



Escola de Camins

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Camins, Canals i Ports
UPC BARCELONATECH



PROBLEMA S13

INGENIERÍA DE ESTRUCTURAS

MARC SALSES HUERTA

PROBLEMA S13

INGENIERÍA DE ESTRUCTURAS



ÍNDICE

1. ENUNCIADO	2
2. PREPROCESO 2D	3
2.1. TIPO DE PROBLEMA	3
2.2. GEOMETRIA	4
2.3. CONDICIONES DE CONTORNO	5
2.4. CARGAS	5
2.5. MATERIALES	6
2.6. MALLADO. TIPO DE ELEMENTO	7
3. PREPROCESO 3D	8
3.1. TIPO DE PROBLEMA	8
3.2. GEOMETRIA	9
3.3. CONDICIONES DE CONTORNO	11
3.4. CARGAS	11
3.5. MATERIALES	12
3.6. MALLADO. TIPO DE ELEMENTO	12
4. CÁLCULO	13
4.1. PRINCIPIO DE LOS TRABAJOS VIRTUALES	13
4.2. ECUACIÓN MATRICIAL GLOBAL	13
4.3. OBTENCIÓN DE K Y f	13
5. POSTPROCESO 2D	15
5.1. RESULTADOS CASO ECONÓMICO	15
5.2. RESULTADOS CASO CONSERVADOR	23
6. POSTPROCESO 3D	27
6.1. DESPLAZAMIENTOS	27
6.2. TENSIONES	30
7. CONCLUSIONES	35



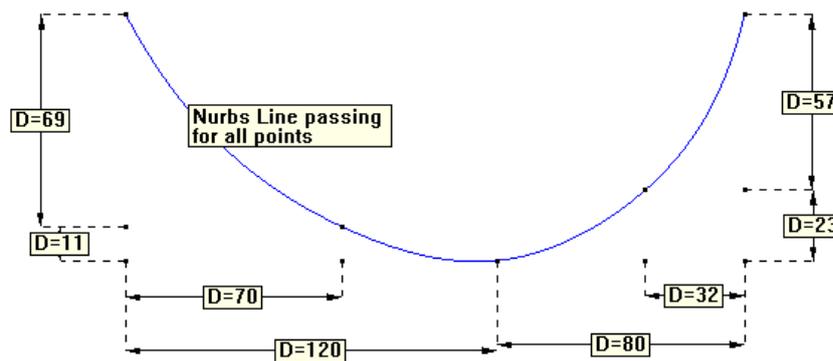
1. ENUNCIADO

Dimensionar y calcular una presa de gravedad de hormigón de 80 m de altura. La anchura en coronación debe ser de 4 m. con las restricciones geométricas que se indican.

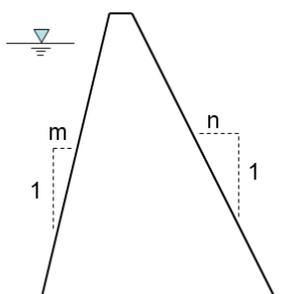
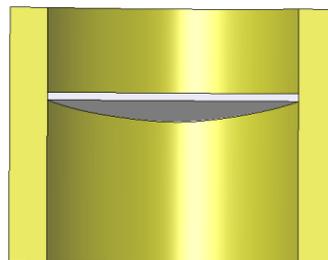
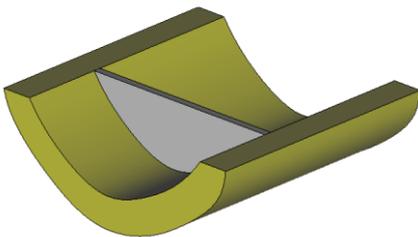
Realizar el proyecto mediante un análisis bidimensional y posteriormente en 3D para verificar el diseño utilizando en ambos casos las siguientes hipótesis:

- 1) Las tracciones máximas en cualquier punto de la presa no deben superar 1 MPa
- 2) El peso específico del hormigón es de 25000 N/m³ y del terreno es de 20000 N/m³
- 3) El Modulo de elasticidad del hormigón a usar es de 22 G N/m² y el coeficiente de poisson es de 0,20
- 4) Base empotrada en el terreno
- 5) Cimentación en terreno homogéneo. Módulo de elasticidad: 37 G N/m² y coeficiente de poisson 0,30.
- 6) Cargas actuantes:
 - a) Peso propio
 - b) Peso propio + empuje hidrostático en presa y cimentación (altura del agua 77 metros)

El perfil del emplazamiento es el que se muestra:



La sección de terreno tiene un ancho de 30 metros y un desarrollo de 200 metros.



$$\begin{aligned} 0.0 < m < 0.2 \\ 0.7 < n < 0.9 \\ 0.75 < m + n < 1.00 \end{aligned}$$

2. PREPROCESO 2D

En el análisis por método de elementos finitos, todos los pasos referentes a la definición del modelo (previos a la solución de las ecuaciones algebraico-diferenciales) constituyen el preproceso. Así, en este apartado se expone la definición de la geometría, las condiciones de contorno, las cargas, los materiales y la malla para el caso bidimensional. Esta última es una parte clave del proyecto pues la precisión de los resultados dependerá de la calidad de la malla.

2.1. TIPO DE PROBLEMA

El primer punto es decidir qué modelo es el que se debe realizar. Existe una gran variedad de estructuras de interés práctico dentro de la ingeniería en las que se puede hacer uso de las hipótesis de la elasticidad bidimensional. Dichas estructuras se caracterizan por tener una forma aproximada de prisma recto. No obstante, según la proporción que guarden las dimensiones de dicho prisma, y la disposición de las cargas, pueden clasificarse en uno de los dos tipos siguientes:

Problema de tensión plana: Se dice de una estructura prismática está en estado de tensión plana si una de sus dimensiones (espesor) es mucho menor que las otras dos, y sobre ella actúan únicamente cargas contenidas en su plano medio. Entre los problemas de estructuras que se incluyen dentro de esta categoría podemos citar los de análisis de vigas de gran canto, placas con cargas en el plano, presas de contrafuertes, etc.

Problema de deformación plana: una estructura prismática está en estado de deformación plana si una de sus dimensiones (longitud) es mucho mayor que las otras dos, y sobre ella actúan únicamente cargas uniformemente distribuidas a lo largo de toda su longitud y contenidas en planos ortogonales al eje que une los centros de gravedad de sus distintas secciones transversales. Dentro de esta clasificación se pueden incluir entre otros, los problemas de muros de contención, presas de gravedad, tuberías bajo presión interior y diversos problemas de ingeniería del terreno (túneles, análisis de tensiones bajo zapata, etc...)

En este caso, se ha realizado un modelado en dos dimensiones bajo las hipótesis de **deformación plana** ya que la longitud de la presa (dirección “z”) es mucho mayor que las dimensiones en el plano “xy”, además que todas las cargas actúan de manera uniforme en toda la longitud y están contenidas en el plano ortogonal a la presa. Esto permite llegar a soluciones altamente precisas disminuyendo en gran medida los recursos computacionales necesarios.

A continuación se detallan algunos aspectos importantes referentes a deformación plana:

- *Campo de desplazamientos*

Las características geométricas y de cargas de una estructura en estado de deformación plana permiten establecerla hipótesis de que todas las secciones perpendiculares al eje prismático z se deforman en su plano y de manera idéntica. Por consiguiente, basta con conocer el comportamiento de cualquiera de dichas secciones. Así consideremos una sección genérica contenida en el plano xy, El campo de desplazamientos de la sección está perfectamente definido si se conocen los desplazamientos en las direcciones x e y de todos sus puntos. El vector desplazamientos de un punto se define, por tanto, como:

$$u(x,y) = \begin{cases} u(x,y) \\ v(x,y) \end{cases} \quad (1)$$

- *Campo de deformaciones*

Del campo de desplazamientos se puede deducir fácilmente las deformaciones haciendo uso de la teoría general de la elasticidad. Así

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4)$$

$$\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0 \quad (5)$$

Con respecto a la deformación longitudinal ε_z hay que señalar que en el caso de deformación plana se hace la hipótesis de que es nula.

$$\varepsilon = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \tau_{xy}]^T \quad (6)$$

- *Campo de tensiones*

Se deduce de las ecuaciones anteriores que las tensiones tangenciales τ_{xz} y τ_{yz} son nulas. La deformación ε_z y la tensión σ_z no trabajan y por tanto el vector de tensiones significativas:

$$\sigma = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \tau_{xy}]^T \quad (7)$$

2.2. GEOMETRIA

La elección de la geometría en el caso del dimensionamiento de una presa debe hacer se de manera iterativa. Dado el carácter académico del presente proyecto, se limitaban las pendientes aguas arriba y aguas abajo del paramento tal como se ha indicado en el enunciado.

La primera sección introducida ha sido la que implica menor volumen, y por tanto menor cantidad de materiales, impacto, zona de trabajo, y en definitiva, la más económica. Se ha realizado el cálculo y se ha comprobado, después de refinar suficientemente el mallado para asegurar que el resultado es adecuado, que dicha sección cumplía todas las prescripciones establecidas por el enunciado.

Dicho esto, la geometría finalmente escogida es la siguiente, donde la pendiente de los espaldones es $m=0.05$ y $n=0.7$, siendo $m+n=0.75$:

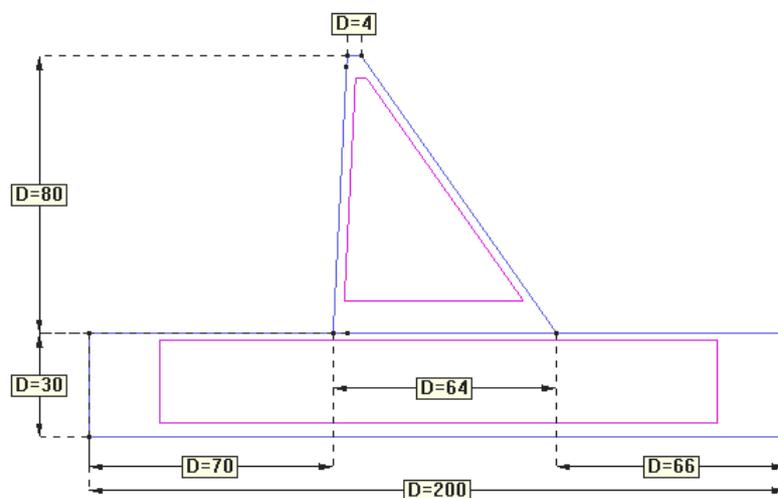


ILUSTRACIÓN 1. GEOMETRÍA Y DIMENSIONES DE LA PRESA Y EL TERRENO

Estas líneas forman superficies cerradas donde se crearán las diferentes mallas. Es importante destacar que el dominio se ha tomado suficientemente grande para asegurar que los contornos rígidos no alteren los resultados en la zona de estudio.

En primer lugar se han creado las líneas que contornean el dominio (200 metros de ancho), para posteriormente crear los espaldones de aguas arriba y aguas abajo.

En este caso, se ha desestimado la necesidad de estudiar los asentamientos producidos en el terreno por el cálculo instantáneo del modelo antes de la construcción de la presa puesto que la rigidez del terreno es altísima.

2.3. CONDICIONES DE CONTORNO

Las condiciones de contorno impuestas en el dominio consisten en un empotramiento de la zona inferior y el impedimento de los desplazamientos en dirección “x” en los laterales. Dichas condiciones únicamente permiten el desplazamiento vertical (asientos) en la totalidad del modelo.

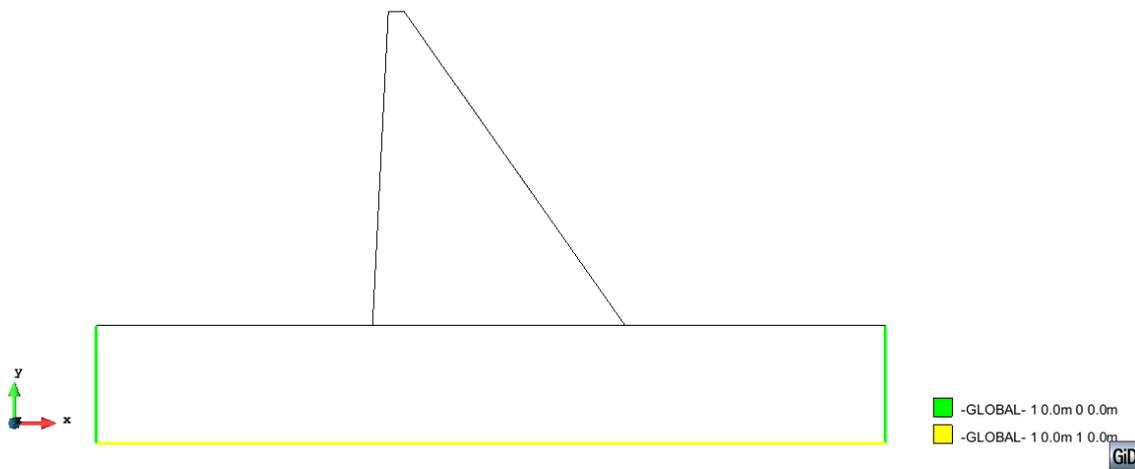


ILUSTRACIÓN 2. CONDICIONES DE CONTORNO

2.4. CARGAS

En este punto del preproceso es donde se distinguen los dos estados de carga diferentes que se deben analizar. Por un lado, únicamente aplicando el peso propio (a) y por otro aplicando el peso propio más la carga estática del agua (b). Al tratarse de una presa de materiales sueltos, se ha desestimado la presencia de sub-presiones bajo la base de la presa.

Estos dos estados serán analizados en el postproceso, junto con el razonamiento hecho para el dimensionamiento de la presa objeto de estudio.

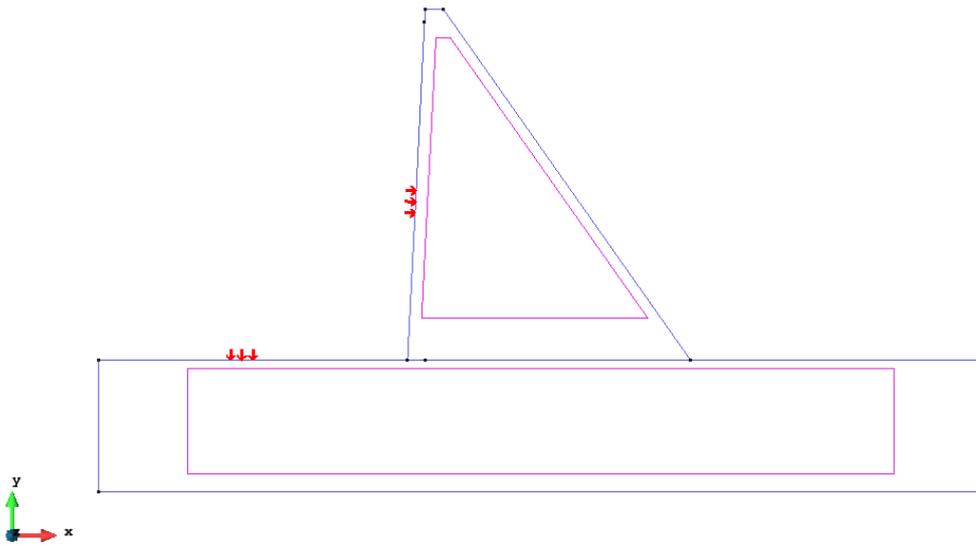


ILUSTRACIÓN 3. CARGAS HIDROSTÁTICAS

2.5. MATERIALES

La definición de los materiales ha consistido en la asignación a cada superficie el tipo de material que corresponde tal como se observa a continuación:

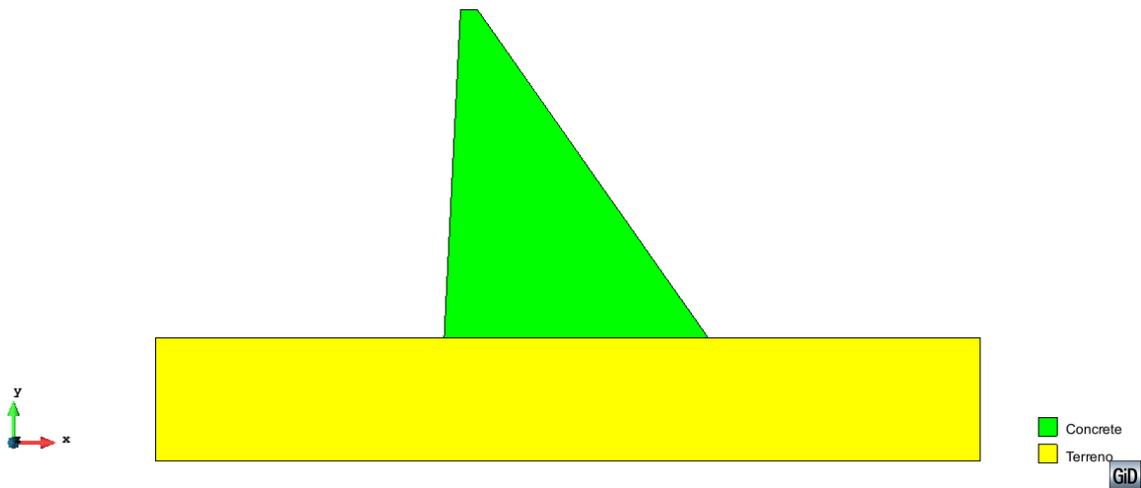


ILUSTRACIÓN 4. ASIGNACIÓN DE LOS MATERIALES

Siendo las características de los materiales las siguientes:

MATERIAL	MÓDULO DE YOUNG	POISSON	Y
RELLENO	37 G N/m^2	0.3	20 kN/m^3
HORMIGÓN	22 G N/m^2	0.2	25 kN/m^3

TABLA 1. PROPIEDADES FÍSICAS DE LOS MATERIALES

2.6. MALLADO. TIPO DE ELEMENTO

Este es un paso fundamental del preproceso pues de la calidad del mallado depende el grado de fiabilidad de la solución. En este proyecto se ha utilizado un mallado desestructurado en todos los casos dada la geometría singular de la presa. El terreno es un fantástico candidato a ser mallado de manera estructurada, si bien se ha desestimado para poder realizar el mismo tipo de malla en el modelo completo. Dicha decisión está muy lejos de afectar a la calidad de la solución.

Así, se ha mallado y calculado de manera sucesiva disminuyendo progresivamente el tamaño del elemento. Además, se han estudiado diferentes tipos de elementos para poder observar el comportamiento de cada uno en cuanto a la convergencia tanto de tensiones principales como de desplazamientos en dirección “y” (asientos). Se ha estudiado convergencia de los elementos para el caso de cargas con peso propio. Por otro lado, el punto de control elegido ha sido el punto superior del terreno pues se debe evaluar siempre el mismo punto.

Por otro lado, el punto de control elegido ha sido el punto más aguas arriba de la coronación pues se debe evaluar siempre el mismo punto.

Además, se han tomado los valores de tensión principal máxima a tracción y desplazamiento máximo en dirección “y” adicionalmente, que puede servir para reafirmar la idea del comportamiento de cada elemento pero en ningún caso se puede utilizar este tipo de convergencia para arrojar un resultado de algún punto en concreto. Después de varias pruebas de comportamientos de malla, se ha decidido utilizar una malla del mismo tamaño en todas las superficies de la geometría, refinando los puntos singulares donde los resultados arrojan presencia de tracciones. Estos puntos corresponden a la coronación y a los puntos de contacto entre diferentes materiales con la cimentación.

La convergencia se hace entre elementos triangulares de 3 nodos y triangulares de 6 nodos. No se ha contemplado los cuadriláteros debido a la geometría de la presa y los cuadriláteros no se aproximan suficientemente bien, aunque el terreno sí que aceptaría cuadriláteros.

De la convergencia se concluye que el elemento que mejor converge, es decir, antes converge, es el triángulo de 6 nodos. Pero el resultado obtenido durante las convergencias es parecido cuando se usan tamaños de malla un poco refinados, como el análisis se realizará con tamaños de malla suficientemente refinados, no importa qué tipo de elemento usar. Entonces los triángulos de 3 nodos nos permitirán ahorrar tiempo computacional. Así pues, se hará el análisis de resultados con mallas de **elementos triangulares de 3 nodos**.

3. PREPROCESO 3D

En el análisis por método de elementos finitos, todos los pasos referentes a la definición del modelo (previos a la solución de las ecuaciones algebraico-diferenciales) constituyen el preproceso. Así, en este apartado se expone la definición de la geometría, las condiciones de contorno, las cargas, los materiales y la malla para el caso tridimensional. Esta última es una parte clave del proyecto pues la precisión de los resultados dependerá de la calidad de la malla.

3.1. TIPO DE PROBLEMA

Existen muchas estructuras cuyas características geométricas, mecánicas o de cargas no permiten la utilización de modelos de cálculo simplificado, tales como los sólidos bidimensionales o de revolución. En dichos casos es imperativo considerar la estructura como un sólido tridimensional y hacer uso para su análisis de la teoría general de la elasticidad en tres dimensiones. Ejemplos prácticos de dichas situaciones son típicos en estructuras constituidas por sólidos de geometría irregular o propiedades de los materiales heterogéneas. En el caso de estudio la geometría de la base de la presa no es plana como se ha simplificado en el análisis bidimensional lo que afecta a la vez a las cargas hidrostáticas y al peso propio de la presa.

No obstante su mayor dificultad aparente, el análisis tridimensional de una estructura por el método de los elementos finitos no presenta en principio grandes problemas conceptuales. La teoría de la elasticidad en tres dimensiones es una generalización de la teoría bidimensional y gran parte de las etapas de un análisis por elementos finitos son repetición del análisis bidimensional. En ese sentido, se trata del caso más generalizado.

Pese a la relativa sencillez del procedimiento de análisis, los problemas tridimensionales sí que representan un mayor esfuerzo de cálculo por elementos finitos, en comparación con los problemas bidimensionales. Dicha dificultad es inherente al tamaño del problema, que pasa de dos a tres dimensiones. Este aumento en una dimensión se refleja no únicamente en un considerable incremento del tiempo de cálculo, sino también en un esfuerzo mucho mayor en la preparación de datos e interpretación de resultados. Por estos motivos se tiende, siempre que es posible, a modelizar la estructura de forma que pueda evitarse el estudio tridimensional en beneficio de análisis más simplificados. Desafortunadamente este no es el caso de muchos problemas de interés práctico en ingeniería que exigen un análisis tridimensional.

- *Campo de desplazamientos*

Sea un sólido tridimensional el movimiento de un punto en el espacio queda perfectamente definido por las tres componentes del vector de desplazamientos.

$$u(x,y) = [u \ v \ w]^T \quad (1)$$

- *Campo de deformaciones*

Siguiendo la teoría clásica de la elasticidad tridimensional, el vector de deformación en un punto está definido por seis componentes como

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4)$$

$$\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0 \quad (5)$$

Con respecto a la deformación longitudinal ϵ_z hay que señalar que en el caso de deformación plana se hace la hipótesis de que es nula.

$$\epsilon = [\epsilon_x \quad \epsilon_y \quad \epsilon_z \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{xz} \quad \gamma_{yz}]^T \quad (6)$$

Con;

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}; & \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y}; & \epsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}; & \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}; & \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned}$$

- *Campo de tensiones*

El vector de tensiones en un punto contiene seis componentes de tensión, conjugadas de las seis respectivas deformaciones. Así,

$$\sigma = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \tau_{xy}]^T \quad (7)$$

Donde $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ son las tensiones normales y $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$ son las tensiones tangenciales.

3.2. GEOMETRIA

La geometría escogida es la que en el caso bidimensional analizado hemos decidido que es la más óptima, que cómo ya veremos es el segundo caso analizado correspondiente a un modelo más conservativo que el primero que se ha considerado.

A diferencia del análisis bidimensional, en el tridimensional hay que crear volúmenes que definirán los diferentes tipos de materiales.

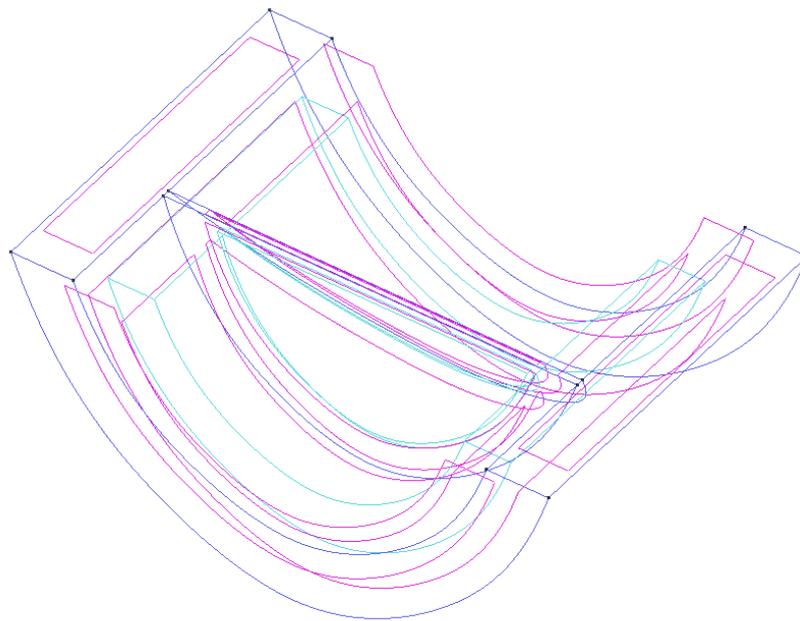
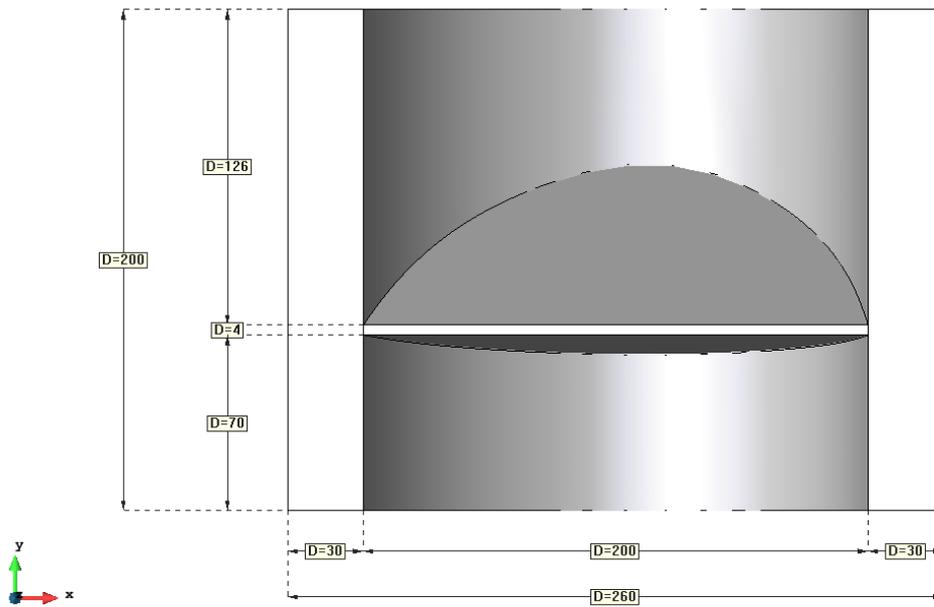
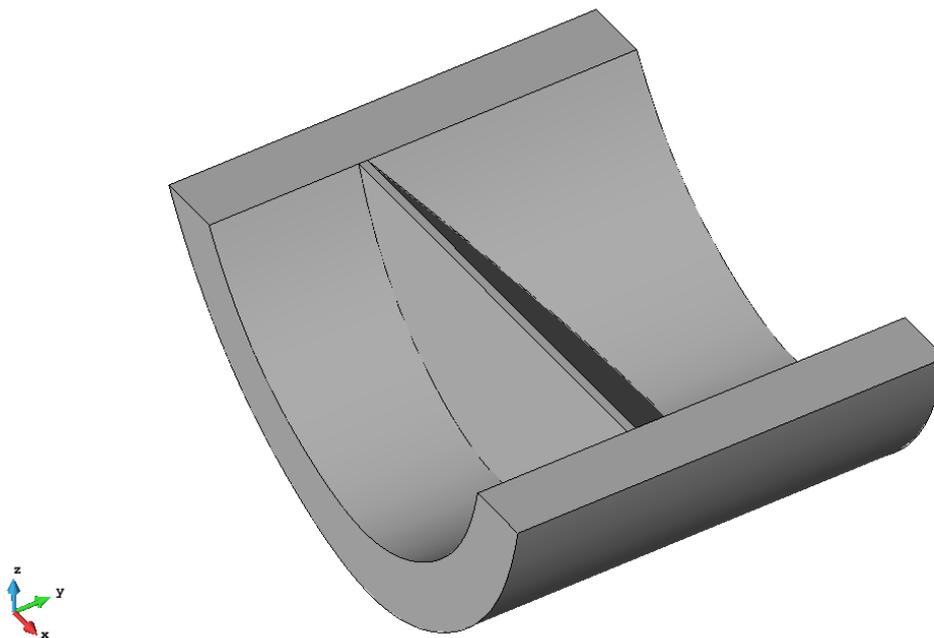


ILUSTRACIÓN 5. GEOMETRÍA DE LA PRESA Y EL TERRENO EN 3D



GiD

ILUSTRACIÓN 6. DIMENSIONES DE LA PRESA Y EL TERRENO



GiD

ILUSTRACIÓN 7. MODELO EN 3D

Es importante destacar que el dominio se ha tomado suficientemente grande para asegurar que los contornos rígidos no alteren los resultados en la zona de estudio.

En este caso, se ha desestimado la necesidad de estudiar los asientos producidos en el terreno por el cálculo instantáneo del modelo antes de la construcción de la presa puesto que la rigidez del terreno es altísima.

3.3. CONDICIONES DE CONTORNO

Las condiciones de contorno impuestas en el dominio consisten en un empotramiento de la zona inferior y el impedimento de los desplazamientos en dirección "x" en los laterales. Dichas condiciones únicamente permiten el desplazamiento vertical (asientos) en la totalidad del modelo.

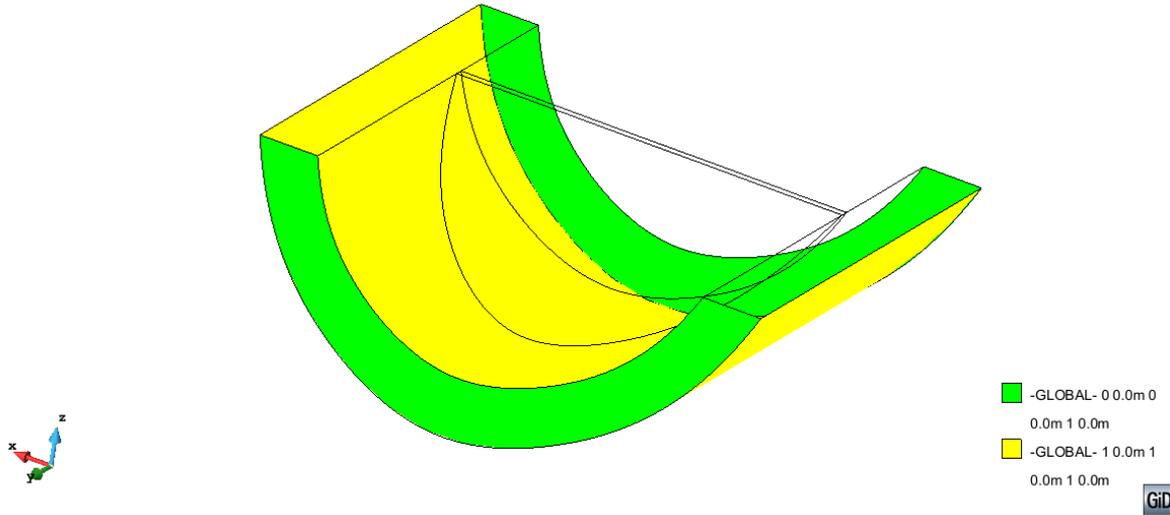


ILUSTRACIÓN 8. CONDICIONES DE CONTORNO

3.4. CARGAS

En este punto del preproceso es donde se distinguen los dos estados de carga diferentes que se deben analizar. Por un lado, únicamente aplicando el peso propio (a) y por otro aplicando el peso propio más la carga estática del agua (b). Al tratarse de una presa de materiales sueltos, se ha desestimado la presencia de sub-presiones bajo la base de la presa.

Estos dos estados serán analizados en el postproceso, junto con el razonamiento hecho para el dimensionamiento de la presa objeto de estudio.

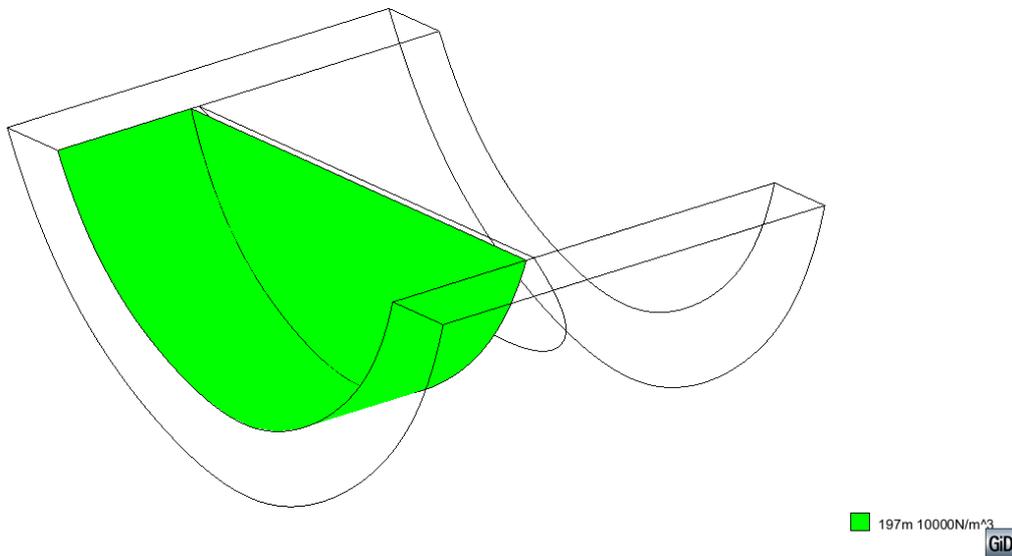


ILUSTRACIÓN 9. CARGA HIDROSTÁTICA

3.5. MATERIALES

La definición de los materiales ha consistido en la asignación a cada superficie el tipo de material que corresponde tal como se observa a continuación:

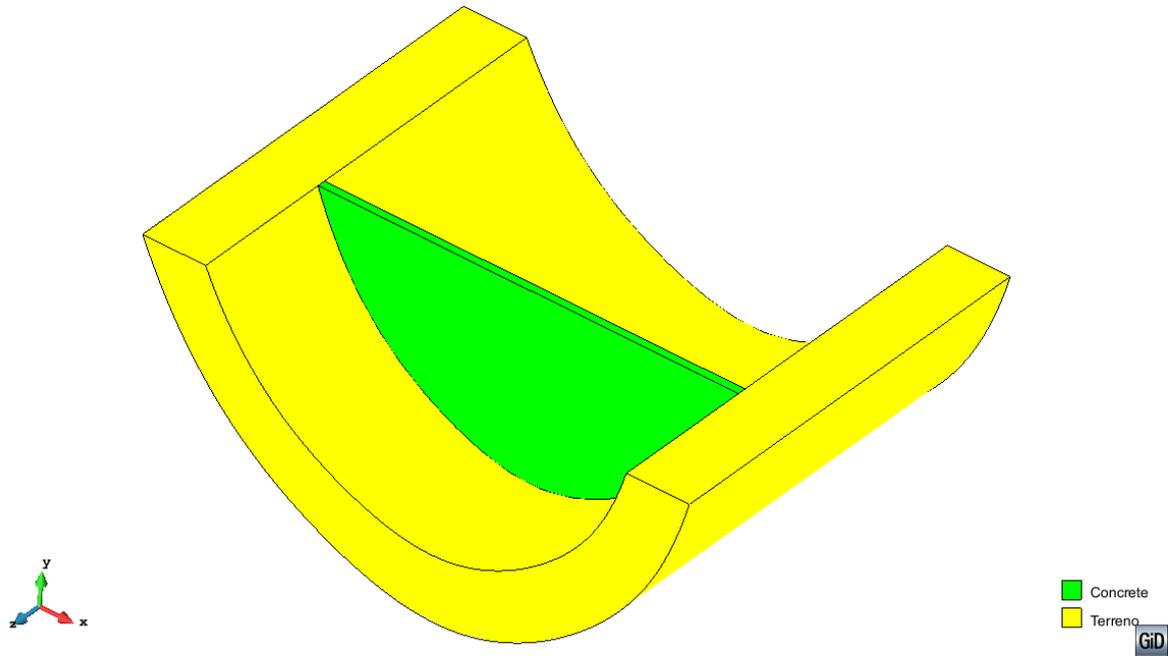


ILUSTRACIÓN 10. ASIGNACIÓN DE LOS MATERIALES

Siendo las características de los materiales las siguientes:

MATERIAL	MÓDULO DE YOUNG	POISSON	Y
RELLENO	37 G N/m ²	0.3	20 kN/m ³
HORMIGÓN	22 G N/m ²	0.2	25 kN/m ³

TABLA 2. PROPIEDADES FÍSICAS DE LOS MATERIALES

3.6. MALLADO. TIPO DE ELEMENTO

Este es un paso fundamental del preproceso pues de la calidad del mallado depende el grado de fiabilidad de la solución. En este proyecto se ha utilizado un mallado desestructurado en todos los casos dada la geometría singular de la presa. El terreno es un fantástico candidato a ser mallado de manera estructurada, si bien se ha desestimado para poder realizar el mismo tipo de malla en el modelo completo. Dicha decisión está muy lejos de afectar a la calidad de la solución.

Dado el alto valor computacional que representa el cálculo de estructuras en 3D, sólo se opta por usar **elementos tetraédricos de 4 nodos**.

4. CÁLCULO

En este apartado se mencionan las principales ecuaciones y rutinas de cálculo para la obtención de los resultados. Es preciso decir que dichas ecuaciones se encuentran implementadas en el programario RamSeries_2D de GiD utilizado para el modelado del análisis bidimensional y RamSeries_3D para el tridimensional. De esta forma, la función y responsabilidad del estudiante en el papel de ingeniero es interpretar y discutir los resultados.

4.1. MALLADO. TIPO DE ELEMENTO

Una de las etapas fundamentales del cálculo matricial es la obtención de la ecuación de equilibrio del elemento aislado que relaciona las fuerzas actuantes en los nodos con los desplazamientos de dichos nodos. El procedimiento más habitual se basa en la aplicación del Principio de Trabajos Virtuales (PTV) que se enuncia como sigue: “Una estructura está en equilibrio bajo la acción de un sistema de fuerzas exteriores si a imponer a la misma unos desplazamientos arbitrarios por las fuerzas exteriores sobre los desplazamientos virtuales es igual a l trabajo que realizan las tensiones en la barra sobre las deformaciones producidas por los desplazamientos virtuales”.

En el caso de deformación plana, el PTV tiene la siguiente forma:

$$\iint_A \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} t dA = \iint_A \delta \mathbf{u}^T \mathbf{b} t dA + \oint_l \delta \mathbf{u}^T \mathbf{t} t ds + \sum_i \delta \mathbf{u}_i^T \mathbf{q}_i$$

Donde,

$$\begin{aligned} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T &= [\delta \varepsilon_x \quad \delta \varepsilon_y \quad \gamma_{xy}]^T & \delta \mathbf{u} &= [\delta u \quad \delta v]^T & \mathbf{b} &= [b_x \quad b_y]^T \\ \mathbf{t} &= [t_x \quad t_y]^T & \delta \mathbf{u}_i &= [\delta u_i \quad \delta v_i]^T & \mathbf{q}_i &= [U_i \quad V_i]^T \end{aligned}$$

Debido a que en el PTV aparecen únicamente primeras derivadas, se exigirá únicamente continuidad de clase C_0 a la aproximación de elementos finitos.

4.2. Ecuación matricial global

La ecuación matricial global se obtiene tras la desratización en elementos del dominio, y sustituyendo en la expresión del PTV.

$$K\mathbf{a} = \mathbf{f}$$

Donde K es la matriz de rigidez global, a el vector de desplazamientos nodales y f el vector de fuerzas.

4.3. Obtención de K y f.

A continuación se muestran la subrutina para el cálculo de la matriz de rigidez $K^{(e)}$ y del cálculo de $f^{(e)}$ para fuerzas másicas.

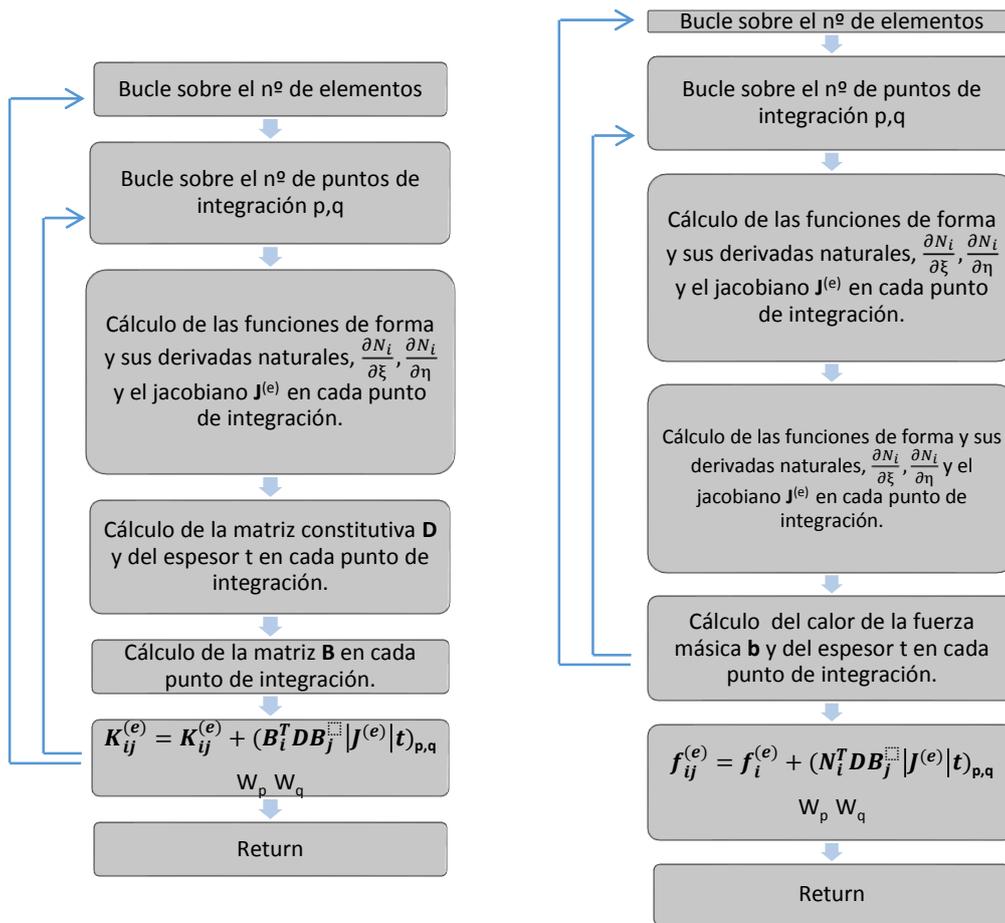


ILUSTRACIÓN 11. SUBRUTINA PARA EL CÁLCULO DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ K Y DEL CÁLCULO DE F

Donde **B** es la matriz de deformación del elemento y **D** es la matriz de deformaciones del elemento.

5. POSTPROCESO 2D

En este apartado se presentan y discuten los resultados obtenidos mediante el modelo simplificado en 2D.

5.1. RESULTADOS CASO ECONÓMICO

Se empezará en analizar el caso más económico que se ha descrito anteriormente. Tendremos en cuenta los dos casos de carga (peso propio y peso propio más carga hidrostática)

5.1.1. Desplazamientos

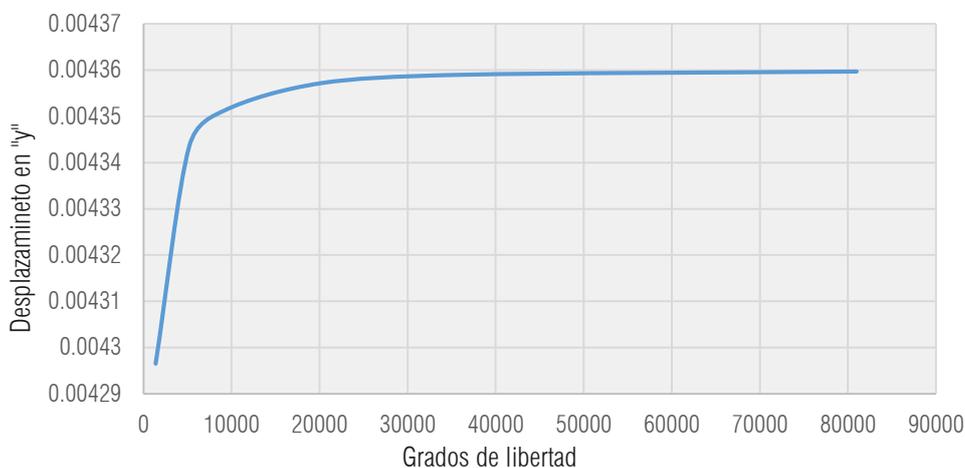
En cuanto los asientos, tal como se ha dicho antes, se han despreciado los asientos producidos por asiento instantáneo del terreno, tal como se ha dicho en el apartado anterior, debido a que el terreno subyacente es mucho más rígido que el material de la presa. Así pues, se asume que el desplazamiento vertical obtenido en el modelo es el desplazamiento vertical de la presa.

5.1.1.1. Peso propio

En primer lugar se realiza un análisis de convergencia para determinar cuál debería ser el tamaño de malla más adecuado a la hora de realizar los cálculos y cuál es el tipo de elemento más indicado en función del error cometido, los datos son computados en un Excel para obtener las **gráficas de convergencia** en función de la flecha máxima y los grados de libertad de la estructura.

Convergencia del desplazamiento				
Tamaño elemento	Nº elementos	Nº nodos	Nº GDL	Desplazamiento en "y" (m)
4	1231	689	1378	0.0042965
2	4898	2595	5190	0.0043435
1.5	8837	4612	9224	0.0043513
1	19658	10119	20238	0.0043572
0.75	35420	18096	36192	0.0043590
0.5	79839	40498	80996	0.0043597

TABLA 3. TABLA DE RESULTADOS PARA LA CONVERGENCIA DEL ASIENTO



GRÁFICA 1. CONVERGENCIA DE LOS ASIENTOS

Aproximadamente a partir de los 20000 grados de libertad el resultado es más que aceptable, ha convergido. Por lo tanto se aceptarán como buenos los resultados obtenidos con el tamaño de malla de 1 o menor.

A continuación se muestran y analizan los resultados obtenidos en cuanto a asientos para el caso de carga previamente enunciado. Son capturas realizadas con el GiD para el caso más refinado.

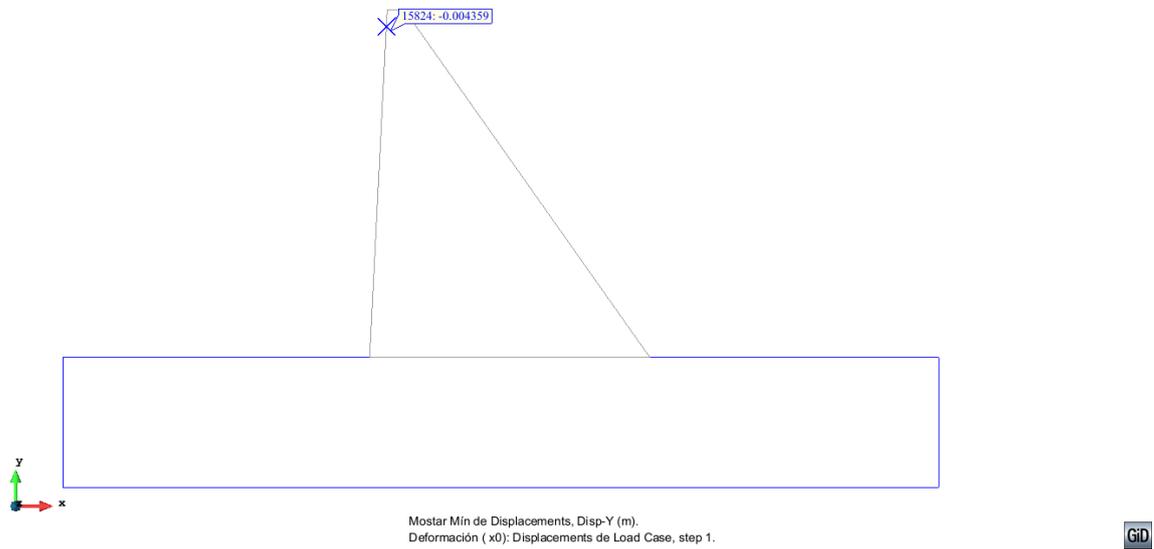


ILUSTRACIÓN 12. MÁXIMO DESPLAZAMINETO EN "Y"

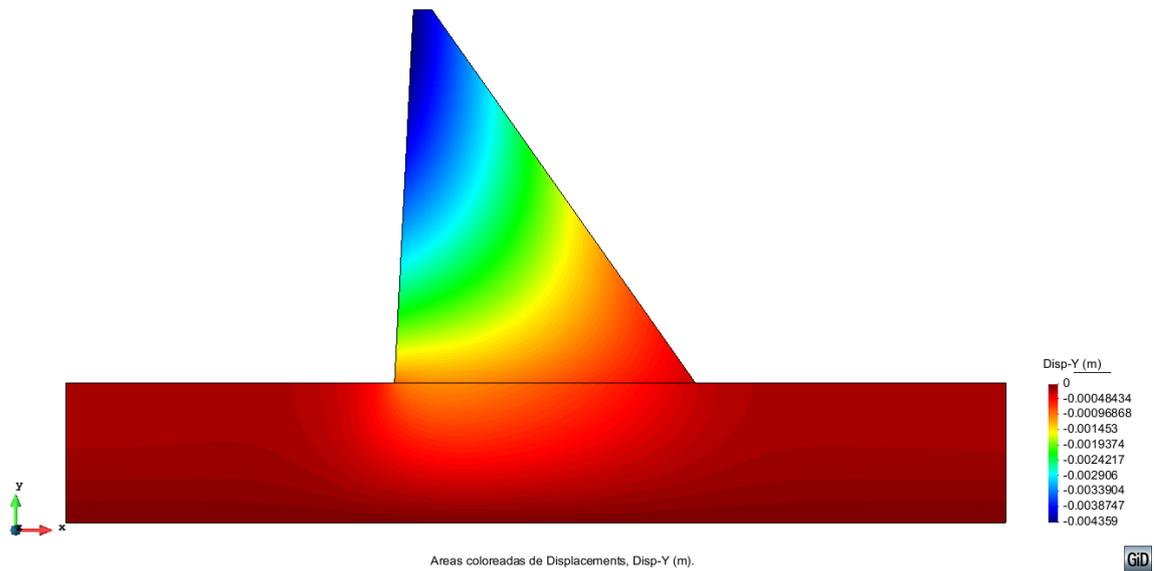


ILUSTRACIÓN 13. DESPLAZAMIENTOS EN "Y"

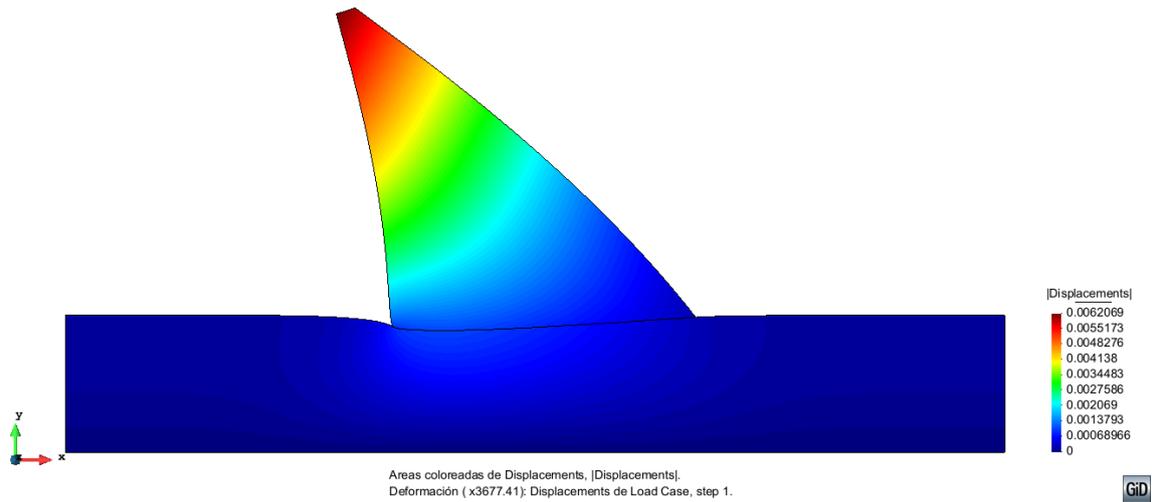


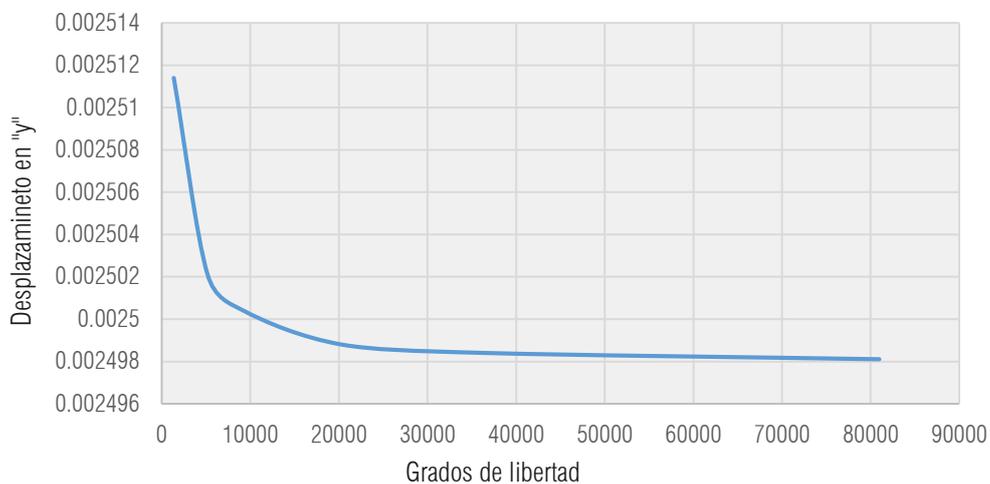
ILUSTRACIÓN 14. DEFORMADA DE LA ESTRUCTURA

5.1.1.2. Peso propio más carga hidrostática

En primer lugar se realiza un análisis de convergencia para determinar cuál debería ser el tamaño de malla más adecuado a la hora de realizar los cálculos y cuál es el tipo de elemento más indicado en función del error cometido, los datos son computados en un Excel para obtener las **gráficas de convergencia** en función de la flecha máxima y los grados de libertad de la estructura.

Convergencia del desplazamiento				
Tamaño elemento	Nº elementos	Nº nodos	Nº GDL	Desplazamiento en "y" (m)
4	1231	689	1378	0.0025114
2	4898	2595	5190	0.0025021
1.5	8837	4612	9224	0.0025004
1	19658	10119	20238	0.0024988
0.75	35420	18096	36192	0.0024984
0.5	79839	40498	80996	0.0024981

TABLA 4. TABLA DE RESULTADOS PARA LA CONVERGENCIA DEL ASIENTO



GRÁFICA 2. CONVERGENCIA DE LOS ASIENTOS

Aproximadamente a partir de los 20000 grados de libertad el resultado es más que aceptable, ha convergido. Por lo tanto se aceptarán como buenos los resultados obtenidos con el tamaño de malla de 1 o menor.

A continuación se muestran y analizan los resultados obtenidos en cuanto a asientos para el caso de carga previamente enunciado. Son capturas realizadas con el GiD para el caso más refinado.

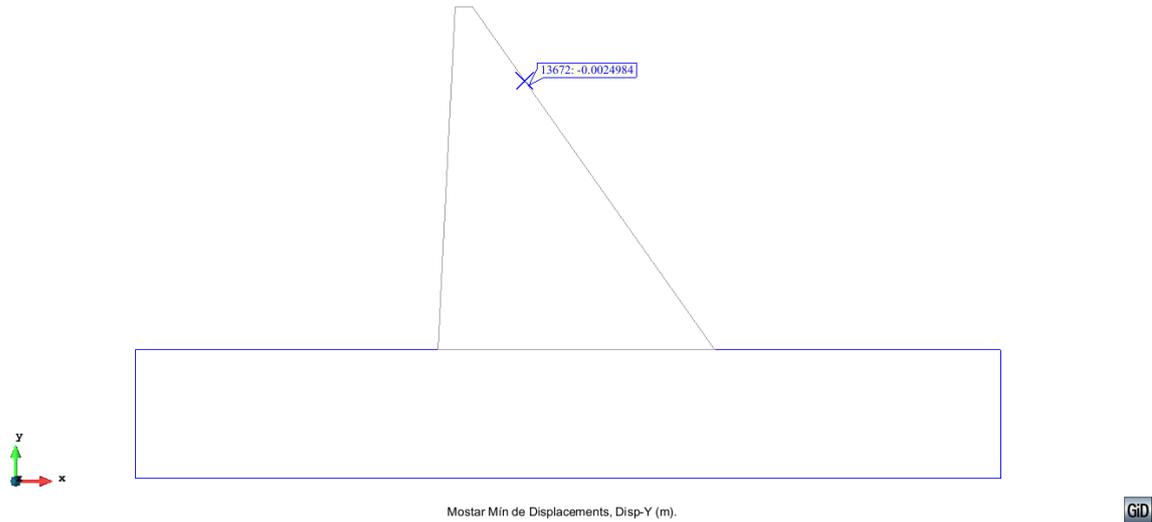


ILUSTRACIÓN 15. MÁXIMO DESPLAZAMIENTO EN "Y"

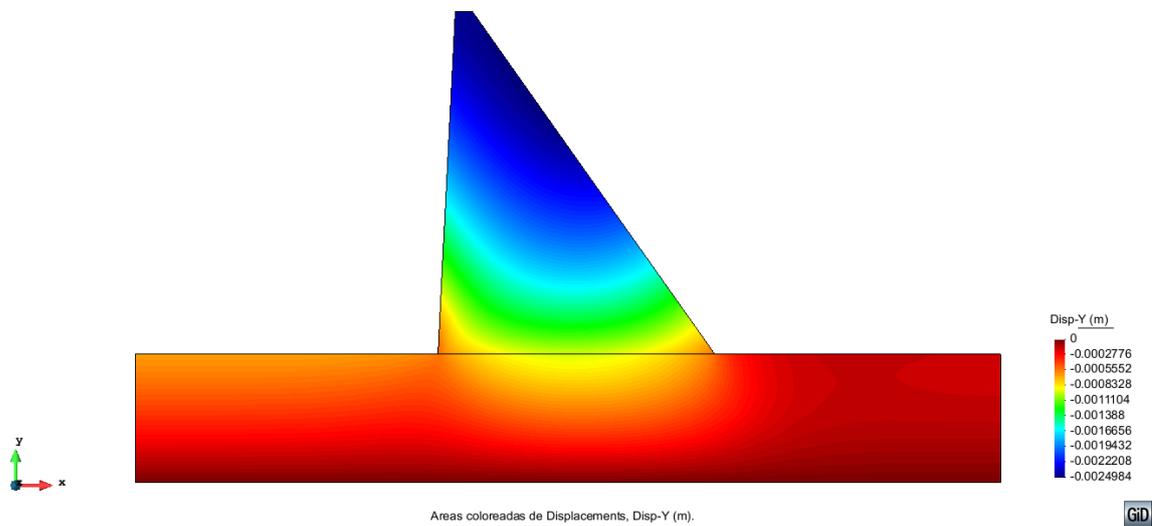


ILUSTRACIÓN 16. DESPLAZAMIENTOS EN "Y"

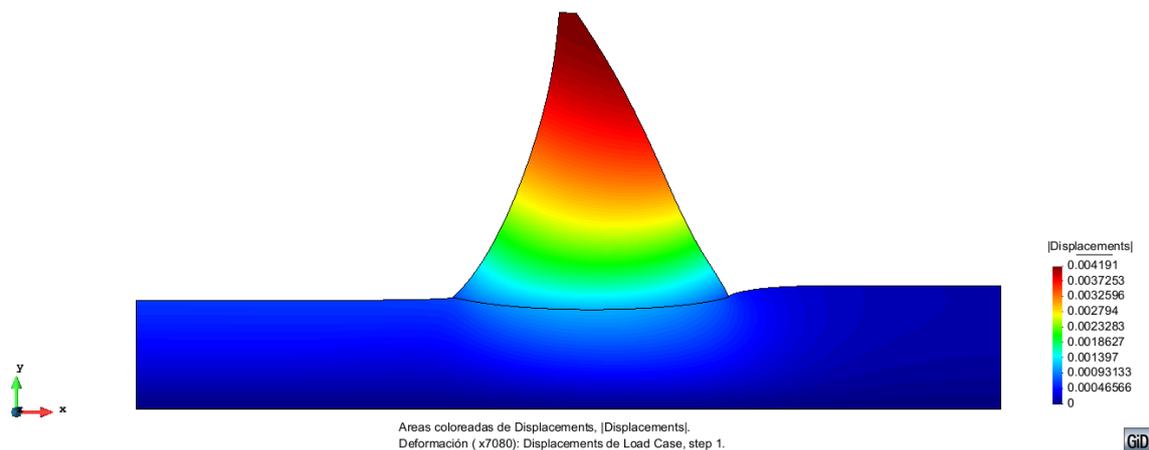


ILUSTRACIÓN 17. DEFORMADA DE LA ESTRUCTURA

5.1.2. Tensiones

Se muestran las tensiones del terreno, las máximas de tracción y las máximas de compresión.

5.1.2.1. Peso propio

En este apartado se analiza el estado tensional para el caso en que únicamente actúa el peso propio. A priori este estado no será el limitante para el dimensionamiento de la presa, si bien es interesante su estudio y sobretodo su comparación con el segundo estado de carga analizado.

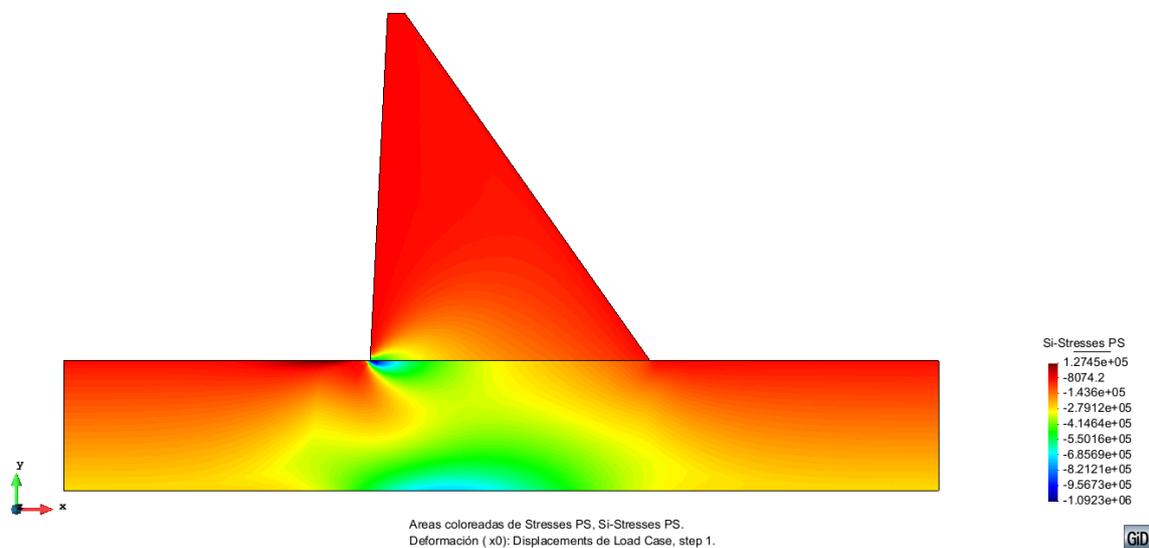


ILUSTRACIÓN 18. TENSIONES MÁXIMAS DE TRACCIÓN

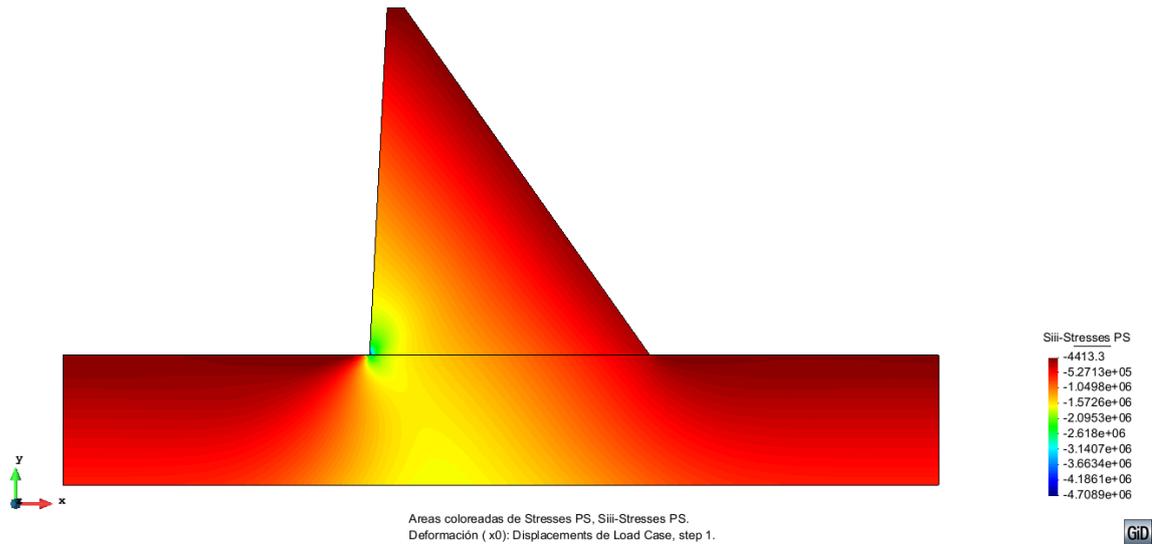


ILUSTRACIÓN 19. TENSIONES MÁXIMAS DE COMPRESIÓN

Efectivamente se comprueba que no hay tracciones en la presa ya que el terreno es comprimido por su propio peso.

Como el enunciado solo nos limita las tensiones del hormigón no nos fijaremos en el comportamiento tensional del terreno.

Si nos fijamos bien encontramos puntos conflictivos donde se producen concentración de tensiones que hay que analizar para ver si esos resultados son reales o ficticios. Para ello se realiza una gráfica de las tensiones del refuerzo a lo largo de la longitud de la presa. Se obtienen diferentes curvas que corresponden a las tensiones según los diferentes mallados, los cuales son cada vez más refinados (se refina con un tamaño mucho menor en las zonas críticas). Se hará un mallado irregular, es decir en el punto de conflicto se tendrá una malla mucho más pequeña en relación al resto de la presa.

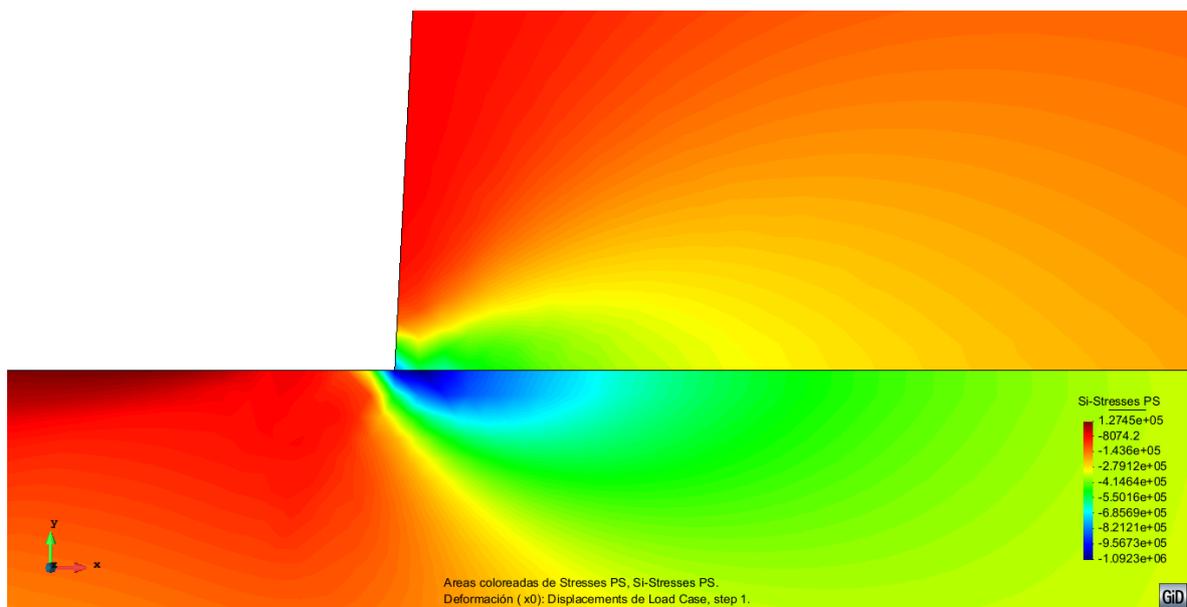


ILUSTRACIÓN 20. AMPLIACIÓN DE LA ZONA DE CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

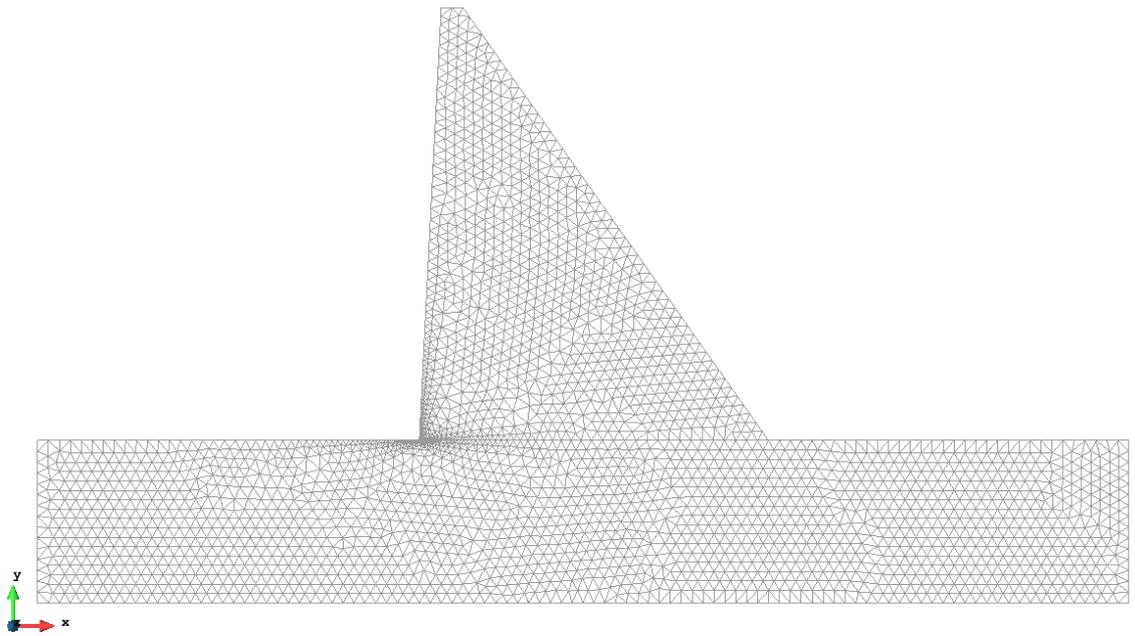


ILUSTRACIÓN 21. EJEMPLO DE MALLA REFINADA EN EL PUNTO CONFLICTIVO

Como se puede observar a continuación, después de ir refinando, vemos que la concentración de tensiones de tracciones solo afecta al terreno y como se comentó anteriormente como el enunciado solo nos limita las tensiones de tracción del hormigón no nos fijaremos en el comportamiento tensional del terreno. Sí que hay concentración de compresiones en la presa, pero como no tenemos limitación en este aspecto no haremos caso a los resultados de compresión.

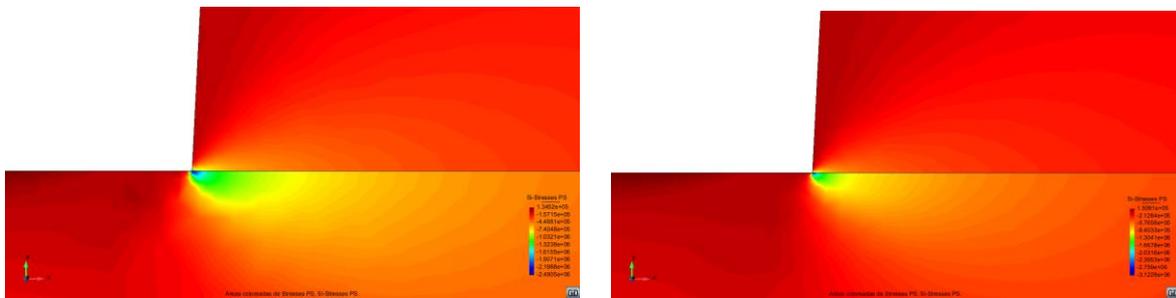


ILUSTRACIÓN 22. EVOLUCIÓN DE LAS TENSIONES A MEDIDA QUE SE REFINA EN EL PUNTO CONFLICTIVO

5.1.2.2. Peso propio más carga hidrostática

En este apartado se analiza el estado tensional para el caso de peso propio más carga hidrostática.

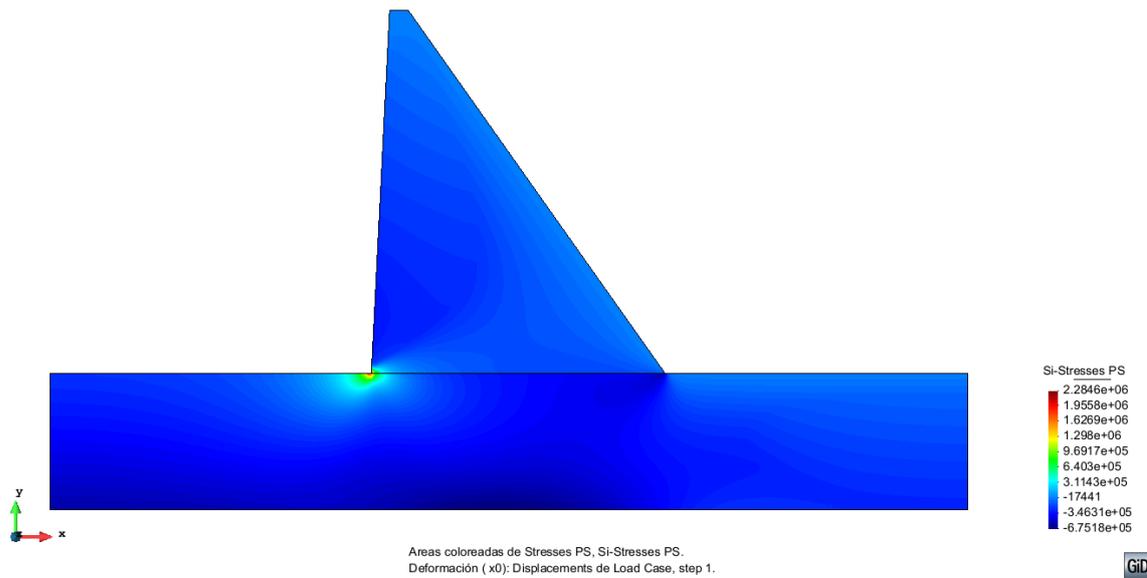


ILUSTRACIÓN 23. TENSIONES MÁXIMAS DE TRACCIÓN

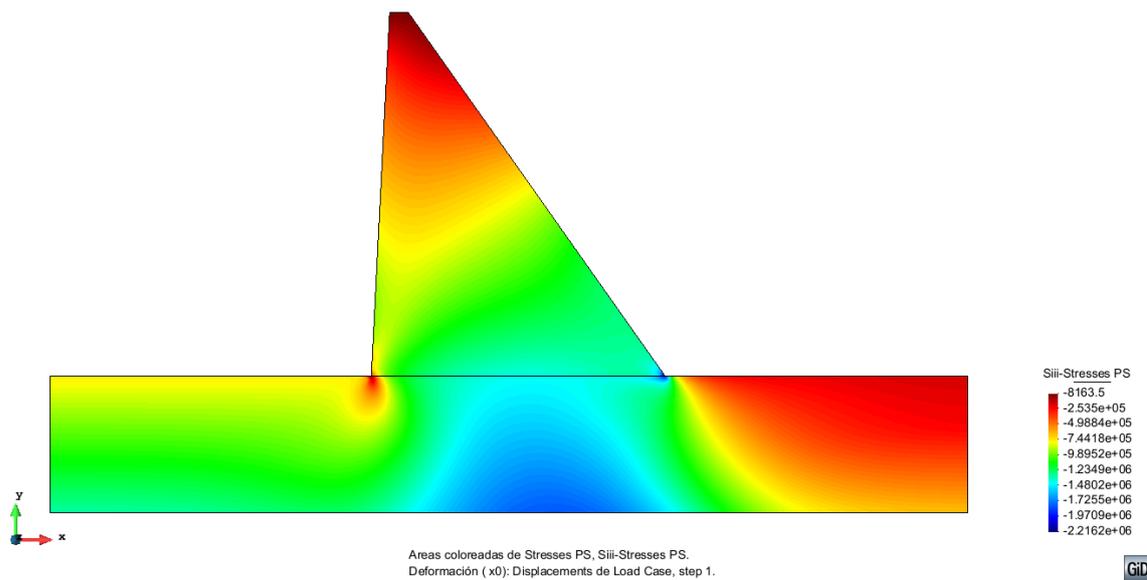
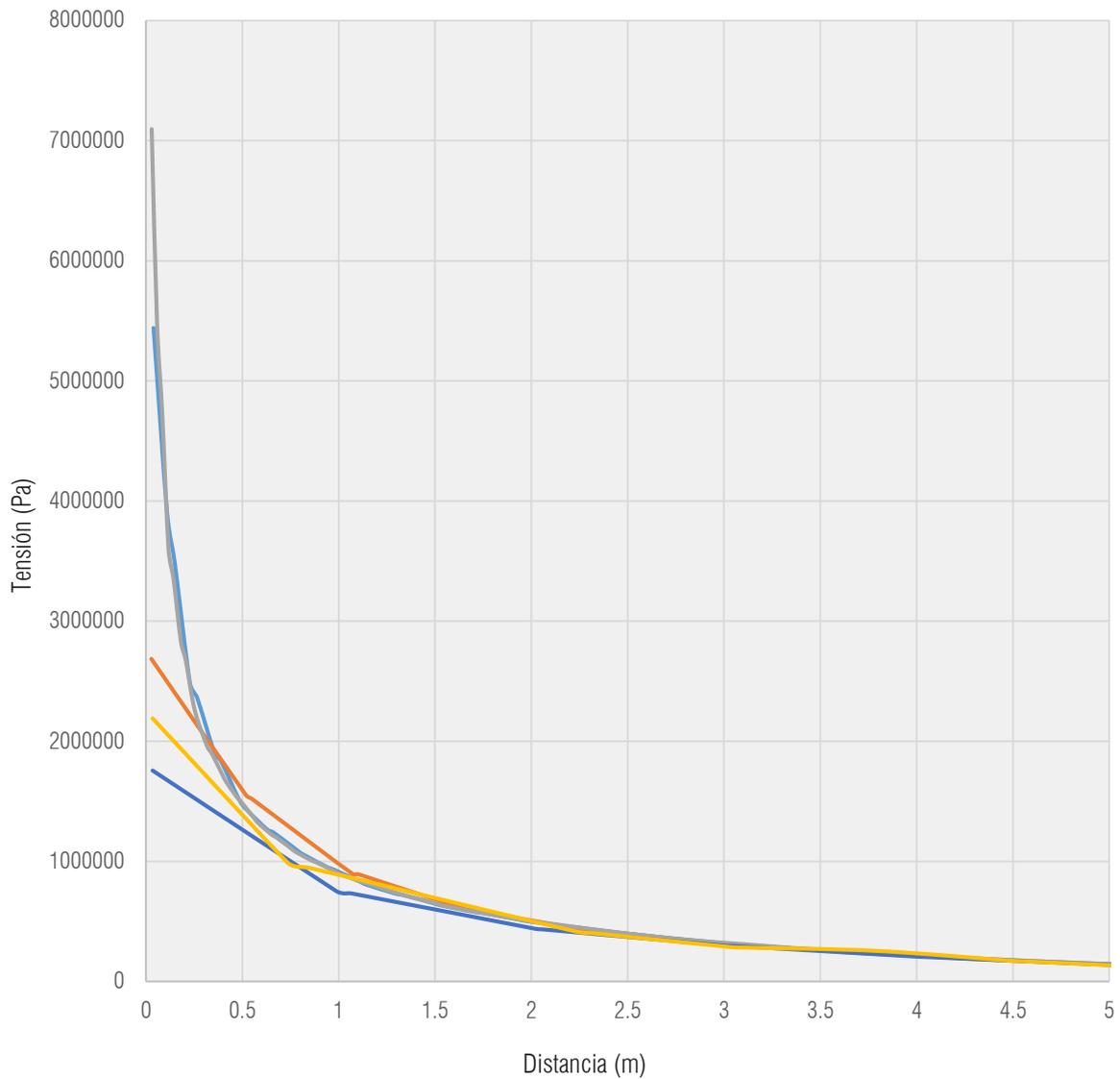


ILUSTRACIÓN 24. TENSIONES MÁXIMAS DE COMPRESIÓN

A diferencia del caso anterior encontramos puntos conflictivos donde se producen concentración de tensiones a tracción que hay que analizar para ver si esos resultados son reales o ficticios. Para ello se realiza una gráfica de las tensiones del refuerzo a lo largo de la longitud de la presa. Se obtienen diferentes curvas que corresponden a las tensiones según los diferentes mallados, los cuales son cada vez más refinados (se refina con un tamaño mucho menor en las zonas críticas). Se hará un mallado irregular, es decir en el punto de conflicto se tendrá una malla mucho más pequeña en relación al resto de la presa.



GRÁFICA 3. CONVERGENCIA DE LAS TENSIONES

Vemos que alrededor de la concentración de tensiones el valor converge, lo contrario pasa en el punto crítico, donde las tensiones crecen sin estabilizarse. Por lo tanto, se deduce que tenemos una concentración de tensiones a tracción ficticia que implica que el valor máximo proporcionado por el programa no es real. Se observarían los valores que no convergen, es decir, aquellos valores a un foco de un metro de la concentración de tensiones.

Entonces tendremos un valor de tensiones máximo alrededor de 1Mpa, lo que nos trae problemas ya que este también es el límite permitido. Por lo tanto hay que considerar un caso más conservador para evitar que las tracciones superen las máximas.

5.2. RESULTADOS CASO CONSERVADOR

Se analizará el caso más conservador dado que, como anteriormente se ha explicado, las tracciones producidas en el anterior caso superan las máximas. Tendremos en cuenta los dos casos de carga (peso propio y peso propio más carga hidrostática).

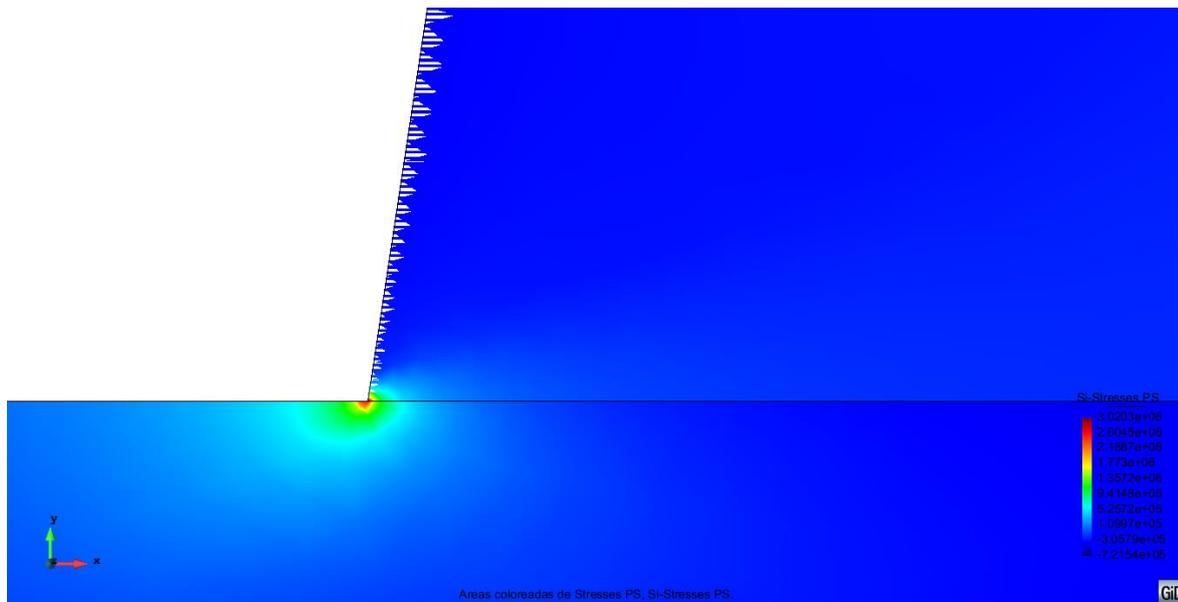
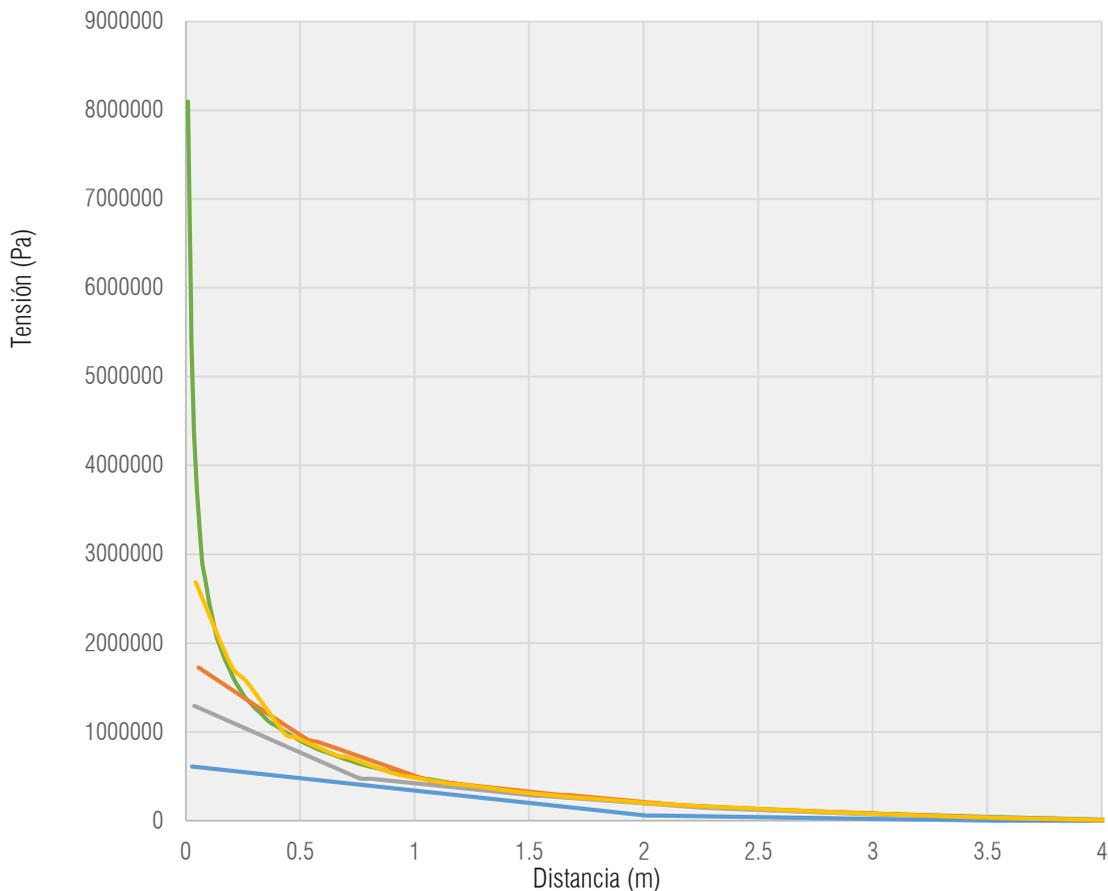


ILUSTRACIÓN 27. AMPLIACIÓN DE LA ILUSTRACIÓN ANTERIOR

Encontramos puntos conflictivos donde se producen concentración de tensiones a tracción que hay que analizar para ver si esos resultados son reales o ficticios. Para ello se realiza una gráfica de las tensiones del refuerzo a lo largo de la longitud de la presa. Se obtienen diferentes curvas que corresponden a las tensiones según los diferentes mallados, los cuales son cada vez más refinados (se refina con un tamaño mucho menor en las zonas críticas). Se hará un mallado irregular, es decir en el punto de conflicto se tendrá una malla mucho más pequeña en relación al resto de la presa.



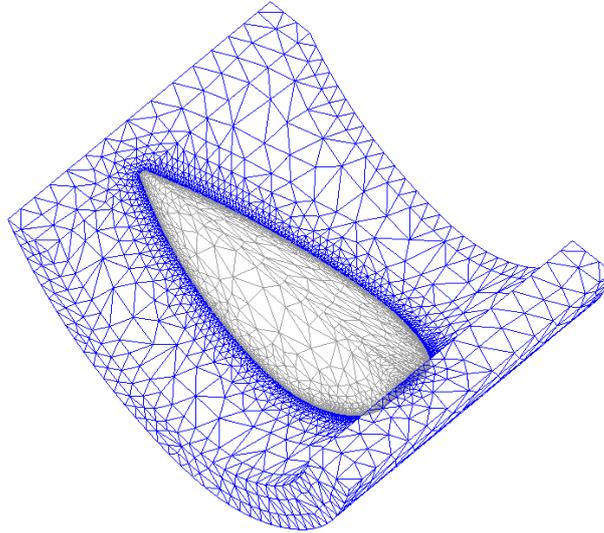
GRÁFICA 4. CONVERGENCIA DE LAS TENSIONES

Vemos que alrededor de la concentración de tensiones el valor converge, lo contrario pasa en el punto crítico, dónde las tensiones crecen sin estabilizarse. Por lo tanto, se deduce que tenemos una concentración de tensiones a tracción ficticia que implica que el valor máximo proporcionado por el programa no es real. Se obviarán los valores que no convergen, es decir, aquellos valores a un foco de un metro de la concentración de tensiones.

Entonces tendremos un valor de tensiones máximo alrededor de 0,8Mpa, que cumple con el objetivo. Por lo tanto hay que considerar este caso para el análisis 3D.

6. POSTPROCESO 3D

En este apartado se presentan y discuten los resultados obtenidos mediante el modelo en 3D.

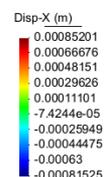
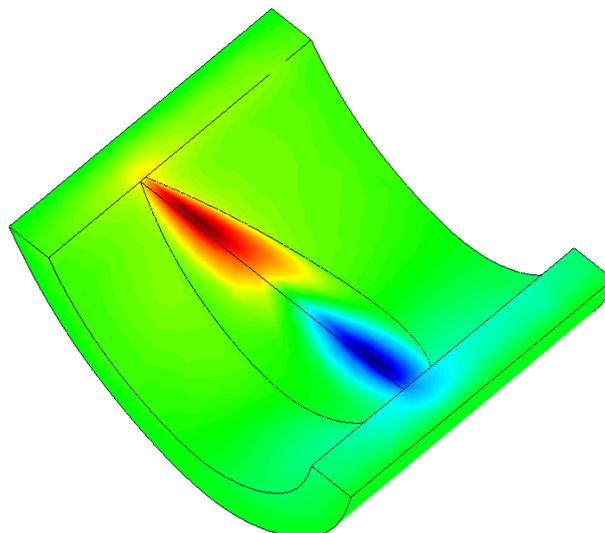


6.1. DESPLAZAMIENTOS

Tanto en el análisis de los desplazamientos como en las tensiones se consideran los dos tipos de cargas diferentes.

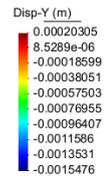
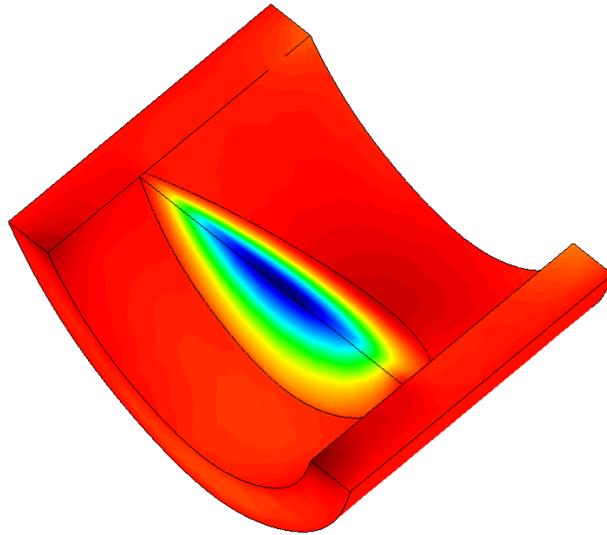
6.1.1. Peso propio

Si analizamos los desplazamientos bajo peso propio, se observa movimiento de la presa no simétrico debido a la geometría de la presa lo que produce que se mueva hacia aguas arriba, tal como se muestra en las imágenes siguientes. Cabe destacar que los resultados que se muestran a continuación son absolutamente lógicos y esperables si solo aplica el peso propio de la estructura, de manera análoga al comportamiento del modelo en 2D.

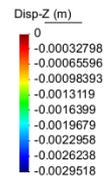
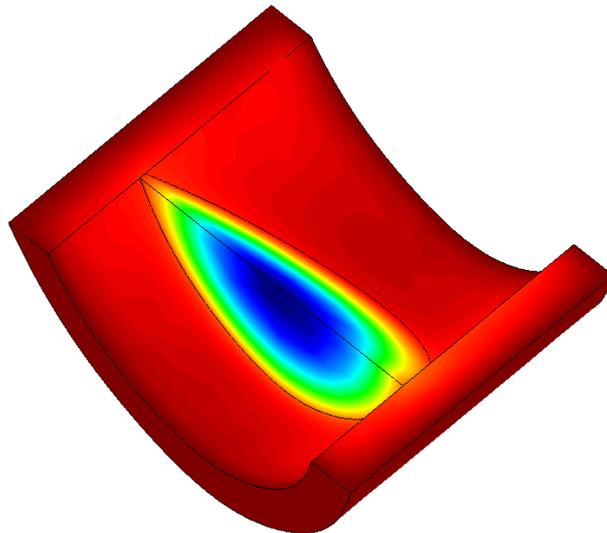


Areas coloreadas de Displacements, Disp-X (m).
Deformación (x1): Displacements de Load Case, step 1.

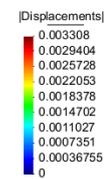
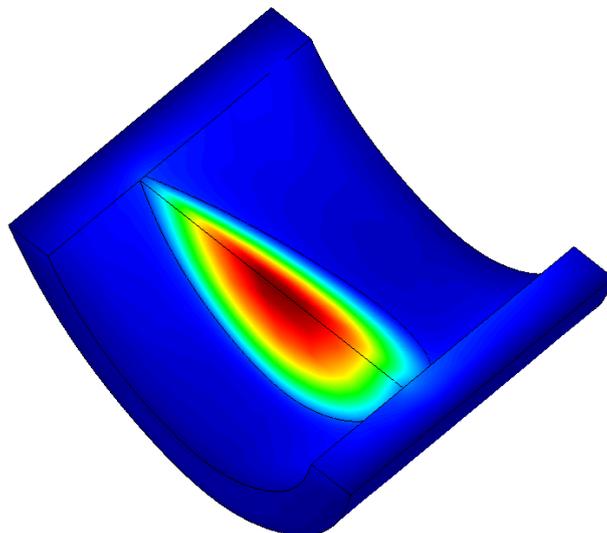




Areas coloreadas de Displacements, Disp-Y (m).
Deformación (x1): Displacements de Load Case, step 1.



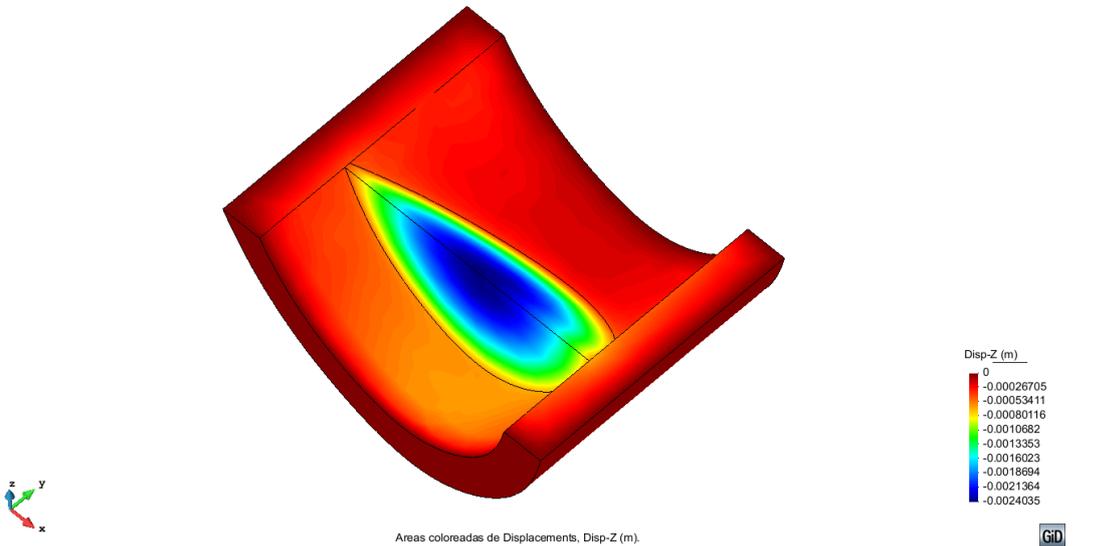
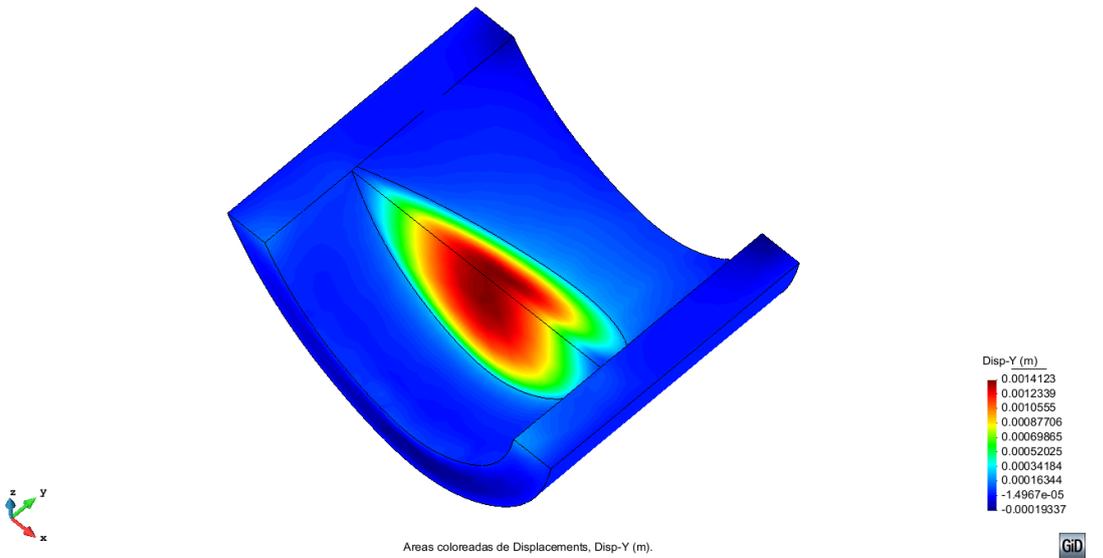
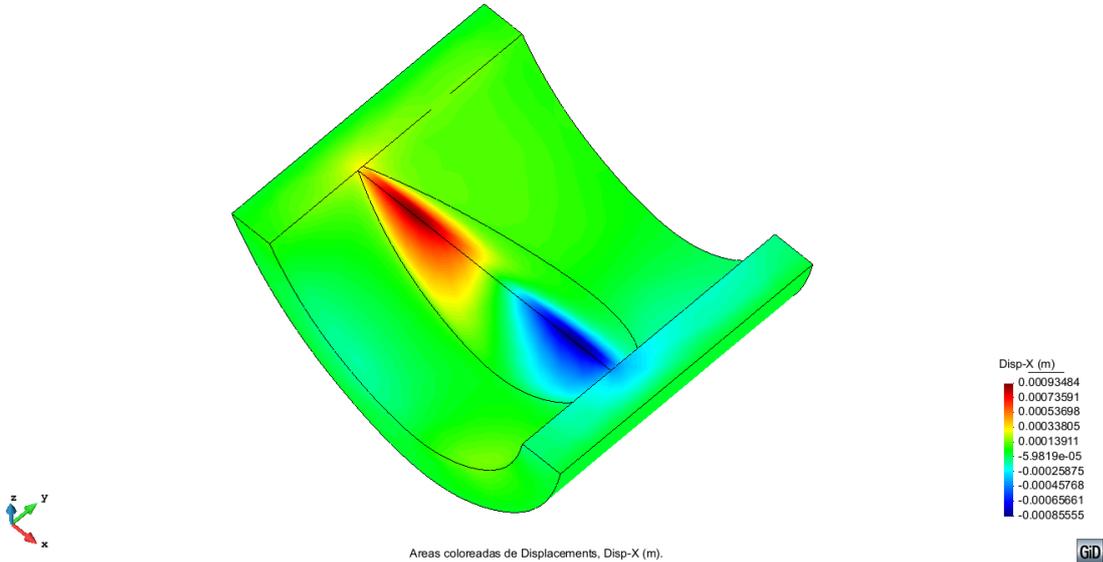
Areas coloreadas de Displacements, Disp-Z (m).
Deformación (x1): Displacements de Load Case, step 1.

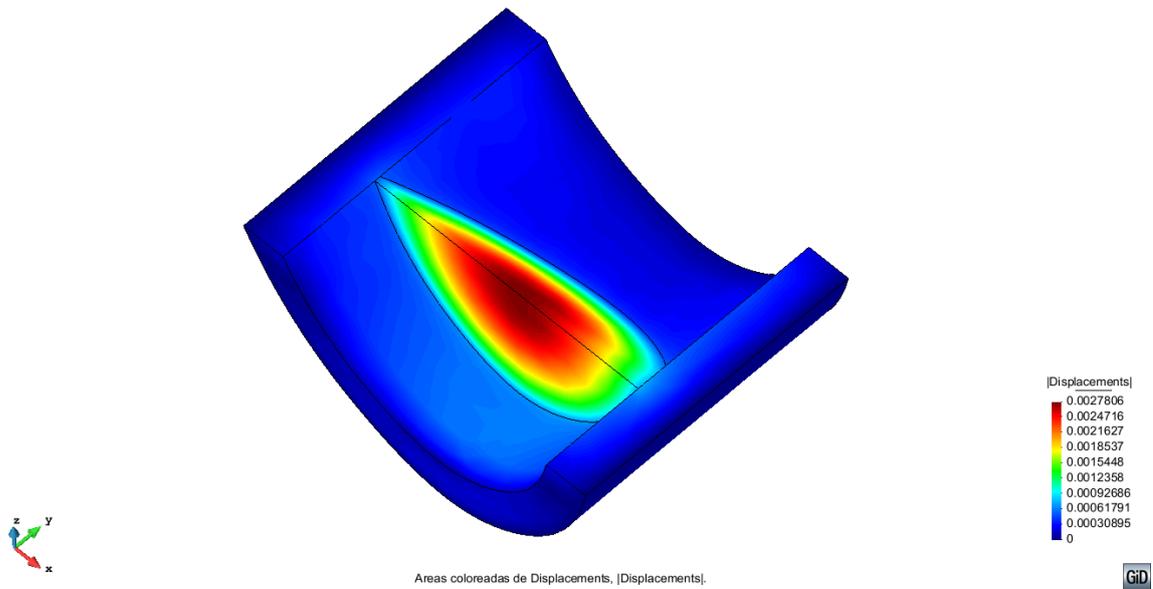


Areas coloreadas de Displacements, |Displacements|.
Deformación (x1): Displacements de Load Case, step 1.

6.1.2. Peso propio más carga hidrostática

En el caso en que se aplican las cargas del fluido, se espera que la distribución de desplazamientos se vea mayorada en comparación al anterior caso de carga. Esta reflexión inicial queda corroborada con los resultados obtenidos tal como se muestra en las siguientes imágenes.

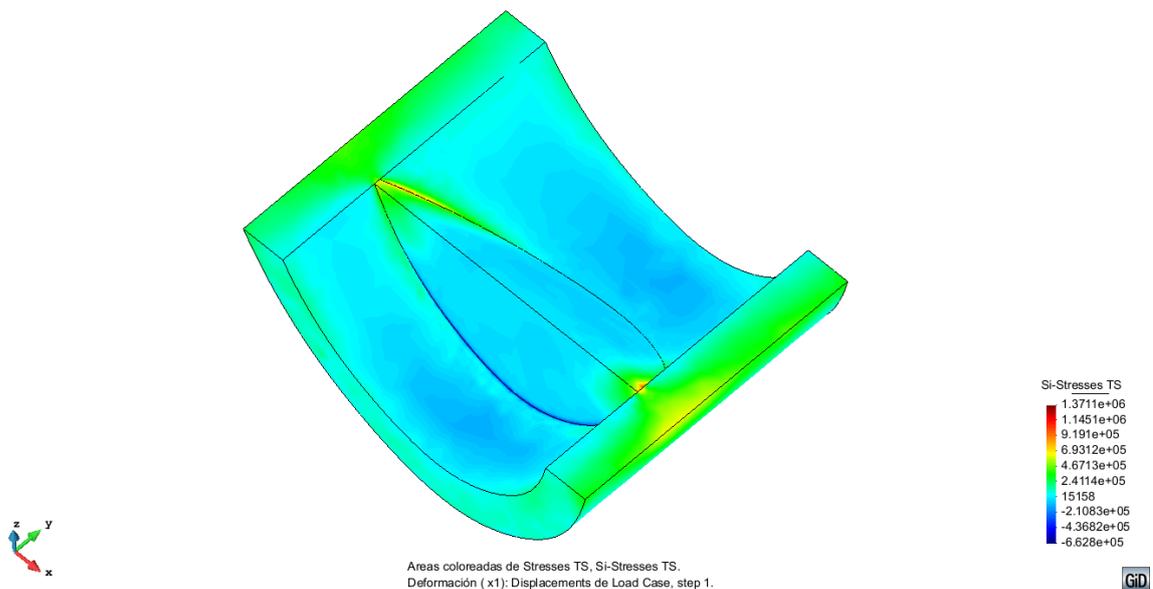


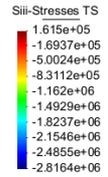
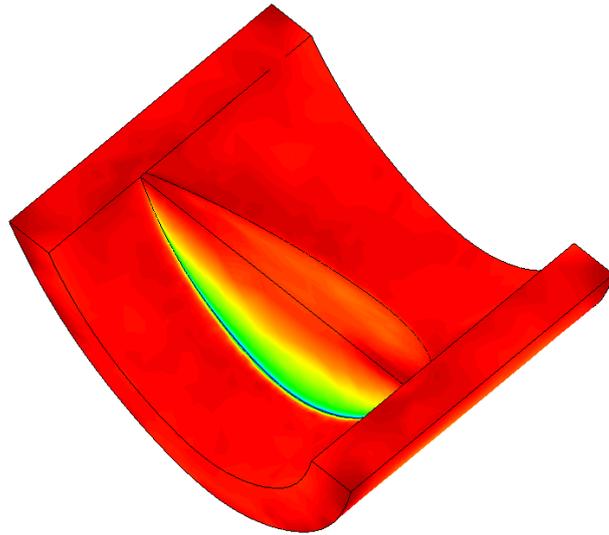


6.2. TENSIONES

6.2.1. Peso propio

En este apartado se analiza el estado de tensiones de la presa bajo carga de peso propio únicamente. Es importante destacar que, si bien el máximo admisible para tracciones en la presa es 1 Mpa, el valor es mayor si se miran los valores de la leyenda. De todas formas, estos valores máximos se dan en los contornos del dominio, y por tanto, por un lado, no pertenecen al estado tensional de la presa, y por otro no son reales pues son debidas a los efectos de las condiciones de contorno. Este hecho puede comprobarse si se aumenta el dominio del terreno de la presa, que por complejidad del modelo se ha desestimado puesto que no se observa afectación alguna al estado tensional de la presa.

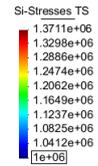
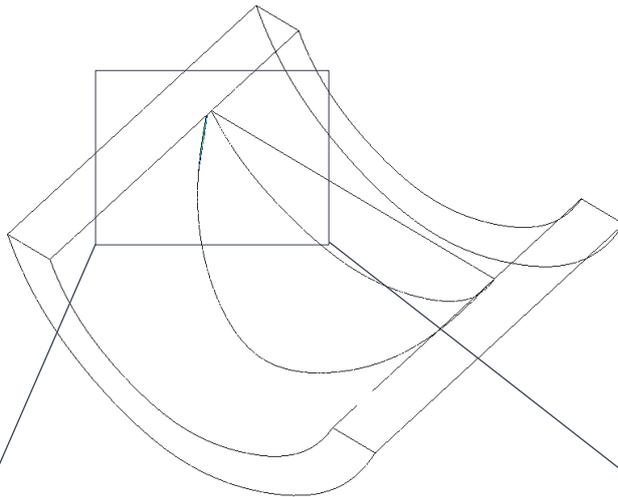




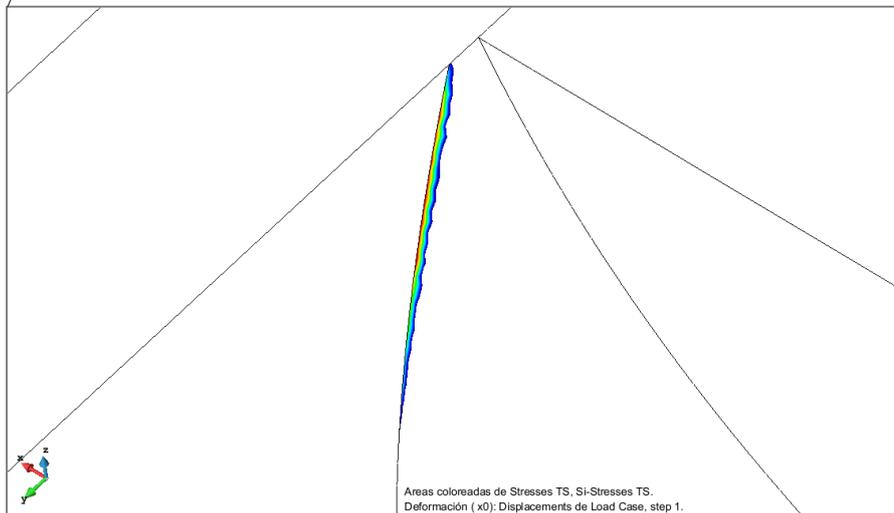
Areas coloreadas de Stresses TS, SIII-Stresses TS.
Deformación (x1): Displacements of Load Case, step 1.



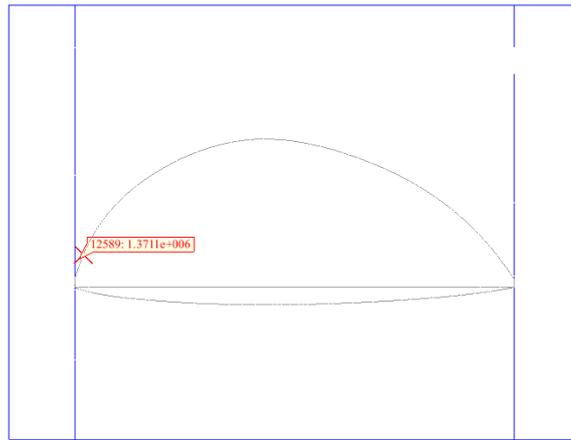
También aparece una zona de concentración de tensiones en el contacto tierra-presa, pero como hemos podido comprobar son tensiones ficticias. A continuación de muestra esta zona coloreando sólo valor que supera el 1Mp.



Areas coloreadas de Stresses TS, SI-Stresses TS.
Deformación (x0): Displacements of Load Case, step 1.



Areas coloreadas de Stresses TS, SI-Stresses TS.
Deformación (x0): Displacements of Load Case, step 1.



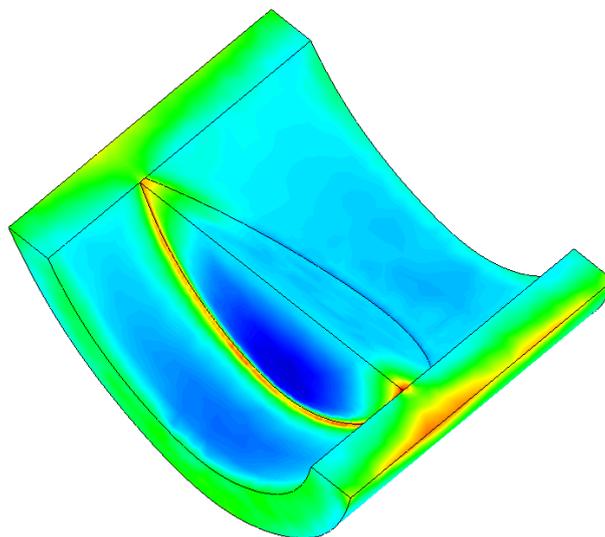
Mostrar Máx de Stresses TS, SI-Stresses TS.



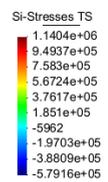
Las tensiones en la presa se concentran en el terreno y en la base de la presa. Las mayores compresiones se dan en el pie de la presa aguas arriba.

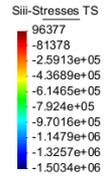
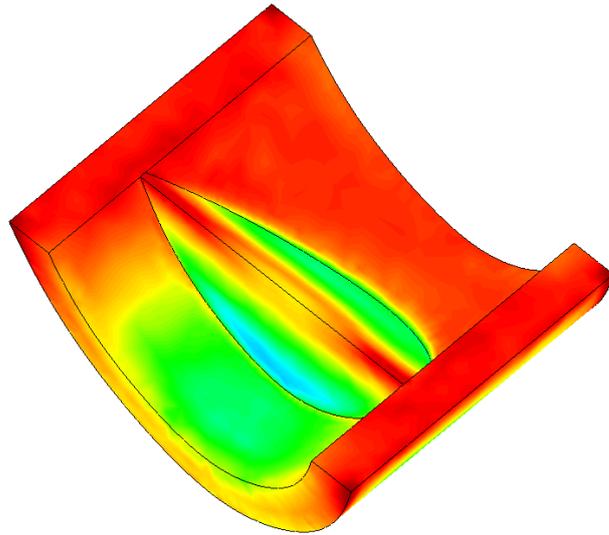
6.2.2. Peso propio más carga hidrostática

En este apartado se analiza el estado de tensiones de la presa bajo carga de peso propio más carga hidrostática.

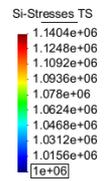
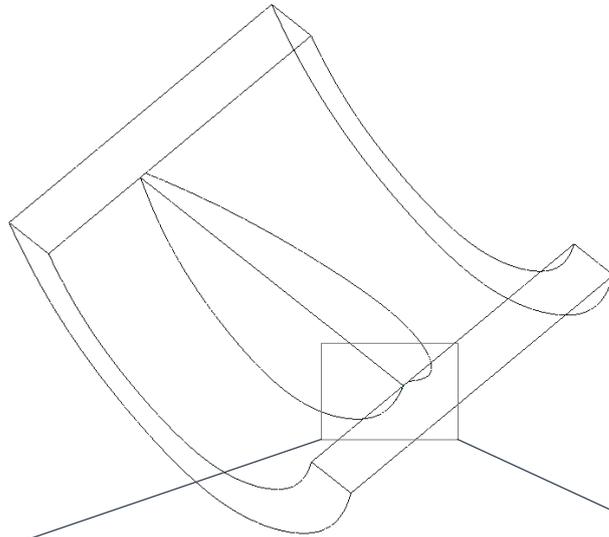


Areas coloreadas de Stresses TS, SI-Stresses TS.





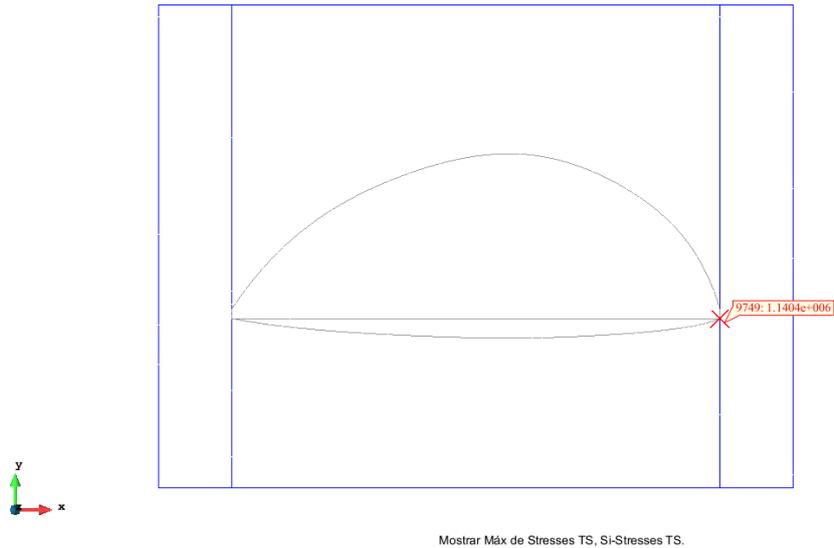
Areas coloreadas de Stresses TS, Siii-Stresses TS.



Areas coloreadas de Stresses TS, Si-Stresses TS.



Areas coloreadas de Stresses TS, Si-Stresses TS.



Las tensiones de la presa con agua varían en el terreno pero en la presa propiamente se siguen concentrando en las base, cambiando compresiones máximas de aguas arriba a aguas abajo.

7. CONCLUSIONES

La presa de hormigón ha sido un ejemplo claro de simplificado de un sólido 3D a un análisis bidimensional, aprovechando las características de la presa- deformación plana- y simplificando las condiciones de contorno.

El análisis bidimensional es mucho más exacto porque se puede refinar más la malla al tener menor coste computacional, aunque no se simula suficientemente bien la carga de aguas y la superficie inferior. Como el análisis era de la presa el terreno irregular no ha sido una mala simplificación. El cambio se da en las cargas ya que no se da tanta carga de agua.

Así pues se puede concluir que el análisis 2D te deja del lado de la seguridad, por este motivo se realizará primeramente los cálculos en 2D y se verificarán en 3D en cuanto todo este dimensionado para ver si la simplificación es suficiente.

En este análisis también se han dado concentraciones de tensiones que se deberían eliminar del análisis, siempre que así sea. Se debe analizar si la concentración se da en un punto o en una zona si se da en una zona, no son concentraciones ficticias y por lo tanto se deben tener en cuenta. Otra forma de evitar las concentraciones es redondear la zona y mallas lo suficiente para poder ajustarse al redondeo y así desaparecen las concentraciones ficticias.

En este segundo proyecto se ha dimensionado al igual que el primero con criterio ingenieril. No se ha escogido el modelo más económico, sino un equilibrio entre el más económico y el más estable.

Como última conclusión se puede evidenciar la potencialidad del Método de elementos finitos (MEF), que consigue aproximarse a una la solución exacta del problema planteado.