos de la presa, aumentando el módulo de elasticidad a un valor de 18 MPa ya que de esta manera el asiento en coronación queda reducido a 2,4 m. De esta manera se considera aceptable ya que aun queda una cierta distancia de resguardo después del asiento. El diagrama para los desplazamientos en este caso es el siguiente:



Desplazamientos para E = 18 MPa

Una vez considerado que los resultados obtenidos para el asientos son aceptables, se realizará un estudio de convergencia para decidir con que tipo de elementos es más adecuado realizar el estudio de las tensiones que se pide.

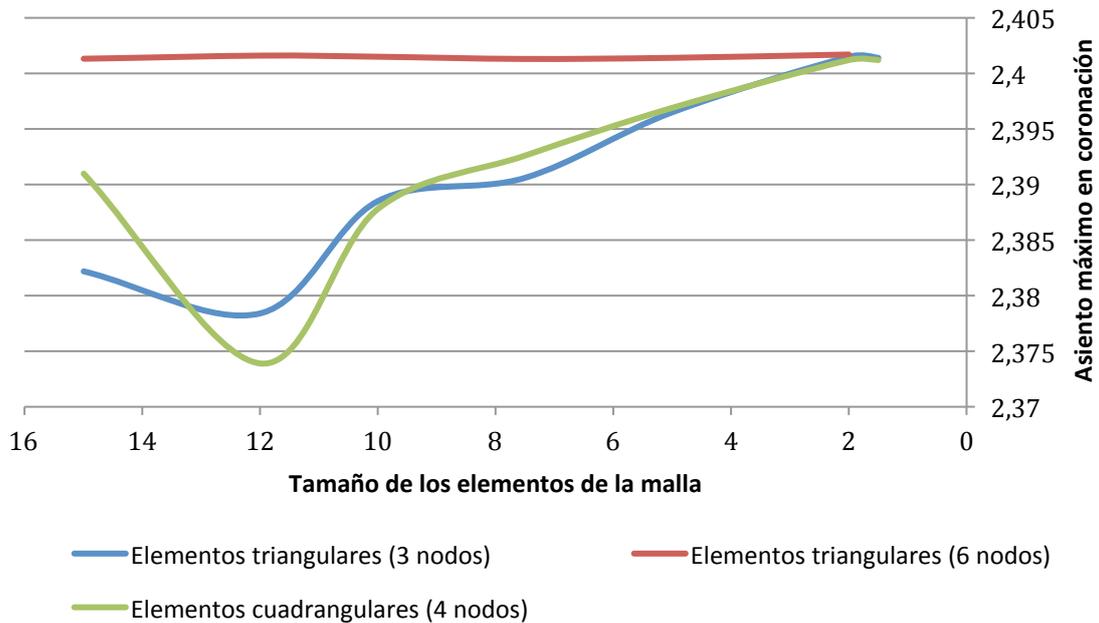
ESTUDIO DE CONVERGENCIA

El objetivo principal de un estudio de convergencia es comprobar cual es el tipo de elemento óptimo para la resolución del problema. En este caso concreto, los elementos que se han tenido en cuenta son triangulares de 3 nodos, triangulares de 6 nodos y cuadrangulares de 4 nodos.

El proceso que se debe seguir es un proceso iterativo en el que para cada tipo de elemento se va refinando la malla y se realizará una gráfica con todos los valores obtenidos para el

desplazamiento máximo en coronación para poder observar el comportamiento para cada uno de los tres tipos de elementos presentados. A continuación se adjunta una tabla con todos los resultados obtenidos para cada una de las mallas consideradas y la gráfica de convergencia finalmente obtenida:

Elementos triangulares (3 nodos)		Elementos triangulares (6 nodos)		Elementos cuadrangulares (4 nodos)	
Tamaño malla	Asiento máximo (m)	Tamaño malla	Asiento máximo (m)	Tamaño malla	Asiento máximo (m)
15	2,3822	15	2,4013	15	2,3910
12	2,3784	12	2,4016	12	2,3739
10	2,3885	10	2,4015	10	2,3878
7,5	2,3906	7,5	2,4013	7,5	2,3926
5	2,3965	5	2,4014	5	2,3969
2	2,4015	2	2,4017	2	2,4012
1,5	2,4014			1,5	2,4012



Así pues queda claramente reflejado en la gráfica que el tipo de elemento que converge más rápidamente son los elementos triangulares de 6 nodos ya que, aunque pueda suponer un coste computacional menor debido a que hay un número más elevado de nodos por elementos, el error es mucho más reducido y se pueden permitir tamaños de malla mayores. Además, respecto al asiento máximo en coronación, la solución converge a 2,4 m, con lo que finalmente se puede asegurar que el valor de 18 MPa para el módulo de elasticidad de los materiales sueltos es adecuado.

ESTUDIO DE LAS TENSIONES

Llegados a este punto, ya podemos pasar a realizar la comprobación necesaria referida a las tracciones máximas permitidas en la presa, las cuales sabemos que son de 2 MPa. Se puede predecir por adelantado que el punto crítico en este caso va a ser la unión entre la presa y el terreno aguas arriba y así queda reflejado en el diagrama de tensiones resultante (cabe decir que se han usado elementos triangulares de 6 nodos con un tamaño de valor 10):

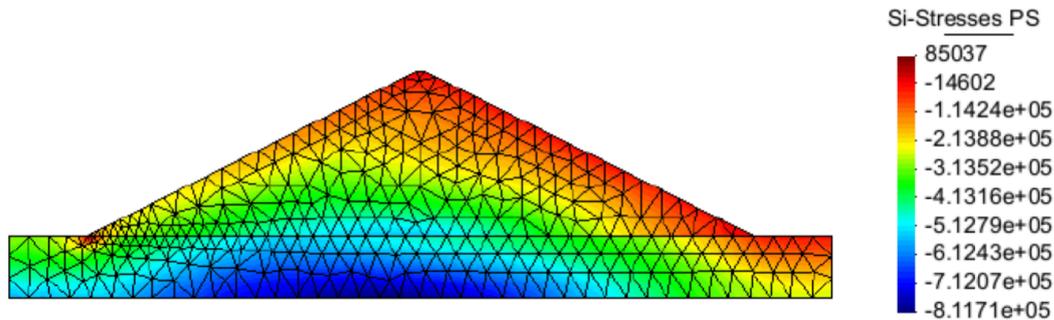
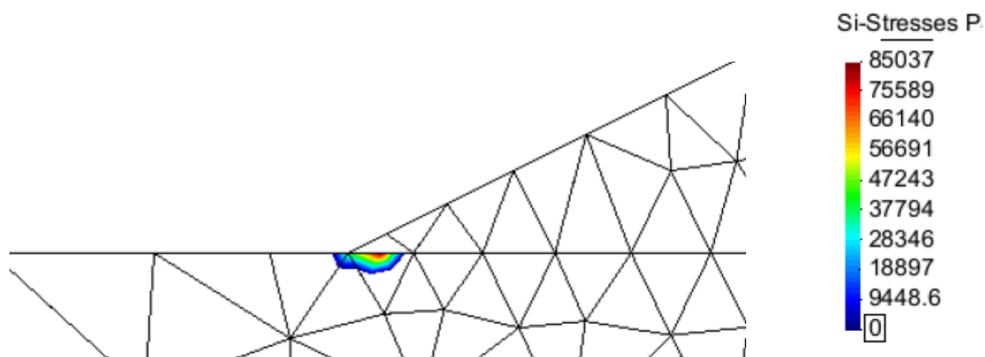


Diagrama de tensiones principales

Podemos observar que hay una cierta zona de tracciones cerca del punto de unión comentado y será importante comprobar que no es un punto de concentración de tensiones. Primeramente, cambiamos el gráfico para que sólo nos muestre la parte donde se produzcan las tensiones y obtenemos que estas se encuentran en la zona del terreno y no en la presa:



Distribución de tracciones

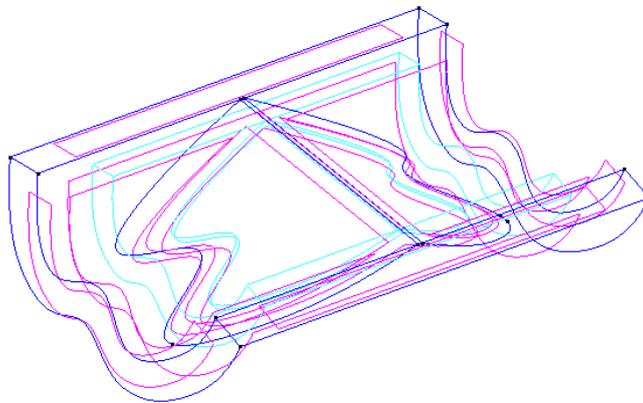
Así pues, las tracciones en la presa son nulas y cumplen la restricción especificada en el enunciado respecto a que deben ser menores a 2 MPa. Por otro lado, mediante un proceso de refinado de la malla podemos observar que el orden de magnitud de esta tensión máxima se mantiene y, por lo tanto, no se debe tratar como un punto de concentración de tensiones.

Por lo tanto, se va a realizar el estudio en 3D con las mismas pendientes máximas para comprobar que se siguen cumpliendo las restricciones teniendo en cuenta el modelo más complejo.

4. RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA 3D

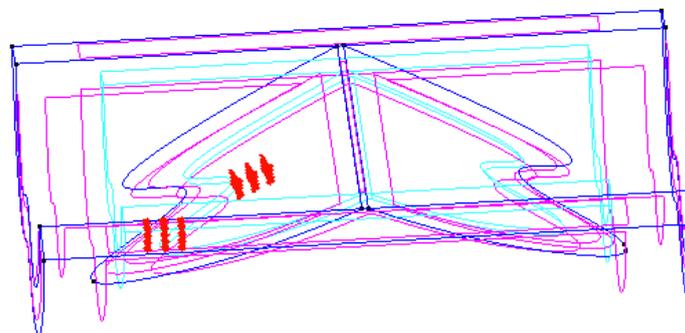
Seguidamente se resuelve el problema en tres dimensiones mediante el el tipo de problema Ramseries_Educational_2D\3D_Solids, que ofrece el GID también, ya que es específico para problemas en 3D, es decir, para resolver geometrías en las que no se pueda aplicar ningún tipo de simplificación.

Primeramente debemos crear los volúmenes, tanto de la presa como del terreno de la base considerando las superficies creadas de ambas piezas por separado para luego realizar las intersecciones adecuadas y finalmente obtener el siguiente esquema de la geometría:



Geometría en 3D

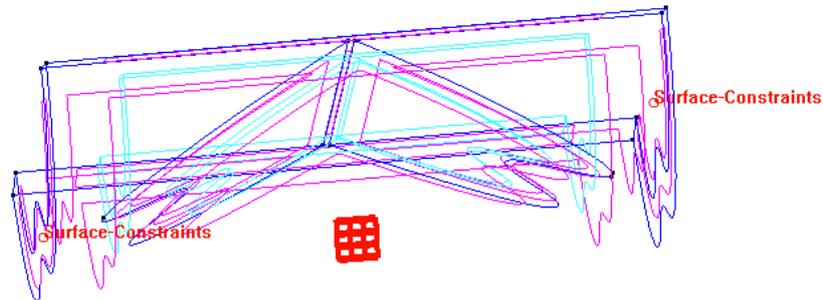
Tal y como hemos hecho en el dimensionamiento en dos dimensiones, el siguiente paso consiste en aplicar las condiciones de contorno y características de los materiales teniendo en cuenta que la carga actuante se trata de una carga hidrostática que actúa hasta una altura de 77m. Esta fuerza se aplica en las superficies indicadas a continuación:



Fuerzas aplicadas

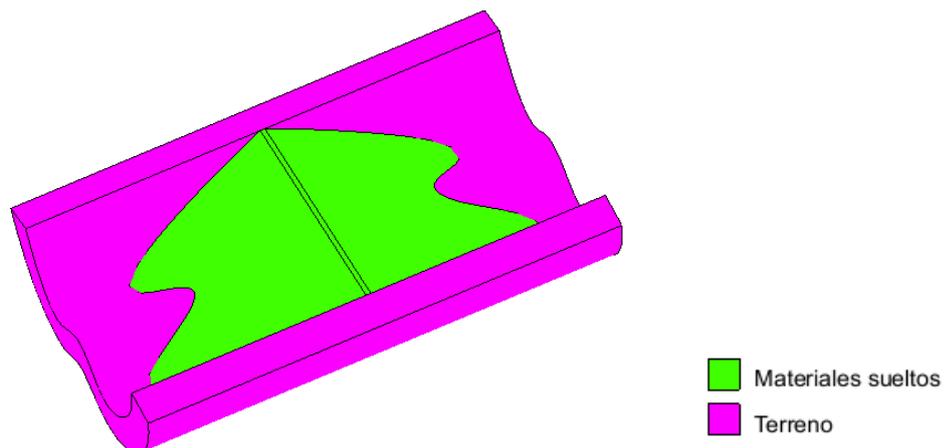
Las condiciones de contorno serán, de la misma forma que para el caso anterior, son de

empotramiento para la superficie inferior del terreno y desplazamiento longitudinal impedido para las dos superficies laterales tal y como se muestra en la siguiente figura:



Condiciones de contorno

Con respecto a los materiales, cabe decir que se debe tener en cuenta el cambio realizado para el modelo en 2D. Así pues, se han asignado las propiedades especificadas en el enunciado pero asignando un valor de 18 MPa para el módulo de elasticidad de los materiales sueltos:



Finalmente, se realiza la discretización del volumen que, igual que en el caso del dimensionamiento en dos dimensiones, es necesario refinar la malla considerando distintos tipos de elementos y así comprobar el que resulta tener un comportamiento más adecuado.

ESTUDIO DE CONVERGENCIA

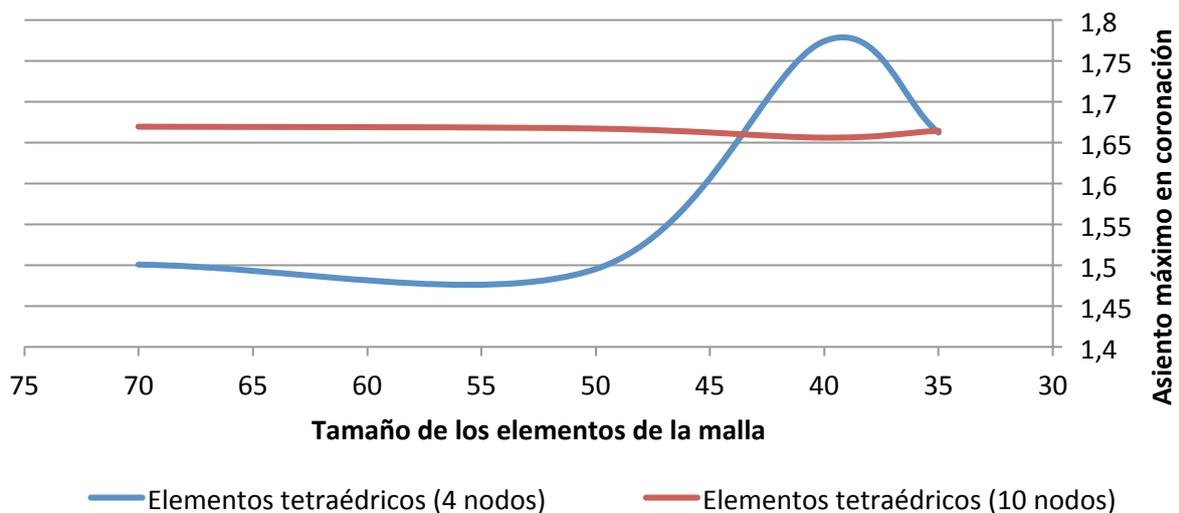
El objetivo principal de un estudio de convergencia es comprobar cual es el tipo de elemento óptimo para la resolución del problema. En este caso concreto, se han tenido en cuenta la discretización mediante elementos tetraédricos de 4 nodos y tetraédricos cuadráticos de 10 nodos dado que con la geometría de este volumen a discretizar, no pueden ser utilizados elementos hexaédricos para el cálculo y, además, no tiene sentido usar una malla estructurada ya que la geometría es más bien irregular.

El proceso que se debe seguir es un proceso iterativo en el que para cada tipo de elemento se va refinando la malla y se realizará una gráfica con todos los valores obtenidos para el

desplazamiento máximo en coronación para poder observar el comportamiento para cada uno de los tres tipos de elementos presentados. A continuación se adjunta una tabla con todos los resultados obtenidos para cada una de las mallas consideradas y la gráfica de convergencia finalmente obtenida:

Elementos tetraédricos (4 nodos)		Elementos tetraédricos (10 nodos)	
Tamaño elemento	Descenso coronación (m)	Tamaño elemento	Descenso coronación (m)
70	1,5004	70	1,6696
50	1,4953	50	1,6671
40	1,774	40	1,656
35	1,6621	35	1,6645

Tal y como se puede observar en la tabla, tenemos tamaños de malla más grandes dado que el número de nodos es muy superior que en el dimensionamiento en dos dimensiones y, consecuentemente, el tiempo de cálculo y el coste computacional aumentarán. Esto es debido a que estamos trabajando en tres dimensiones.

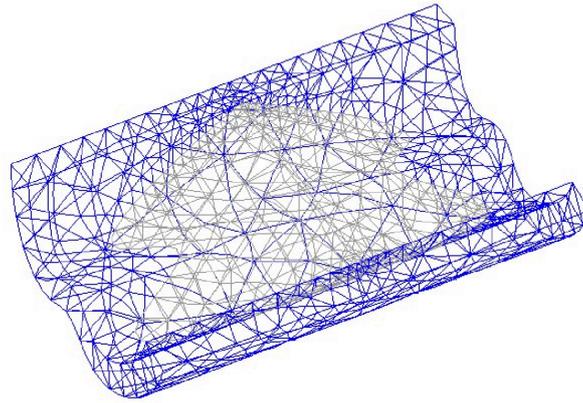


Tal y como se puede comprobar en la anterior gráfica, los elementos con un comportamiento más adecuado para la resolución de este problema son los tetraedros de 10 nodos que, aunque su coste computacional sea mayor, la reducción del error es considerable y, por lo tanto, esto representa una gran ventaja. Cabe decir que, además, los elementos de 4 nodos no presentan una convergencia monótona con lo cuál quedan descartados definitivamente.

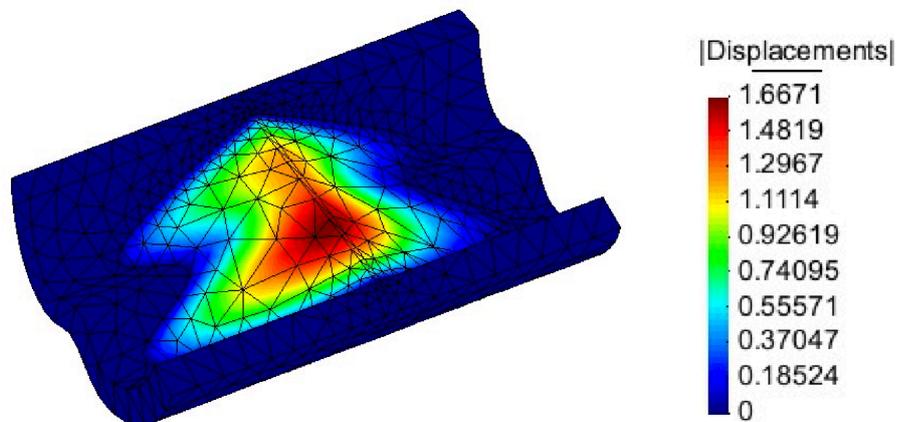
Una vez hemos seleccionado los elementos más adecuados para la resolución de este problema tenemos que comprobar que se cumple la condición de tracción máxima especificada en el enunciado.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA 3D:

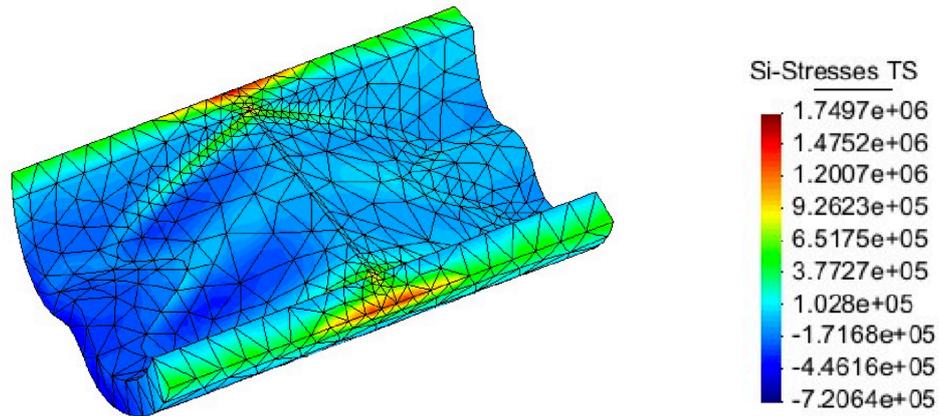
En este punto de la práctica tenemos que con las pendientes consideradas anteriormente, se sigue cumpliendo la restricción de tensión máxima. Con este objetivo, se ha escogido una malla de elementos tetraédricos de 10 nodos con un tamaño de 50 y se ha resuelto el problema obteniendo los siguientes resultados:



Malla de tamaño 50 de elementos tetraédricos de 10 nodos



Desplazamientos



Distribución de tensiones principales

Tal y como se puede observar en la figura anterior, en este caso sí que observamos una cierta zona de tracciones en el empotramiento de la parte superior de la presa. De todos modos, ya vemos que en ningún punto se supera la máxima tensión admisible establecida por el enunciado en 2 MPa. Por lo tanto, finalmente podemos asegurar que las pendientes máximas para ambos lados de la presa, por lo tanto $m=n=2$, es suficiente para que se cumpla la condición que se pedía.

5. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

El principal objetivo del problema era dimensionar los taludes de una presa de materiales sueltos teniendo en cuenta que la máxima tensión admisible en las secciones de la presa era de 2 MPa. Mediante un primer dimensionamiento en dos dimensiones, aprovechando las simplificaciones de un problema de deformación plana, y una posterior comprobación de los resultados mediante un modelo en tres dimensiones, se ha llegado a la conclusión que es suficiente con ejecutar la presa con las pendientes máximas admisibles.

Mediante el modelo en tres dimensiones también ha sido posible observar que las tensiones máximas se producen en la parte superior de la unión de la presa con el terreno aunque, de todos modos, en ningún caso superar el límite admisible.

Finalmente, cabe decir que para ambos casos se ha realizado un estudio de convergencia con el fin de encontrar que tipo de elemento es el que presenta un mejor comportamiento y finalmente se ha decidido utilizar elementos triangulares de 6 nodos para el caso 2D y elementos tetraédricos de 10 nodos para el caso en 3D.

6. MÉTODO IMPLEMENTADO

Para la resolución del problema en dos dimensiones, se ha implementado la simplificación de deformación plana ya que, tal y como se ha comentado previamente, una de sus dimensiones, en este caso la longitud de la presa, es mucho mayor a las otras dos. Además, también se cumple el requerimiento respecto a las fuerzas, que todas ellas están contenidas en el plano ortogonal de la sección.

Seguidamente se muestran los aspectos a tener en cuenta:

- 1) *Campo de desplazamientos*: La teoría de la elasticidad bidimensional determina que todas las secciones perpendiculares al eje prismático se deforman en su plano y de manera idéntica.
- 2) *Campo de deformaciones*: El vector de deformaciones significativas para el caso de deformación plana tiene en cuenta que la deformación respecto de eje z es nula y, por lo tanto, se obtiene lo siguiente:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}]^T$$

- 3) *Campo de tensiones*: Dado que se trata de un problema de deformación plana, las tensiones tangenciales respecto del eje z son nulas y, por lo tanto, el vector de tensiones significativas queda de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}]^T$$

A partir de estas expresiones, se puede determinar la relación tensión – deformación y la matriz constitutiva, la cual estará simplificada también por el hecho de tratarse de un problema de deformación plana.

- 4) *Expresión del Principio de los Trabajos Virtuales (PTV)*: En este caso en concreto, actuando la fuerza debido al peso propio del terreno y los materiales sueltos y la fuerza hidrostática (q), se obtiene lo siguiente:

$$\iint_A \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dA = \iint_A \delta \mathbf{u}^T \mathbf{b} dA + \oint_I \delta \mathbf{u}^T \mathbf{t} ds + \sum_i \mathbf{u}_i^T \mathbf{q}_i$$

Cabe tener en cuenta que para el cálculo en deformación plana se ha aplicado un valor igual a la unidad para el espesor de los materiales sueltos y del terreno inferior. A partir de esta expresión se puede realizar la discretización mediante elementos finitos y encontrar la matriz de rigidez de cada elemento.

Para la segunda parte del ejercicio, en tres dimensiones, no se han podido implementar simplificaciones y, por lo tanto, es necesario aplicar las expresiones generales para los campos de desplazamientos, deformaciones y tensiones. Así pues, la formulación aplicada es mucho

más compleja. De todos modos, al aplicar el modelo en tres dimensiones, se obtienen resultados mucho más exactos y cercanos a la realidad dado que se tiene en cuenta con más exactitud la interacción entre el terreno y la presa. Por este motivo, es de gran ayuda primeramente aplicar un cálculo simplificado en dos dimensiones, dado que tiene un coste computacional mucho menor y permite obtener una primera idea de los resultados que se deben obtener con el modelo en tres dimensiones.