



**MASTER EN INGENIERIA ESTRUCTURAL
Y DE LA CONSTRUCCIÓN**

INGENIERÍA DE ESTRUCTURAS

TRABAJO FINAL

Francisco José Restrepo Albarello

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CATALUÑA
Junio de 2015

ÍNDICE

1. Introducción
2. Objetivos
 - 2.1. Objetivo general
 - 2.2. Objetivos específicos
3. Base teórica implementada
 - 3.1 Elasticidad bidimensional
 - 3.1.1. Campo de desplazamientos
 - 3.1.2. Campo de deformaciones
 - 3.1.3. Campo de esfuerzos
 - 3.1.4. Relación esfuerzo – deformación
 - 3.1.5. Expresión del principio de trabajos virtuales
 - 3.2 Solidos tridimensionales
 - 3.2.1. Campo de desplazamientos
 - 3.2.2. Campo de deformación
 - 3.2.3. Campo de tensiones
 - 3.2.4. Relación tensión – deformación
 - 3.2.5. Aproximación por elementos finitos
 - 3.3. Casos de aplicación
4. Problema S – 1 presa de gravedad de hormigón
 - 4.1. Definición de la geometría de la estructura
 - 4.2. Pre – proceso
 - 4.2.1. Modelo 2D
 - 4.2.1.1. Geometría
 - 4.2.1.2. Condiciones de contorno
 - 4.2.1.3. Cargas hidrostáticas
 - 4.2.1.4. Materiales
 - 4.2.1.5. Problem data
 - 4.2.1.6. Mallado
 - 4.2.2. Modelo 3D
 - 4.2.2.1. Geometría
 - 4.2.2.2. Condiciones de contorno
 - 4.2.2.3. Cargas hidrostáticas
 - 4.2.2.4. Materiales
 - 4.2.2.5. Problem data
 - 4.2.2.6. Mallado
 - 4.3. Proceso 14
 - 4.4. Post – proceso
 - 4.4.1. Modelo 2D
 - 4.4.2. Modelo 3D
5. Problema S – 20 presa de gravedad de hormigón
 - 5.1. Definición de la geometría de la estructura
 - 5.2. Pre – proceso
 - 5.2.1. Modelo 2D
 - 5.2.1.1. Geometría

- 5.2.1.2. Condiciones de contorno
- 5.2.1.3. Cargas hidrostáticas
- 5.2.1.4. Materiales
- 5.2.1.5. Problem data
- 5.2.1.6. Mallado
- 5.2.2. Modelo 3D
 - 5.2.2.1. Geometría
 - 5.2.2.2. Condiciones de contorno
 - 5.2.2.3. Cargas hidrostáticas
 - 5.2.2.4. Materiales
 - 5.2.2.5. Problem data
 - 5.2.2.6. Mallado
- 5.3. Proceso
- 5.4. Post – proceso
 - 5.4.1. Modelo 2D
 - 5.4.2. Modelo 3D
- 6. Conclusiones

1. INTRODUCCIÓN

El método de los elementos finitos (MEF), es un método numérico aproximado de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales muy utilizado en diversos problemas de ingeniería y física.

El MEF es un método pensado para ser usado en computadoras y permite resolver ecuaciones diferenciales asociadas a un problema físico sobre geometrías complicadas, es muy utilizado en el diseño, mejora de productos y demás aplicaciones industriales, así como en la simulación de sistemas físicos y biológicos complejos. La variedad de problemas a los que puede aplicarse ha crecido enormemente, siendo el requisito básico que las ecuaciones constitutivas y las ecuaciones de evolución temporal.

El método de elementos finitos define de forma matricial un problema definido en términos de ecuaciones diferenciales, de esta forma proporciona el resultado correcto para un número determinado de puntos e interpola posteriormente la solución al resto del dominio. El conjunto de puntos donde la solución es exacta se denomina conjunto nodos. Dicho conjunto de nodos forma una red, denominada malla formada por retículos. Cada uno de los retículos contenidos en dicha malla es un "elemento finito". El conjunto de nodos se obtiene dividiendo o discretizando la estructura en elementos de forma variada (pueden ser barras, superficies y volúmenes).

En general, hay tres fases en cualquier tarea asistida por computador:

- **Pre-procesamiento:** es construir un modelo de elementos finitos de la estructura a ser analizada. Para ello se requiere de la entrada de una descripción topológica de las características geométricas de la estructura. Ésta puede ser 1D, 2D, o 3D. El objetivo principal del modelo es replicar de manera realista los parámetros importantes y características del modelo real. En general, un modelo de elementos finitos está definido por una malla, la cual está conformada por elementos y nodos. Los nodos representan puntos en los cuales se calcula el desplazamiento. Los programas de elementos finitos, enumeran los nodos como una herramienta de identificación. Los elementos están determinados por conjuntos de nodos, y definen propiedades localizadas de masa y rigidez. Los elementos también están definidos por la numeración de la malla, la cual permite referenciar la correspondiente deflexión o esfuerzo para una localización específica.
- **Análisis:** en esta etapa se lleva a cabo una serie de procesos computacionales que involucran fuerzas aplicadas, y las propiedades de los elementos de donde producir un modelo de solución. Tal análisis estructural permite la determinación de efectos como lo son las deformaciones, estiramiento o estrés que son causados por fuerzas estructurales aplicadas como lo son la fuerza, la presión y la gravedad.

- **Post-procesamiento:** estos resultados entonces pueden ser estudiados utilizando herramientas visuales dentro del ambiente de AEF para ver y para identificar completamente las implicaciones del análisis. Herramientas numéricas y gráficas permiten la localización precisa de información como esfuerzos y deformaciones a ser identificadas.

Es por esto que el presente trabajo tiene como objetivo en la enseñanza y práctica de las herramientas de diseño basados en la utilización de elementos finitos, para los estudiantes de la asignatura de Ingeniería de Estructuras.

Veremos el desarrollo y solución de 2 problemas tipo en estructuras de uso civil, utilizando las herramientas de diseño en Elementos finitos, el primer problema es el diseño de una torre de enfriamiento y el segundo es una presa en tierra armada.

2. OBJETIVOS

2.1. objetivo general

Analizar y diseñar las estructuras propuestas en los problemas S - 1 y S – 20 por medio del método de los elementos finitos, utilizando la herramienta de cálculo GID, para unas características de tensiones máximas.

2.2. objetivos específicos

- Analizar los estados tensionales que se presentan en las presas de gravedad de hormigón.
- Diseñar y dimensionar las presas de hormigón, teniendo como límite sus características geométricas y las tensiones que se desarrollan en el interior de la misma.
- Determinar el comportamiento de las presas de hormigón, en cuanto a sus tensiones principales.
- Determinar el comportamiento de las presas de hormigón, en cuanto a sus deformaciones y desplazamientos.

3. BASE TEÓRICA IMPLEMENTADA

La base teoría implementa en el presente problema es la de deformación plana, esta plantea lo siguiente:

Deformación plana: cuando una de sus dimensiones (longitud) es mucho mayor que las otras dos, y sobre ella actúan únicamente cargas uniformemente distribuidas a lo largo de su longitud y contenidas en planos ortogonales al eje que uno los centros de gravedad de sus distintas secciones transversales. Por ejemplo: muros de contención, presas de gravedad, tuberías bajo presión interior, túneles, tensiones bajo zapata.

En este caso las deformaciones no están permitidas en la dirección del eje Z. La matriz de deformación se ve reducida.

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} \end{bmatrix} \quad \epsilon_{xy} = \epsilon_{yx}$$

3.1. Elasticidad bidimensional

Los estados elásticos bidimensionales son simplificaciones del modelo tridimensional. Por ello, no hay mucha utilidad de este modelo bidimensional. Se podría decir que dichas habilidades son en general las mismas que en el modelo tridimensional, con alguna particularidad.

Hay una gran variedad de estructuras dentro de la ingeniería en las que se puede hacer uso de las hipótesis de la elasticidad bidimensional. Estas estructuras se caracterizan por tener forma aproximada de prisma recto.

Dependiendo de las características geométricas de dicho prisma y la disposición de cargas, pueden clasificarse de dos formas:

Problemas de Tensión Plana: una estructura prismática está en estado de esfuerzo plano si una de sus dimensiones (espesor) es mucho menor que las otras dos y sobre ella actúan únicamente cargas contenidas en su plano medio.

Problemas de Deformación Plana: una estructura prismática está en estado de deformación plana si una de sus dimensiones (longitud) es mucho mayor que las otras dos y sobre ella actúan únicamente cargas uniformemente distribuidas a lo largo de toda su longitud y contenidas en planos ortogonales al eje que une los centros de gravedad de sus distintas secciones transversales.

3.1.1. Campo de desplazamientos

Las características geométricas y de carga de una estructura en estado de esfuerzo plano y deformación plana permiten establecer la hipótesis de que todas las secciones perpendiculares al eje prismático z se deforman en su plano y de manera idéntica.

$$u(x, y) = \begin{Bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{Bmatrix}$$

Donde $u(x, y)$ y $v(x, y)$ son los desplazamientos del punto en direcciones de los ejes x e y , respectivamente.

3.1.2. Campo de deformaciones

Del campo de desplazamientos se pueden deducir fácilmente las deformaciones haciendo uso de la teoría general de la elasticidad.

En el caso de deformación plana se hace la hipótesis de que la deformación longitudinal ϵ_z es nula. Por consiguiente en ningún caso hay que considerar la deformación ϵ_z ya que no interviene en las ecuaciones del trabajo de deformación al ser el producto $\sigma_z \epsilon_z$ nulo. Así pues, el vector de deformaciones significativas de un punto se define para esfuerzo plano y deformación plana como

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\epsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\epsilon_{xz} = \epsilon_{yz} = 0$$

Con respecto a la deformación longitudinal ϵ_z hay que señalar que en el caso de deformación plana se hace la hipótesis de que es nula. Por otra parte, en un estado de tensión plana dicha deformación no es nula, pero se supone que lo es la tensión σ_z . Por consiguiente, en ninguno de los dos casos hay que considerar la deformación ϵ_z ya que no interviene en las ecuaciones del trabajo de deformación al ser el producto $\sigma_z \epsilon_z$ nulo. Así, pues, el vector de deformaciones significativas de un punto se define para tensión y deformación plana como

$$v = [\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_{xy}]^T$$

3.1.3. Campo de esfuerzos

Se deduce que los esfuerzos tangenciales son nulos por los mismos motivos explicados anteriormente para la deformación ϵ_z el esfuerzo σ_z no trabaja y el vector de esfuerzos significativo es:

$$= [\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}]^T$$

Al realizar las correspondientes operaciones matriciales se tiene que la relación entre tensiones y deformaciones es:

$$\sigma = D \epsilon$$

3.1.4. Relación esfuerzo – deformación

Donde D es la matriz de constantes elásticas. En caso de un problema de deformación plana la matriz D tiene la siguiente expresión:

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & 0 \\ d_{21} & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} \end{bmatrix}$$

Para deformación plana con $\epsilon_z=0$ los términos d_{ij} de la matriz constitutiva se expresan mediante la fórmula

Para tensión plana σ_z no es nula, pero $\epsilon_z=0$ los términos d_{ij} de la matriz constitutiva se expresan mediante la fórmula:

Tensión plana

Deformación plana

$$d_{11} = d_{22} = \frac{E}{1-\epsilon^2}$$

$$d_{11} = d_{22} = \frac{E(1-\epsilon)}{(1+\epsilon)(1-2\epsilon)}$$

$$d_{12} = d_{21} = \epsilon d_{11}$$

$$d_{12} = d_{21} = d_{11} \frac{\epsilon}{1-\epsilon}$$

$$d_{33} = \frac{E}{2(1+\epsilon)} = G$$

$$d_{33} = \frac{E}{2(1+\epsilon)} = G$$

Siendo E el módulo de elasticidad y ϵ el coeficiente de Poisson.

Donde para este caso la medición de los efectos térmicos no se tendrá en cuenta

3.1.5. Expresión del principio de trabajos virtuales

La expresión integral de equilibrio en problemas de elasticidad bidimensional puede obtenerse haciendo uso del Principio de los Trabajos Virtuales (PTV) ya utilizado en los ejercicios anteriores. Así, teniendo en cuenta las tensiones y deformaciones que contribuyen al trabajo virtual de la estructura, la expresión del PTV puede escribirse por

$$\iint_A (u v_x \dagger_x + u v_y \dagger_y + u x_{xy} \dagger_{xy}) t dA = \iint_A (u u b_x + u v b_y) t dA + \oint_I (u u t_x + u v t_y) t dS + \sum_i (u u_i U_i + u v_i V_i)$$

El segundo miembro de esta expresión representa el trabajo de las fuerzas repartidas por unidad de volumen b_x, b_y ; de las fuerzas repartidas sobre el contorno t_x, t_y ; y de las fuerzas puntuales U_i, V_i sobre los desplazamientos virtuales $u u, u v$. El primer miembro, por otro lado, representa el trabajo que las tensiones $\dagger_x, \dagger_y, \dagger_{xy}$ realizan sobre las deformaciones virtuales $u v_x, u v_y$ y $u x_{xy}$. A y I son el área y el contorno de la sección transversal del sólido y t su espesor. En problemas de tensión plana t coincide con el espesor real, mientras que en problemas de deformación plana es usual asignar a t un valor unidad.

La ecuación anterior se puede reescribir en forma matricial como

$$\iint_A u v^T \dagger t dA = \iint_A u u^T b t dA + \oint_I u u^T t dS + \sum_i u u_i^T q_i$$

Donde

$$u v = [u v_x, u v_y, u x_{xy}]^T ; \quad u u = [u u, u v]^T ; \quad b = [b_x, b_y]^T$$

$$t = [t_x, t_y]^T ; \quad u u_i = [u u_i, u v_i]^T ; \quad q_i = [U_i, V_i]^T$$

3.2. Sólidos tridimensionales

Los conceptos fundamentales, definiciones y ecuaciones usadas en el análisis de tensiones y deformaciones se tratan específicamente en la disciplina llamada “teoría de la elasticidad”. Estos fundamentos son usados para resolver problemas de tensiones por métodos clásicos o analíticos y también por el método de elementos finitos, entre ellos se extraerán los siguientes:

3.2.1. Campo de desplazamientos

El movimiento de un punto en el espacio queda perfectamente definido por las tres componentes del vector desplazamiento

$$d = [u, v, w]^T$$

Donde u, v, w son los desplazamientos del puntos según los ejes cartesianos x, y, z .

3.2.2. CAMPO DE DEFORMACIÓN

Siguiendo la teoría de la elasticidad, el vector de deformación en un punto esta definido por seis componentes.

$$\varepsilon = [\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}]^T$$

Dónde:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}$$

3.2.3. CAMPO DE TENSIONES

El vector de tensiones en un punto contiene seis componentes conjugadas de las seis respectivas deformaciones

$$\sigma = [\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}]^T$$

Donde las σ representan las tensiones normales y τ las tensiones tangenciales

3.2.4. RELACIÓN TENSION – DEFORMACIÓN

La relación entre las seis deformaciones y las seis tensiones, para elasticidad isotrópica, viene expresada por una matriz de 6 x 6 simétrica y con dos coeficientes independientes: el módulo de elasticidad (E) y el coeficiente de Poisson (ν).

$$D = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{(1-\nu)} & \frac{\nu}{(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{(1-\nu)} & 1 & \frac{\nu}{(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{(1-\nu)} & \frac{\nu}{(1-\nu)} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{E(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{E(1-\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{E(1-\nu)} \end{bmatrix}$$

3.2.5. APROXIMACIÓN POR ELEMENTOS FINITOS

$$u = \sum u_i \cdot N_i(x, y, z), \quad v = \sum v_i \cdot N_i(x, y, z), \quad w = \sum w_i \cdot N_i(x, y, z)$$

3.2.6. CASOS DE APLICACIÓN

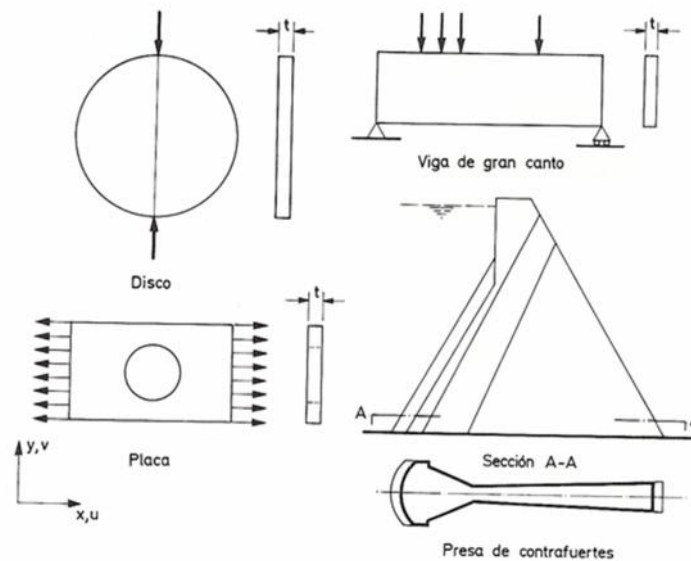


Ilustración 1 ejemplos de tensión plana

Problemas de deformación plana. Una estructura prismática está en estado de deformación plana si una de sus dimensiones (longitud) es mucho mayor que las otras dos, y sobre ella actúan únicamente cargas uniformemente distribuidas a lo largo de toda su longitud y contenidas en planos ortogonales al eje que une los centros de gravedad de sus distintas secciones transversales. Dentro de esta clasificación se pueden incluir entre otros, los problemas de muros de contención, presas de gravedad, tuberías bajo presión interior y diversos problemas de ingeniería del terreno (túneles, análisis de tensiones bajo zapatas, etc.).

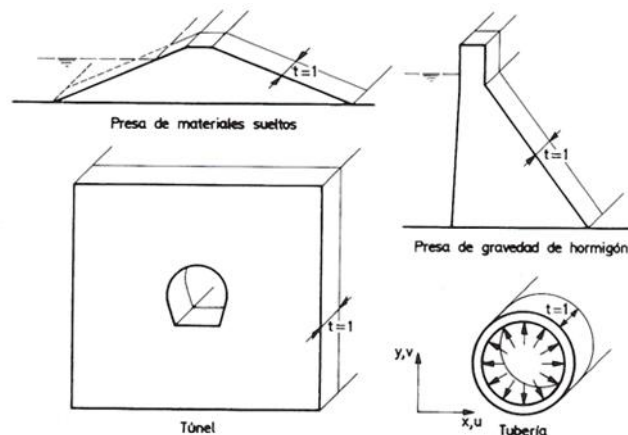


Ilustración 2 ejemplos de deformación plana

Una de las principales ventajas de la teoría de la elasticidad bidimensional es que permite el estudio de los problemas de tensión y deformación plana de forma

unificada, aunque, de hecho, cada uno de ellos represente una serie de tipologías estructurales que funcionalmente no guardan ninguna relación entre sí.

Esta descripción teórica se inicia con una breve descripción de los conceptos fundamentales de la teoría de la elasticidad bidimensional, para seguidamente plantear la solución con elementos finitos triangulares de tres nodos y rectangulares de cuatro nodos. Tras ello se presenta la utilización de otros tipos de elementos bidimensionales y se detalla la obtención de funciones de forma de diferentes familias de elementos rectangulares y triangulares. Se finalizará con la descripción de la formulación general de elementos isoparamétricos y el uso de la integración numérica en problemas bidimensionales.

4. Problema S – 1 presa de gravedad de hormigón

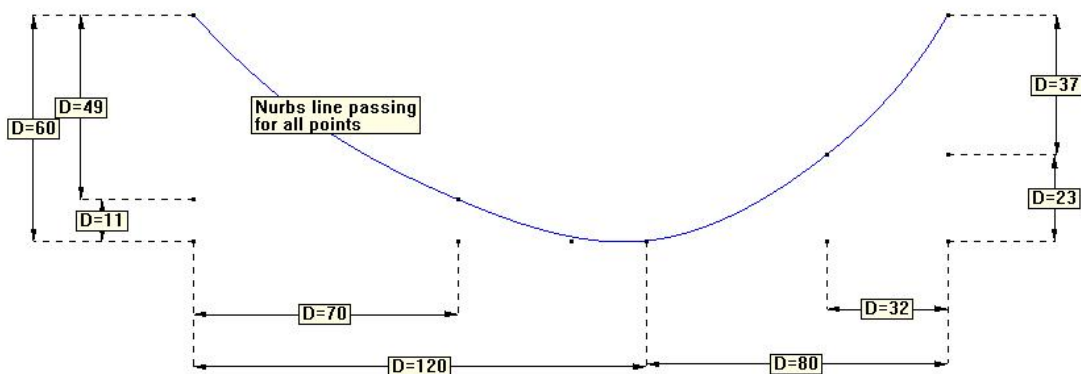
PROBLEMA S-1

Dimensionar y calcular una presa de gravedad de hormigón de 60 m de altura. La anchura en coronación debe ser de 6 m. con las restricciones geométricas que se indican.

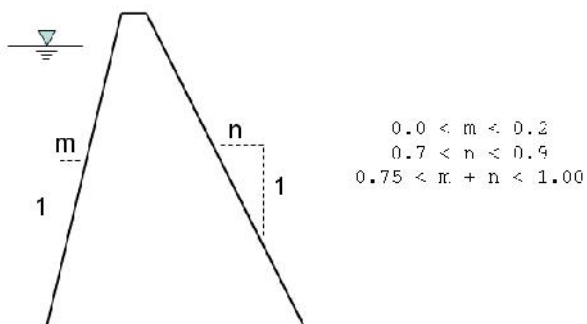
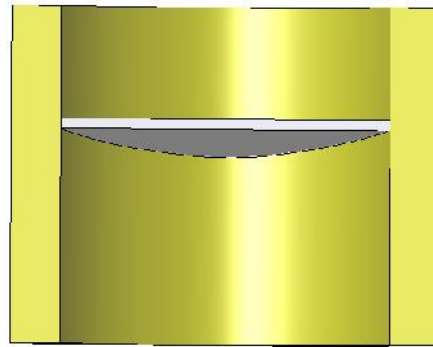
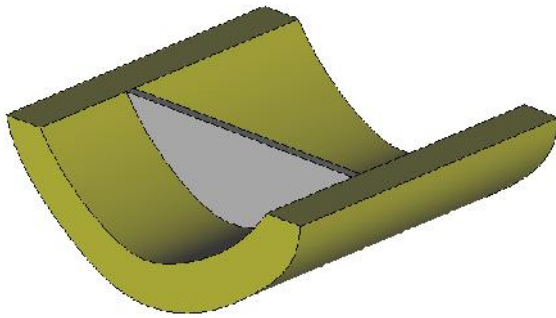
Realizar el proyecto mediante un análisis bidimensional y posteriormente en 3D para verificar el diseño utilizando en ambos casos las siguientes hipótesis:

- 1) Las tracciones máximas en cualquier punto de la presa no deben superar 1 MPa
- 2) El peso específico del hormigón es de 25000 N/m^3 y del terreno es de 20000 N/m^3
- 3) El Modulo de elasticidad del hormigón a usar es de 22 G N/m^2 y el coeficiente de Poisson es de 0,20
- 4) Base empotrada en el terreno
- 5) Cimentación en terreno homogéneo. Módulo de elasticidad: 37 G N/m^2 y coeficiente de Poisson 0,30.
- 6) Cargas actuantes:
 - a) Peso propio
 - b) Peso propio + empuje hidrostático en presa y cimentación (altura del agua 58 metros)

El perfil del emplazamiento es el que se muestra:



La sección de terreno tiene un ancho de 30 metros y un desarrollo de 200 metros.



4.1. Definición de la geometría de la estructura

A partir de las condiciones dadas se opta por tomar las medidas expuestas a continuación para el diseño de la presa.

$m=0,05$

$n=0,71$

$m+n=0,76$

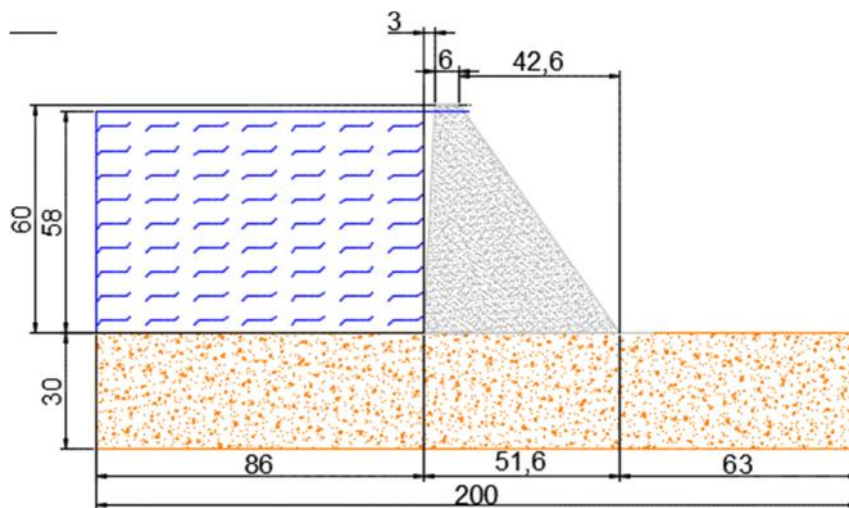


Ilustración 3 dimensiones de la presa S - 01

4.2.Pre – proceso

Para el análisis de la presa, se utiliza el programa GID versión 12.0.4 educacional, con el paquete plan estate, de la adición de plataforma Ramseries Educacional 2D.

En este se analizaran las condiciones de carga de del modelo para verificar los estados tensionales que se presentan y la presa, los cuales no pueden ser mayores a 1 MPa. Estos análisis se verificaran en las condiciones de carga de peso propio y peso propio más agua.

4.2.1. Modelo 2D

4.2.1.1. Geometría

Para la geometría primero se dibujan las dimensiones de la presa las cuales constan como ya se expresó anteriormente de un ancho en base de 51 m una altura total de 60 m compuesta por dos pendientes cara contra aguas de pendiente 0,05 y cara exterior con pendiente 0,7, y una corona de 6 m. en cuanto al terreno se dibuja de acuerdo a las restricciones dadas de 30 m de altura y 200 m de longitud, con los cuales se espera que permitan un correcto desarrollo de tensiones y no afecten los resultados.

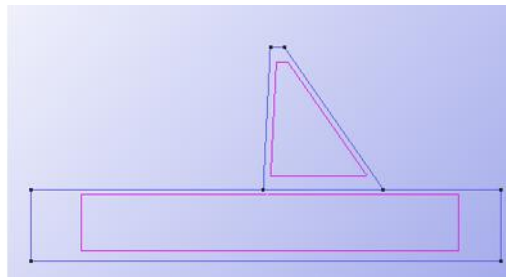


Ilustración 4 geometría de la presa S - 01

4.2.1.2. Condiciones de contorno

En cuanto a las condiciones de la presa en 2D fueron, restringir la base de la cimentación en los 2 ejes locales en "x" y "y"(empotrada) y los costados de la cimentación restringirla en los movimientos laterales "x", con lo cual se le define al terreno que no se puede salir del campo dibujado pero que puede deformarse, y lo que permitirá una distribución tensional más precisa de la presa.

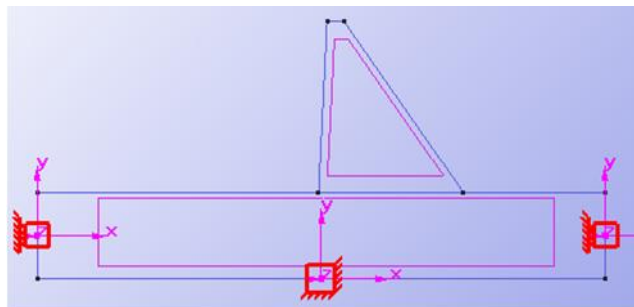


Ilustración 5 restricciones de la presa S - 01

4.2.1.3. Cargas hidrostáticas

En los casos de carga se realizarán dos análisis uno referente solo al peso propio, y el siguiente a peso propio más agua, por lo que adicionalmente habrá que ingresar unas presiones hidrostáticas sobre el terreno, y sobre la cara aguas arriba de la presa.

Estas cargas son obtenidas de la operación del peso propio por la altura máxima de aguas dada que es de 58 m, lo que de acuerdo al análisis de deformación plana se tendrá analizado un metro de ancho de la presa lo que nos daría lo siguiente:

$$P_{H2O} = 10,000 \frac{N}{m^3} * 1m * 58m = 580,000 \frac{N}{m}$$

Teniendo en cuenta que en la cara del terreno se aplicará uniformemente distribuida y en la cara de la presa se asignará un triángulo de cargas con valor cero en el punto equivalente a 58m de altura, y 580,000 N/m en la base.

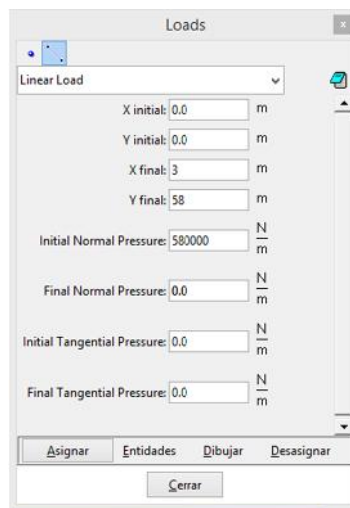
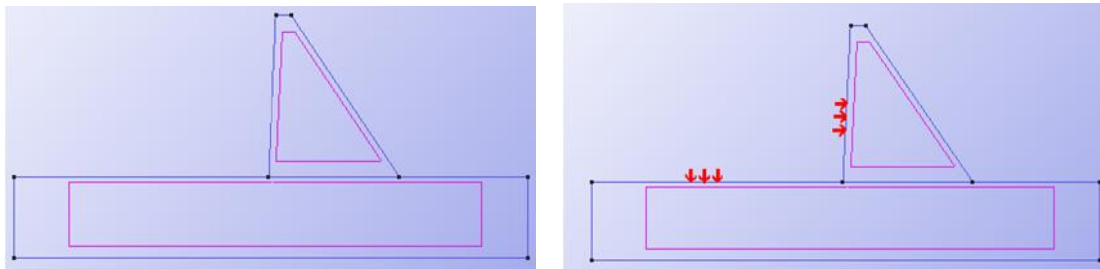


Ilustración 6 cargas presa S - 01

4.2.1.4. Materiales

Los materiales se asignarán teniendo en cuenta las condiciones de carga y las teorías de análisis de deformación plana, los materiales descritos en el problema son un hormigón en masa, de peso específico de 25000 N/m³ con un coeficiente de Poisson de 0,20, y un módulo de elasticidad de valor 22 GN/m², empotrado en

un terreno homogéneo de módulo 37 GN/m², con peso específico de 20000 N/m³ y coeficiente de Poisson de 0,30m lo que sugiere un material de roco, o muy duro.

En este apartado es importante tener en cuenta el hecho de deformación plana por lo que el espesor del material debe ser de 1m.

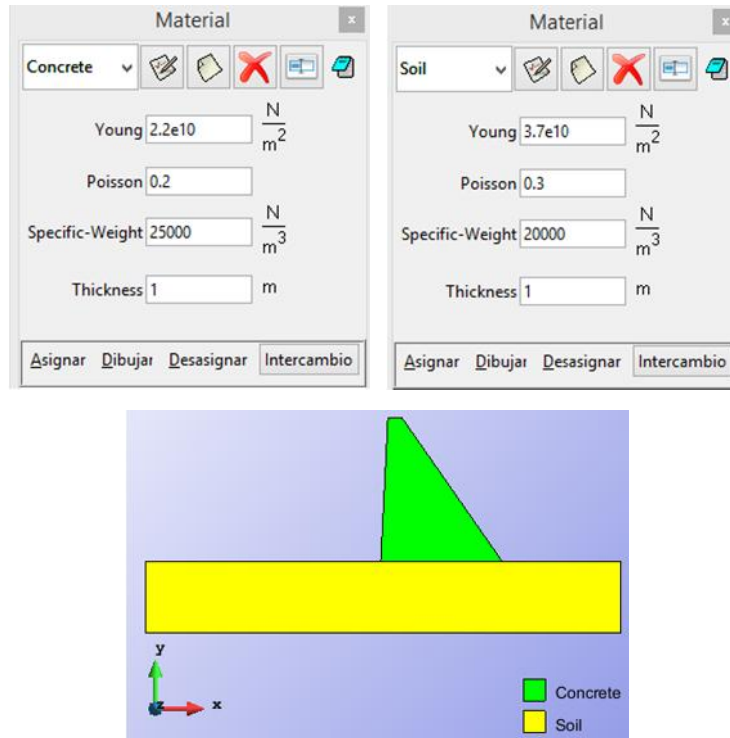


Ilustración 7 Materiales de la presa S - 01

4.2.1.5. Problem data

En la definición del tipo de problema debemos tener en cuenta las condiciones definidas inicialmente, primero tener en cuenta el peso propio, y segundo la teoría de tensión plana.

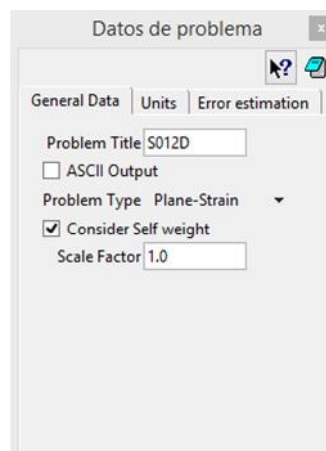


Ilustración 8 datos del problema presa S - 01

4.2.1.6. Mallado

La estructura se analizó con diferentes refinamientos de malla, para las condiciones de peso propio y peso propio más carga hidrostática.

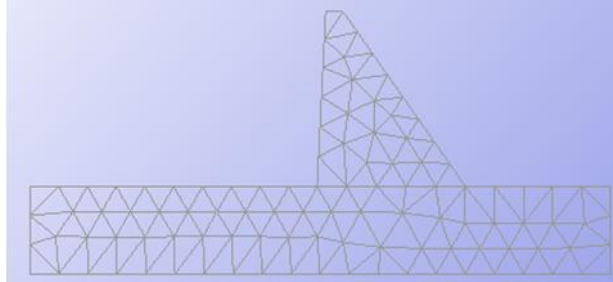


Ilustración 9 Mallado de la presa S - 01

4.2.2. Modelo 3D

4.2.2.1. Geometría

De acuerdo a la geometría ya expuesta anteriormente, la cual se utilizó en el modelo 2D, se realiza el modelado de la presa con ayuda de la herramienta de copiar, extruir superficies, además a esta se realiza el modela del terreno que como se condiciono al inicio tiene 30m de ancho por 200 de largo, obteniendo así dos volúmenes, uno de terreno y otro de la presa.

Después de dibujados se superpone la presa en el centro del suelo dibujado, y con la herramienta, intersectar múltiples superficies se logran generar las superficies de la presa en contorno con el terreno, esto garantiza contacto perfecto y por consiguiente un buen desarrollo del análisis, obteniendo finalmente.

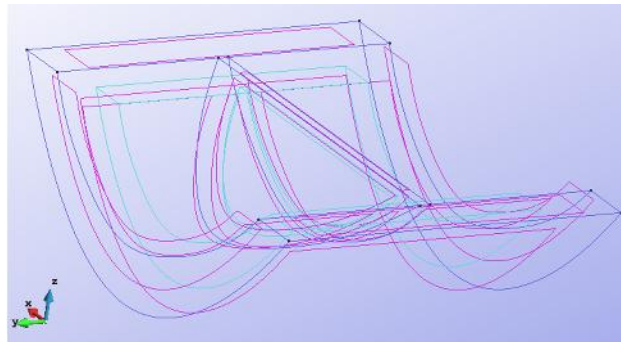


Ilustración 10 Geometría 3D de la presa S - 01

4.2.2.2. Condiciones de contorno

Las condiciones de contorno deben ser congruentes con el modelo realizado en 2D, por lo cual se restringe la base en todos los movimientos "x,y,z" para lograr un empotramiento en la base de la cimentación, y en los costados se restringe a la derecha e izquierda los movimientos en "x".

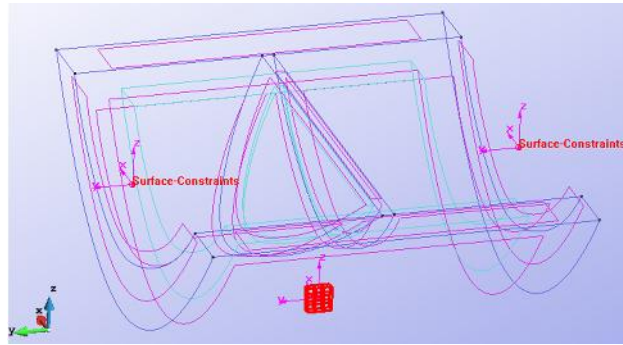


Ilustración 11 Restricciones 3D de la presa S - 01

4.2.2.3. Cargas hidrostáticas

En cuanto a las condiciones de carga tendremos un caso de peso propio, y otro de peso propio mas cargas hidrostáticas, las cuales son generadas por una altura de agua de 58 m.

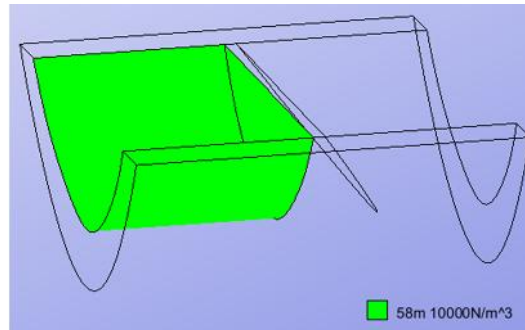


Ilustración 12 Cargas 3D de la presa S - 01

4.2.2.4. Materiales

Al igual que el modelo 2D, las propiedades de los materiales son Hormigón es de 25000 N/m³, módulo de elasticidad de 22 G N/m² y coeficiente de Poisson es de 0,20 y del terreno es de 20000 N/m³, módulo de elasticidad de 37 GN/m² y coeficiente de Poisson 0,30.

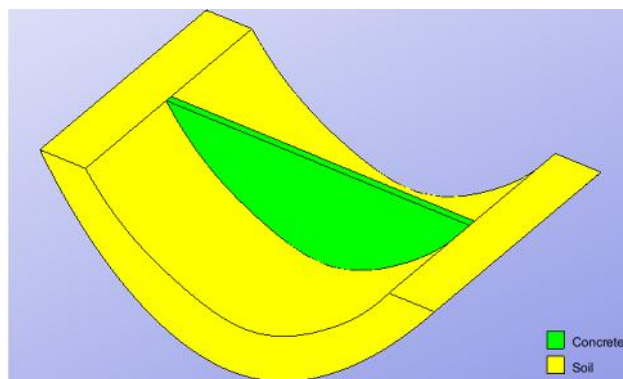


Ilustración 13 Materiales 3D de la presa S - 01

4.2.2.5. Problem data

Para el Problem Data se consideraran las cargas de peso propio de la estructura y del suelo.

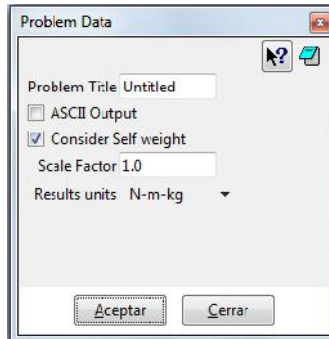


Ilustración 14 Datos 3D de la presa S - 01

4.2.2.6. Mallado

Para el análisis del problema, se realizarán diferentes refinamientos de malla, lo cual se realizara para peso propio y para peso propio mas cargas hidrostáticas, analizando la convergencia, hasta obtener una solución confiable, la descripción de los mallados así como la convergencia se explicaran más adelante.

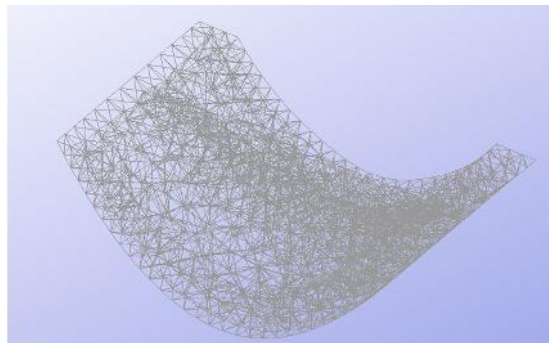


Ilustración 15 Mallado 3D de la presa S - 01

4.3. Proceso

Una vez generada la malla se procede a calcular el problema, para las distintas mallas propuestas

4.4. Post – proceso

4.4.1. Modelo 2D

- **Situación en vacío (peso propio).**

Una vez definidos todos los parámetros del problema, se procede a realizar un refinamiento de la malla, así como una variación del tipo de elemento utilizado en esta, analizando únicamente el caso de peso propio.

El refinamiento de malla permite procesar los resultados, obteniendo la información del comportamiento de la estructura. Además nos permite evaluar la convergencia y las condiciones que restringen el problema.

- **Elementos triangulares de 3 nodos**

Refinamiento de Malla con Peso Propio DKT 3 nodos				
Refinamiento	No. Nodos	Grados de Libertad	Desplazamiento X	Desplazamiento Y
10,0	107	214	-0,00196 m	-0,00258 m
5,0	405	810	-0,00226 m	-0,00272 m
2,5	1502	3004	-0,00238 m	-0,00277 m
1,0	8959	17918	-0,00241 m	-0,00279 m
0,5	35817	71634	-0,00242 m	-0,00279 m

Tabla 1 Convergencia Triángulos de 3 nodos

- **Elementos triangulares de 6 nodos**

Refinamiento de Malla con Peso Propio DKT 6 nodos				
Refinamiento	No. Nodos	Grados de Libertad	Desplazamiento X	Desplazamiento Y
10,0	369	738	-0,00238 m	-0,00277 m
5,0	1507	3014	-0,00241 m	-0,00278 m
2,5	5786	11572	-0,00242 m	-0,00279 m
1,0	35285	70570	-0,00242 m	-0,00279 m

Tabla 2 convergencia Triángulos de 6 nodos

- **Elementos cuadrangulares lineales**

Refinamiento de Malla con Peso Propio CL Lineal				
Refinamiento	No. Nodos	Grados de Libertad	Desplazamiento X	Desplazamiento Y
10,0	102	204	-0,00209 m	-0,00261 m
5,0	350	700	-0,00230 m	-0,00271 m
2,5	1386	2772	-0,00240 m	-0,00278 m
1,0	8545	17090	-0,00242 m	-0,00279 m
0,5	36223	72446	-0,00242 m	-0,00279 m

Tabla 3 Convergencia Cuadriláteros lineales

- **Elementos cuadrangulares cuadráticos**

Refinamiento de Malla con Peso Propio CL cuadrático				
Refinamiento	No. Nodos	Grados de Libertad	Desplazamiento X	Desplazamiento Y
10,0	276	552	-0,00238 m	-0,00277 m
5,0	993	1986	-0,00241 m	-0,00279 m
2,5	4046	8092	-0,00242 m	-0,00278 m
1,0	25359	50718	-0,00243 m	-0,00279 m

Tabla 4 Convergencia cuadriláteros cuadráticos

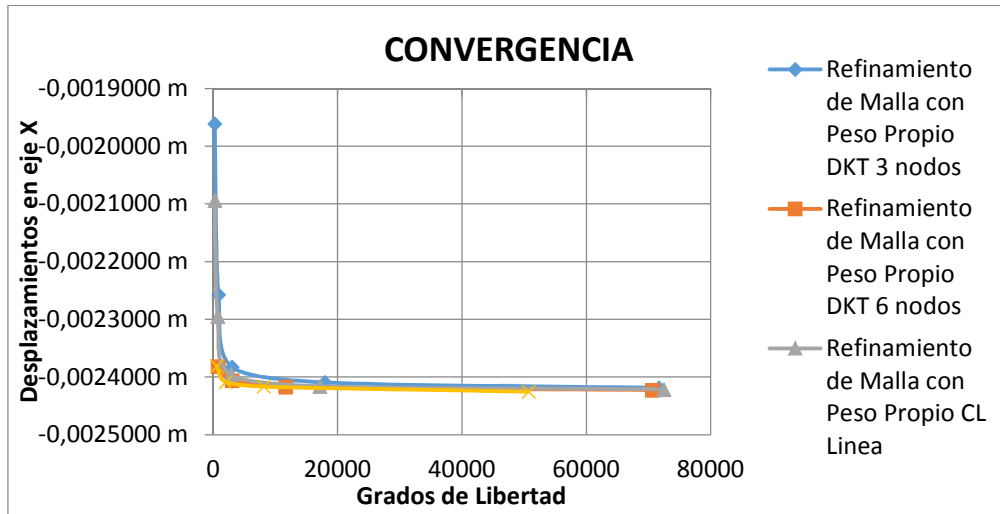


Ilustración 16 Convergencia desplazamientos en X

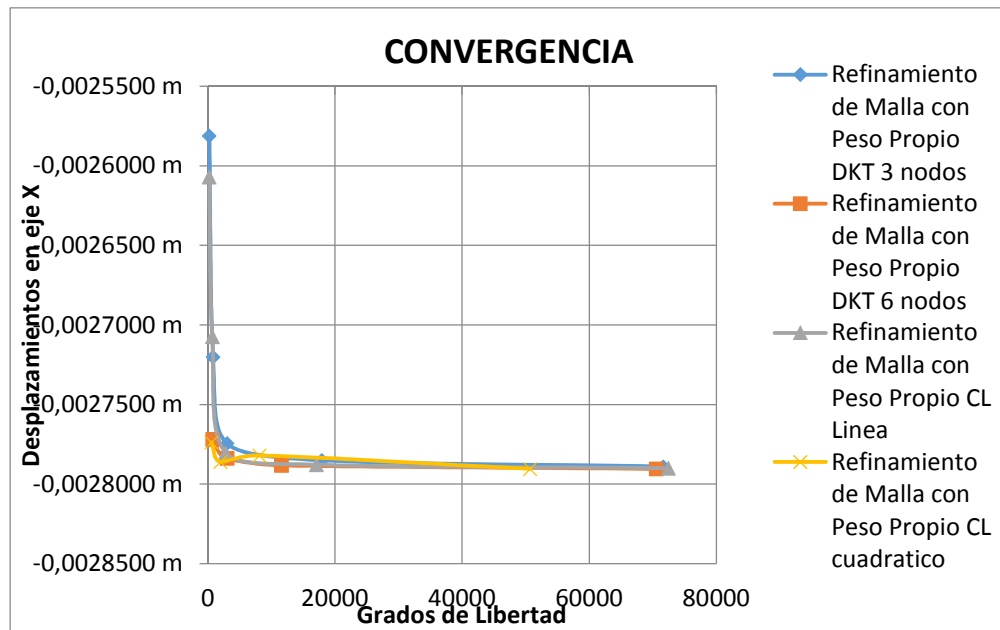


Ilustración 17 Convergencia desplazamientos en Y

Por lo que finalmente se decide trabajar con elementos triangulares de 6 nodos, dado que estos como se observa claramente en las gráficas convergen más rápido que los de tres nodos, más sin embargo el desgaste del equipo aparentemente es menor que el de los elementos cuadrangulares.

Realizando un análisis de la presa final se observa que el comportamiento es el esperado, esta presenta unos desplazamientos horizontales "X", debido a la no simetría de la misma, lo que ocasiona que su centro de gravedad tienda hacia la parte aguas arriba de la misma. Así mismo este lado es el que mayor asentamiento o desplazamientos verticales presenta, dada la misma condición.

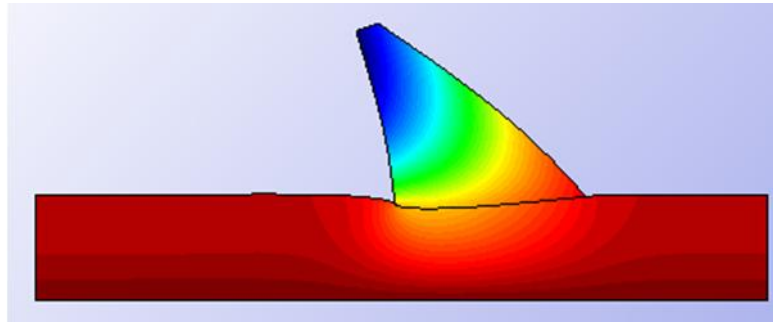


Ilustración 18 Deformada de la presa S.01 2D

Observando la deformada de la presa se puede captar claramente este fenómeno de asentamiento, o posible volcamiento de la presa hacia su lado más vertical.

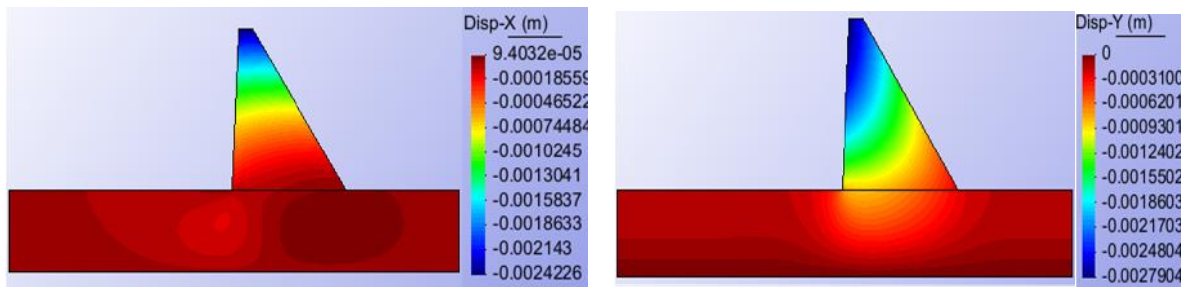


Ilustración 19 Desplazamientos de la presa S.01 2D

Ahora si analizamos los desplazamientos de la presa observamos que son del orden de $-0,0024$ en X, y $-0,0024$ en Y lo que nos diría que su desplazamiento en situación crítica de vacío (sin agua), es de 2,5 mm en horizontal y en vertical. Lo cual no es un valor alarmante y está dentro de los límites normales de una presa a gravedad de este tipo.

Ahora si analizamos las tensiones principales que se generan S_i , S_{ii} y S_{iii} . Se observa que en ninguno de los casos llega a valores superiores de 1Mpa valor máximo admitido para este caso en específico.

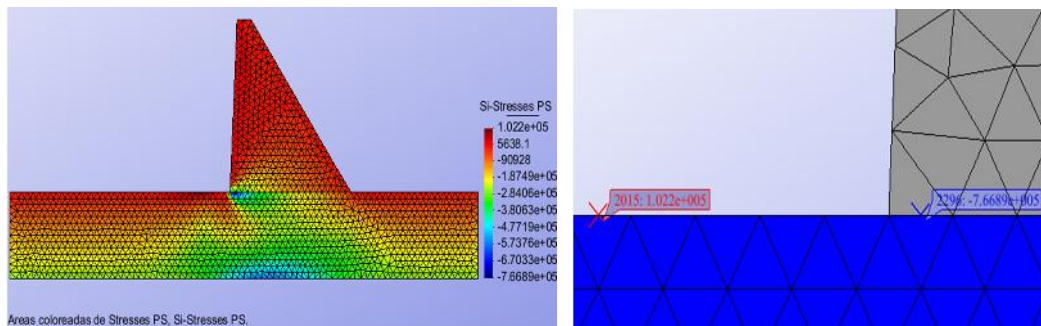


Ilustración 20 Tensiones S_i de la presa S.01 2D

En estas primera imagen de resultados vemos que su valor máximo a tracción S_i es del orden de 0,1 Mpa hasta -0,7 Mpa, los cuales se presentan en el contacto del terreno con la esquina de la cara guas arriba de la presa, el cual exactamente en los nodos 2015 y 2296 respectivamente, en este sector se observa claramente un efecto de concentración de tensiones, podría ser fácilmente solucionado suavizando la geometría en la base, ya sea aplicando un triángulo, justo antes de llegar a este vértice, o con líneas curvas.

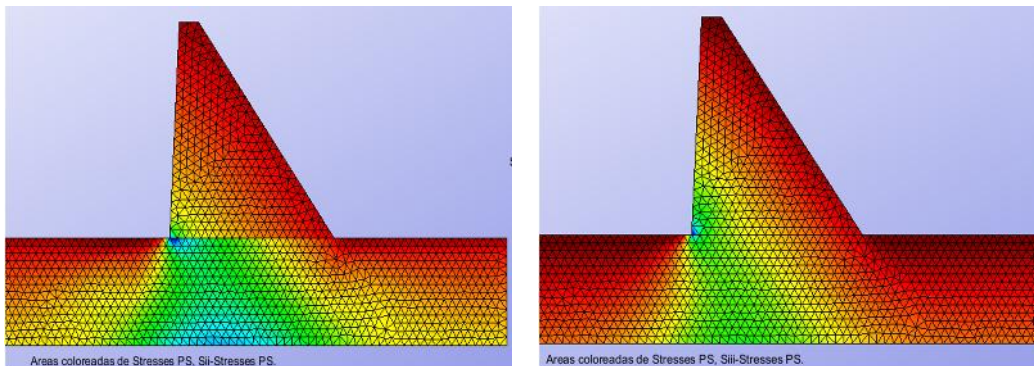


Ilustración 21 Tensiones principales S_{ii} , S_{iii} de la presa S.01 2D

En los siguientes cuadros de resultados correspondientes a los estados principales de tensiones S_{ii} y S_{iii} , se ratifica lo anteriormente mencionado, pues se vuelve a presentar el efecto de concentración de tensiones en la base, efecto que se presenta por el cambio brusco de superficies.

La solución de suavizar la geometría del modelo no se considera necesaria de realizar, pues en el estado de tracciones S_i y S_{ii} el valor de 1 MPa no es superado por la presa, y en el modelo es fácilmente identificable los efectos de tensiones, comparados con el gasto operativo de la máquina para volver a ejecutar el modelo.

Así mismo se opta por desarrollar el modelo 3D, de la presa con estas mismas medidas, del cual se espera una mayor precisión, si se continuara presentando este fenómeno, y ameritase realizar el mejoramiento se realizaría de nuevo todo el pre – proceso, variando la geometría en este punto.

Adicional a esto se opta por verificar con los estados tensionales globales S_x y S_y , la situación de la presa, y comprobar que no supere los valores admisibles.

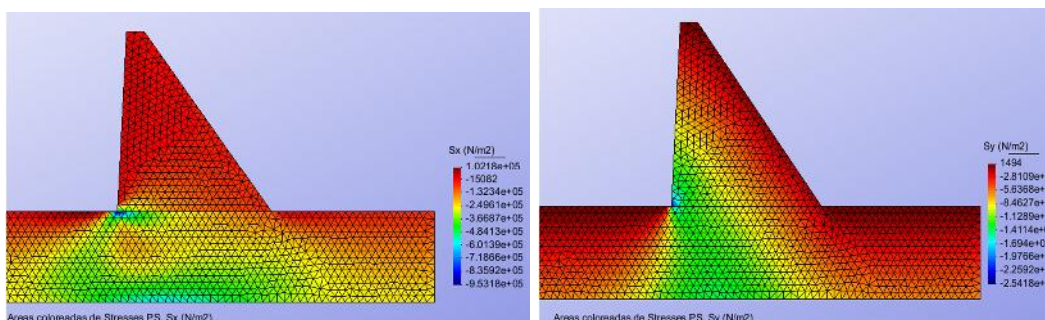


Ilustración 22 Tensiones globales S_x , S_y de la presa S.01 2D

Como se puede observar las tensiones globales están dentro de los valores establecidos.

- **Situación en servicio (peso propio + presión hidrostática).**

Teniendo definido el problema con su análisis en situación de vacío, se procede a analizar el caso de uso con una carga hidrostática.

Se realiza el mismo proceso de refinado de malla, pero dado que como ya se demostró en el caso anterior el elemento que mejor se comporta a este caso es el elemento triangular de 6 nodos, se realizara el refinamiento de mallado solo con este.

Refinamiento de Malla con Peso Propio DKT 6 nodos				
Refinamiento	No. Nodos	Grados de Libertad	Desplazamiento X	Desplazamiento Y
10,0	366	732	0,00141 m	-0,00186 m
5,0	1507	3014	0,00143 m	-0,00185 m
2,5	5894	11788	0,00144 m	-0,00185 m
1,0	35353	70706	0,00144 m	-0,00185 m

Tabla 5 Convergencia cargas PP + Carga hidrostática

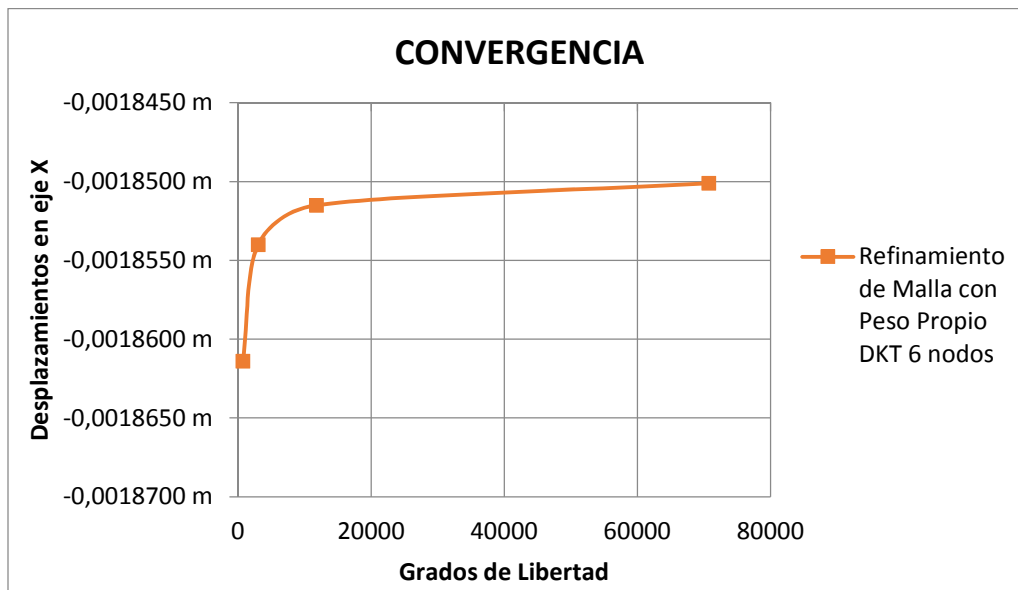


Ilustración 23 Convergencia Desplazamientos en X

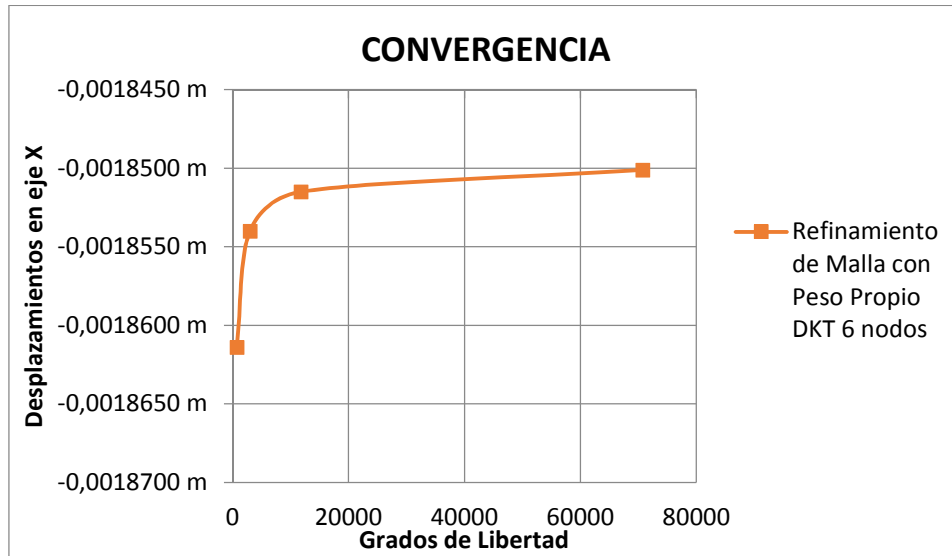


Ilustración 24 Convergencia desplazamientos en Y

Ahora realizando un análisis de la presa en su situación de uso crítica, con una altura de agua equivalente a la máxima de uso de 58 m, se observa que su comportamiento es óptimo, lo que genera confianza en el modelo.

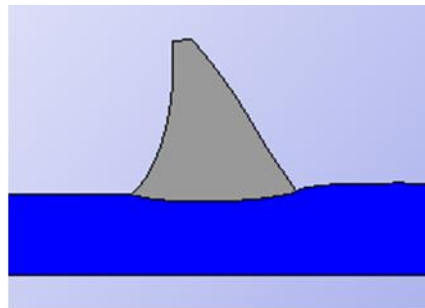


Ilustración 25 Deformada de la presa CH

Se observa en la deformada de la presa que el elemento contrario al análisis anterior intenta desplazarse hacia adelante, teniendo desplazamientos positivos en su corona lo que indica un ligero desplazamiento horizontal, y ahora su asentamiento es uniforme en toda la presa, situación causada por la presión del agua.

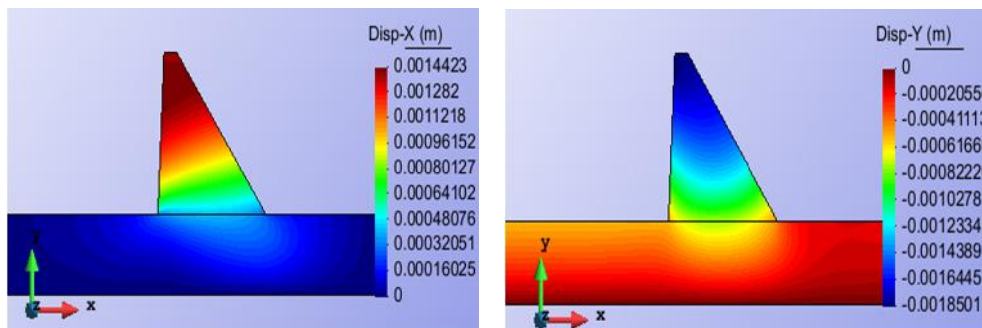


Ilustración 26 Desplazamientos CH

Teniendo un desplazamiento horizontal en la corona de 1,44 mm y un asentamiento del cuerpo de aproximadamente 1,85 mm.

Ahora en cuanto su estado tensional se observa que existe en el mismo punto descrito en el apartado de la presa sin agua, una concentración de tensiones, la cual se genera por la geometría brusca de unión entre presa y terreno.

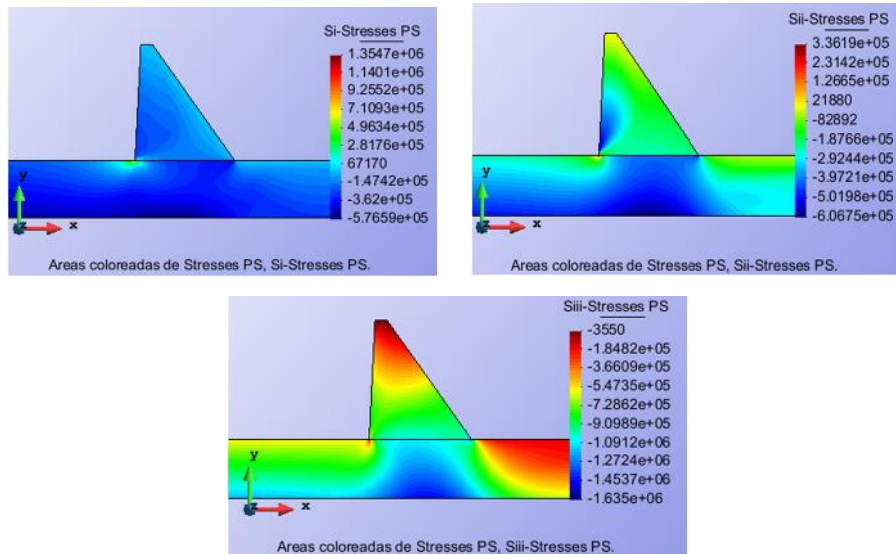


Ilustración 27 Tensiones Principales Ch

Ahora se observa que la presa en ninguno de los casos alcanza la situación de 1 Mpa por lo que el diseño se considera óptimo.

Adicional a esto se observa que la distribución de tracciones a lo largo de la presa es poco variable, pero sin embargo su compresión en la parte inferior es como se esperaba mas alta que la de la parte superior así como se puede observar en el cuadro de tensiones principales Siii, donde la compresión alcanza un valor de 0,14 MPa, y la tracción expuesta en el cuadro de resultados Si, alcanza un valor de 0,5 Mpa es decir la mitad de lo permitido.

Estos análisis se corroboran al analizar las tensiones globales S_x y S_y , donde se aprecia el punto de concentración de tensiones y los comportamientos de tracción y compresión.

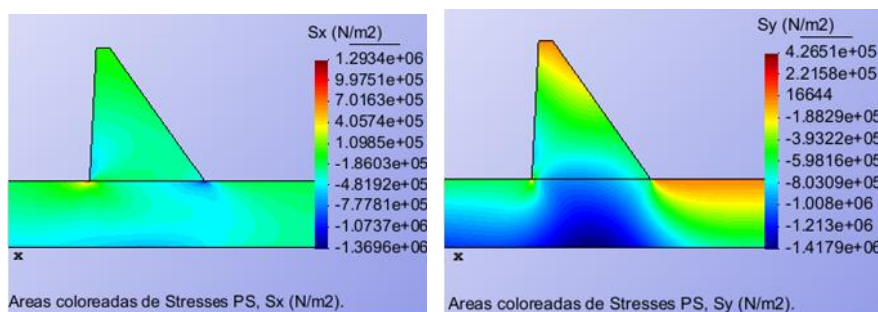


Ilustración 28 Tensiones globales CH

4.4.2. Modelo 3D

En primer caso se analizara la situación en vacío

Para este modelo se realiza también un análisis de convergencia, y refinamiento de mallado, con lo cual se obtiene, que la mejor opción es designar elementos de menor tamaño al cuerpo de la presa y mayor tamaño al terreno.

Refinamiento de Malla con Peso Propio			
Refinamiento	No. Nodos	Grados de Libertad	Desplazamiento Y
200	1481	2962	0,0016660 m
100	1481	2962	0,0016660 m
50	1808	3616	0,0016833 m
25	4481	8962	0,0017827 m
20	6860	13720	0,0017891 m
17,00	9593	19186	0,0017964 m
mixta	10130	20260	0,0017945 m

Ilustración 29 Convergencia 3D PP

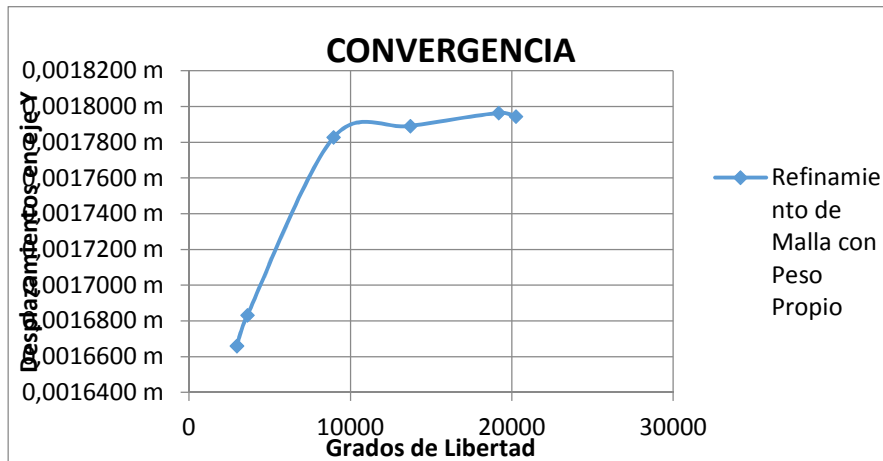


Ilustración 30 Convergencia desplazamientos en Y PP

Seguido a esto se realiza entonces un análisis del modelado 3D se observa un comportamiento lógico de la presa, como se puede apreciar en las imágenes de desplazamientos en X y en Y

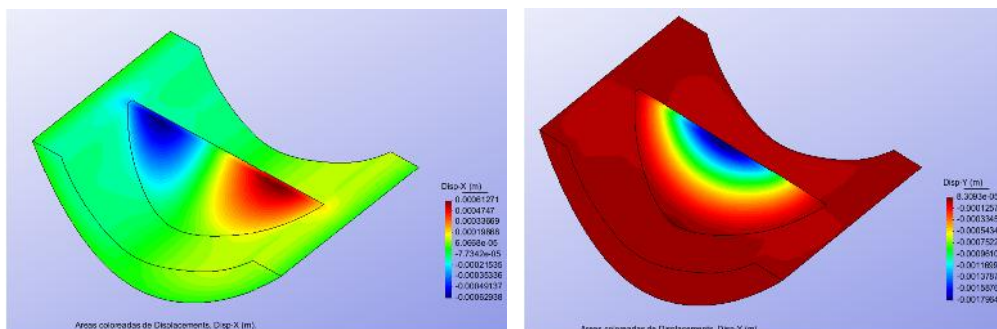


Ilustración 31 Desplazamientos 3D presa S - 01 PP

En estas imágenes se observa que el desplazamiento en sentido horizontal “X”, tiene unos desplazamientos positivos y otros negativos, lo cual representaría una torsión del elemento, mas sin embargo el comportamiento vertical es mas desfavorable en el centro del elemento.

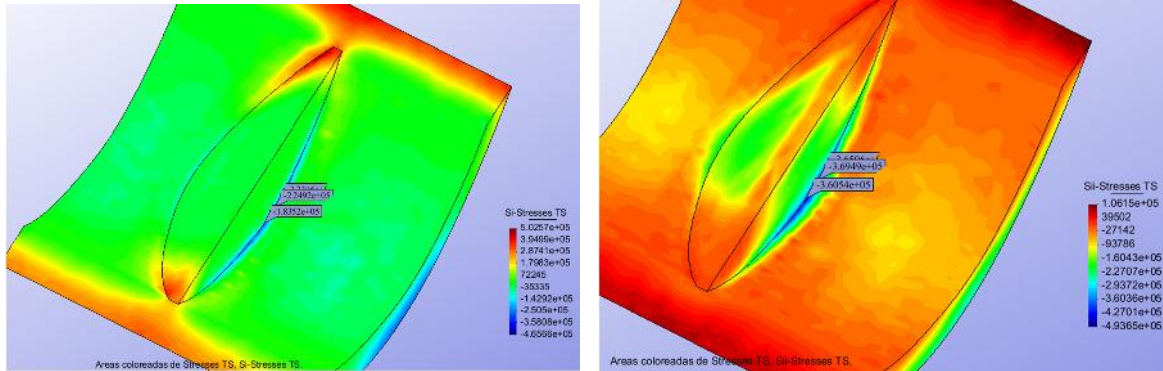


Ilustración 32 Tensiones principales Si, Sii 3D presa S - 01 PP

Ahora si analizamos las tensiones principales Si y Sii nos damos cuenta de que se presenta nuevamente el caso de concentración de tensiones, lo cual se explicó desde el punto de modelado en 2D, sin embargo se observa que las tracciones referentes al estado tensional Si, no superan el valor de 1 MPa, por lo que el modelo se consideraría favorable.

Ahora si se analiza el estado tensional Siii, que corresponde a las compresiones, el valor justo en los nodos de la base donde se presenta la concentración de tensiones superan el valor de 1,6MPa.

Por lo tanto, Sabiendo que allí se presenta una concentración de tensiones, se opta por analizar los nodos anteriores a este punto y se comprueba que no superan el valor de un MPa.

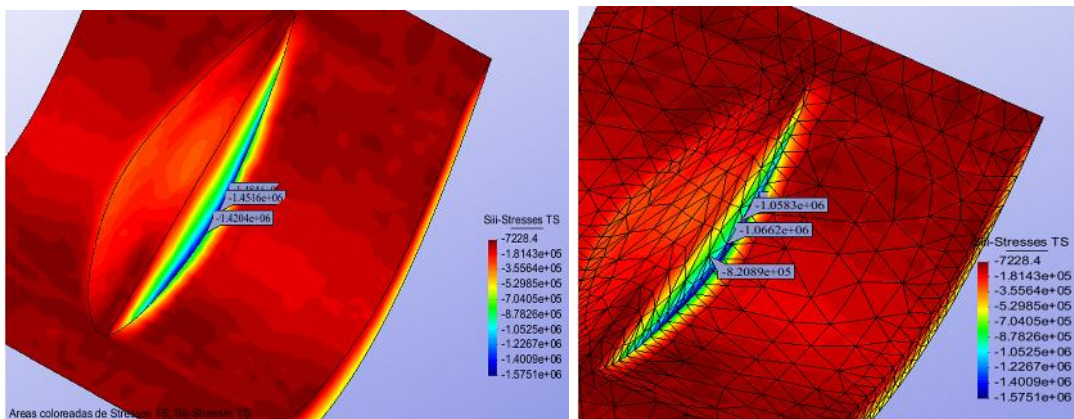


Ilustración 33 Tensiones principales Siii 3D presa S - 01 PP

Finalmente cabe resaltar el efecto de borde que se presenta en los laterales de la presa, como se puede evidenciar en los 3 estados tensionales analizados.

En cuanto a la situación de carga con presión hidrostática

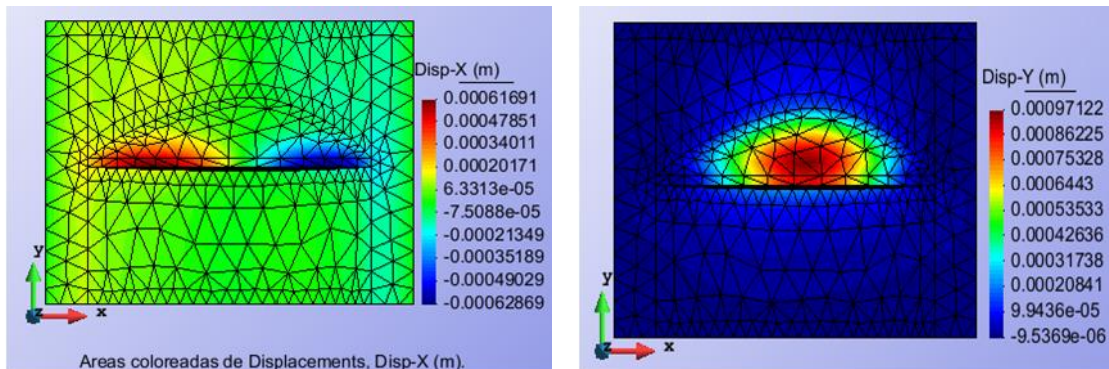


Ilustración 34 Desplazamientos 3D presa S - 01 PP + CH

La situación es similar a la observada en el caso de solo peso propio la presa por tener mayor sección en un lado trata de presentar una leve torsión que es prácticamente despreciable, dado que no alcanza el milímetro.

Así mismo el asentamiento en el núcleo central aumenta, dado que ahora se le suman las cargas hidrostáticas que generan mayor presión sobre el centro de la presa.

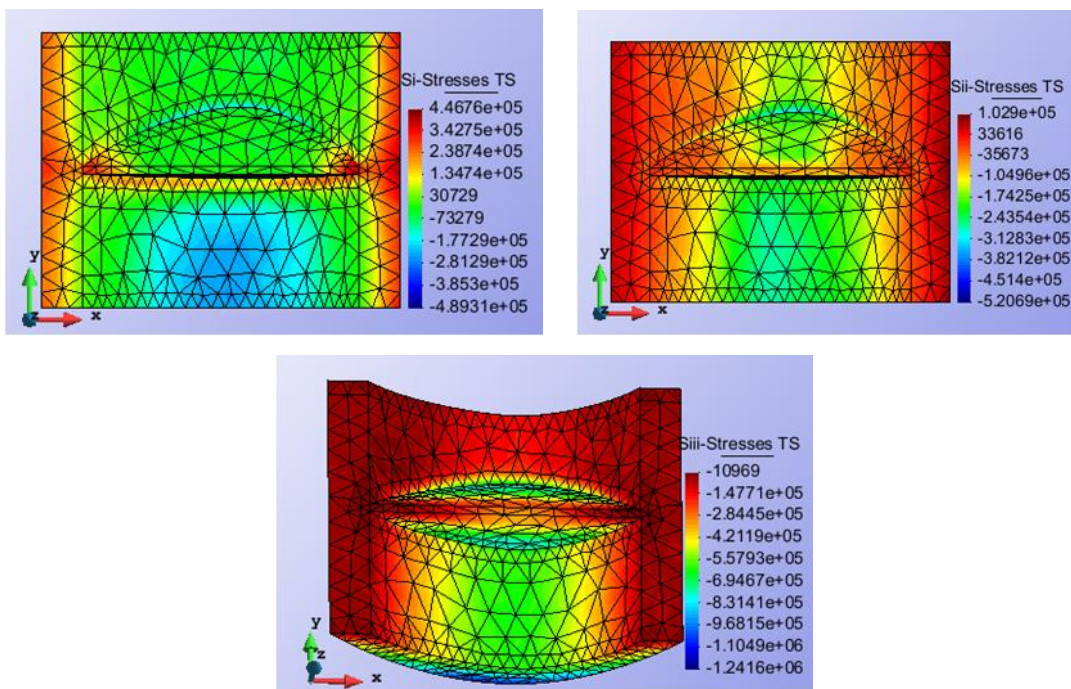


Ilustración 35 Tensiones principales 3D presa S - 01 PP + CH

En cuanto a la situación de tensiones se observa que las tracciones aumentan un poco, pero las compresiones se reparten en el cuerpo de la presa disminuyendo la concentración de estas en la pared aguas arriba, lo cual es lógico pues la presión



hidrostática genera unos empujes al cuerpo de la presa, que en este caso funcionan como fuerzas estabilizantes, por lo que el diseño se considera finalmente óptimo, pues su comportamiento es regular, y las tracciones no superan en ningún caso los límites impuestos de 1MPa.

5. Problema S – 20 presa de gravedad de hormigón

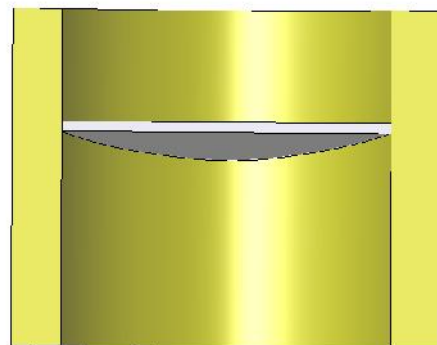
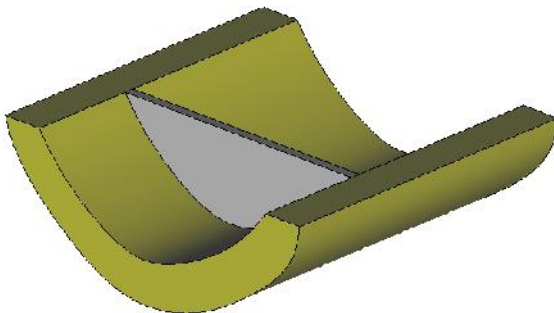
PROBLEMA S-20

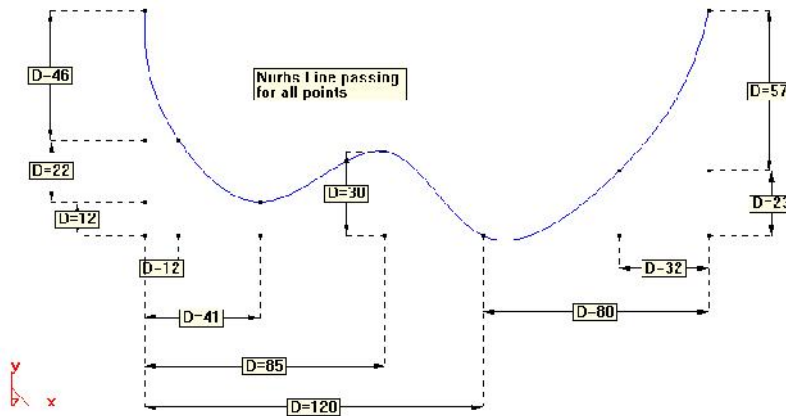
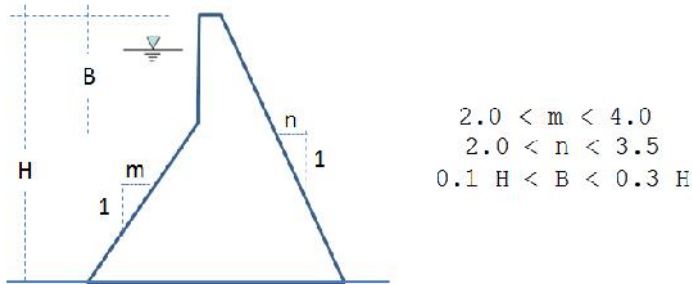
Dimensionar y calcular una presa de hormigón de 80 m de altura. La anchura en coronación debe ser de 4 m. con las restricciones geométricas que se indican.

Realizar el proyecto mediante un análisis bidimensional y posteriormente en 3D para verificar el diseño utilizando en ambos casos las siguientes hipótesis:

- 1) Las tracciones máximas en cualquier punto de la presa no deben superar 2 MPa
- 2) El peso específico del hormigón es de 25000 N/m³ y del terreno es de 20000 N/m³
- 3) El Modulo de elasticidad del hormigón a usar es de 22 G N/m² y el coeficiente de Poisson es de 0,20
- 4) Base empotrada en el terreno
- 5) Cimentación en terreno homogéneo. Módulo de elasticidad: 37 G N/m² y coeficiente de Poisson 0,30.
- 6) Cargas actuantes:
 - a) Peso propio
 - b) Peso propio + empuje hidrostático en presa y cimentación (altura del agua 77 metros)

El perfil del emplazamiento es el que se muestra:





La sección de terreno tiene un ancho de 30 metros y un desarrollo de 200 metros.

4.5. Definición de la geometría de la estructura

A partir de las condiciones dadas se opta por tomar las medidas expuestas a continuación para el diseño de la presa.

$m=2$

$n=2$

$B=24m$

$H=80m$

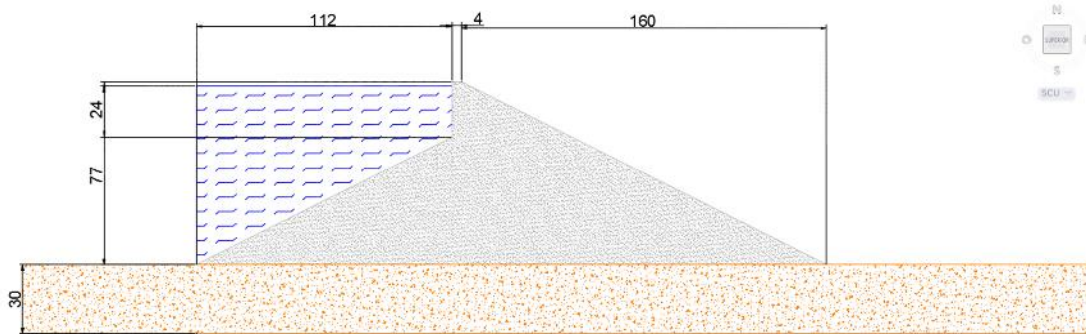


Ilustración 36 Dimensionamiento de la presa S-20

4.6.Pre – proceso

Para el análisis de la presa, se utiliza el programa GID versión 12.0.4 educacional, con el paquete plan estate, de la adición de plataforma Ramseries Educacional 2D.

En este se analizaran las condiciones de carga de del modelo para verificar los estados tensionales que se presentan y la presa, los cuales no pueden ser mayores a 2 MPa. Estos análisis se verificaran en las condiciones de carga de peso propio y peso propio más agua.

4.6.1. Modelo 2D

4.6.1.1. Geometría

Para la geometría primero se dibujan las dimensiones de la presa las cuales constan como ya se expresó anteriormente de un ancho en base de 276 m una altura total de 80 m compuesta por dos pendientes, cara contra aguas de pendiente 2 hasta la altura de 54m y recta hasta la corona, y para la cara exterior con pendiente 2, y una corona de 4 m. en cuanto al terreno se presenta una dificultad, pues el enunciado indica que debe tener 30m de altura, y 200m de largo, pero el tamaño de la presa en su base supera por mucho estas medidas, por lo cual se dibuja de 200m al frente y 200m hacia atrás del cuerpo de la presa, para una longitud total de terreno de 676m y una altura de 100m.

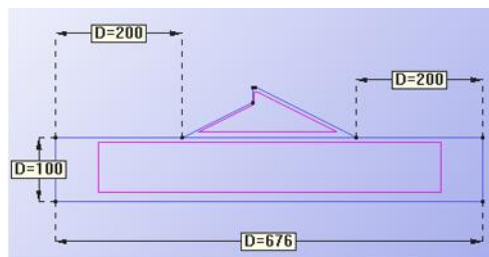


Ilustración 37 Geometría de la presa S-20

4.6.1.2. Condiciones de contorno

En cuanto a las condiciones de la presa en 2D fueron, restringir la base de la cimentación en los 2 ejes locales en "x" y "y"(empotrada) y los costados de la cimentación restringirla en los movimientos laterales "x", con lo cual se le define al terreno que no se puede salir del campo dibujado pero que puede deformarse, y lo que permitirá una distribución tensional más precisa de la presa.

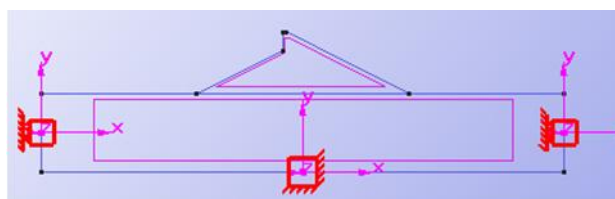


Ilustración 38 Restricciones de la presa S-20

4.6.1.3. Cargas hidrostáticas

En los casos de carga se realizarán dos análisis uno referente solo al peso propio, y el siguiente a peso propio más agua, por lo que adicionalmente habrá que ingresar unas presiones hidrostáticas sobre el terreno, y sobre la cara aguas arriba de la presa.

Estas cargas son obtenidas de la operación del peso propio por la altura máxima de aguas dada que es de 58 m, lo que de acuerdo al análisis de deformación plana se tendrá analizado un metro de ancho de la presa lo que nos daría lo siguiente:

$$P_{H_2O} = 10,000 \frac{N}{m^3} * 1m * 77m = 770,000 \frac{N}{m}$$

Teniendo en cuenta que en la cara del terreno se aplicara uniformemente distribuida y en la cara de la presa se asignara un triángulo de cargas con valor cero en el punto equivalente a 77m de altura, y 770,000 N/m en la base.

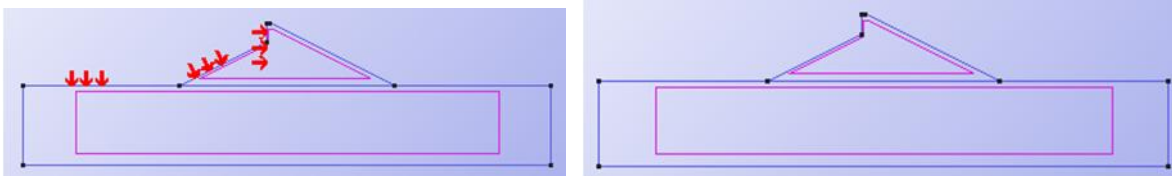
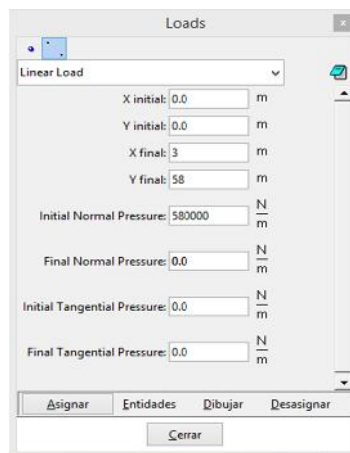


Ilustración 39 situaciones de carga de la presa S-20

4.6.1.4. Materiales

Los materiales se asignarán teniendo en cuenta las condiciones de carga y las teorías de análisis de deformación plana, los materiales descritos en el problema son un hormigón en masa, de peso específico de 25000 N/m³ con un coeficiente de Poisson de 0,20, y un módulo de elasticidad de valor 22 GN/m², empotrado en un terreno homogéneo de módulo 37 GN/m², con peso específico de 20000 N/m² y coeficiente de Poisson de 0,30m lo que sugiere un material de roca, o muy duro.

En este apartado es importante tener en cuenta el hecho de deformación plana por lo que el espesor del material debe ser de 1m.

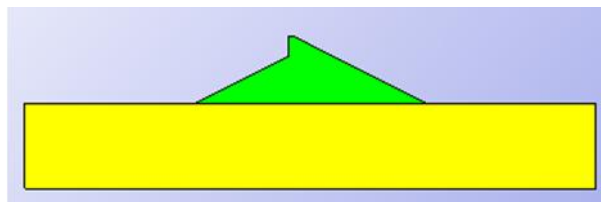
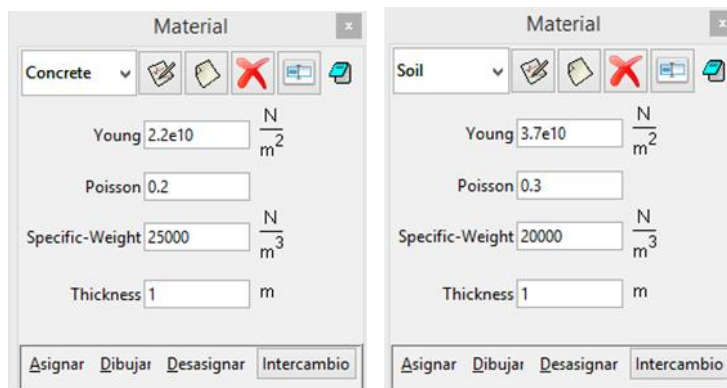


Ilustración 40 Materiales de la presa S-20

4.6.1.5. Problem data

En la definición del tipo de problema debemos tener en cuenta las condiciones definidas inicialmente, primero tener en cuenta el peso propio, y segundo la teoría de tensión plana.

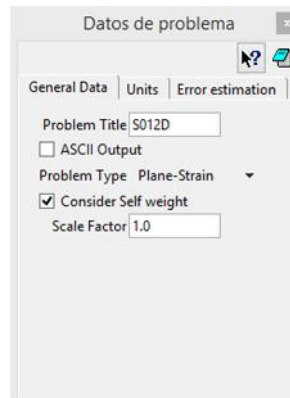


Ilustración 41 Datos del problema de la presa S-20

4.6.1.6. Mallado

La estructura se analizó con diferentes refinamientos de malla, para las condiciones de peso propio y peso propio más carga hidrostática.

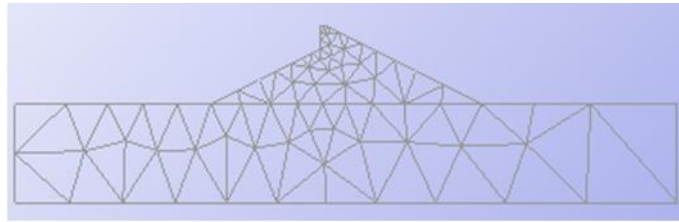


Ilustración 42 Mallado de la presa S-20

4.6.2. Modelo 3D

4.6.2.1. Geometría

De acuerdo a la geometría ya expuesta anteriormente, la cual se utilizó en el modelo 2D, se realiza el modelado de la presa con ayuda de la herramienta de copiar, extruir superficies, además a esta se realiza el modela del terreno que como se condicione al inicio tiene 500 m de largo, y un ancho variable pues se opta por generar un fondo de suelo rectangular que no afecta en ningún caso el comportamiento de la presa, al contrario se asumiría una condición de material de apoyo infinito. Este modelo se ejecuta así dado la dificultad de generar una correcta superficie de terreno, facilitando así el trabajo de simulación.

La presa por su parte dada la complejidad de su geometría se divide en dos volúmenes, prolongando la sección media, para lograr así adecuarla a las ecuaciones cuadráticas del programa, y evitar errores que se presentaron continuamente realizándola como un solo volumen.

Después de dibujados se superpone la presa en el centro del suelo dibujado, y con la herramienta, intersectar múltiples superficies se logran generar las superficies de la presa en contorno con el terreno, esto garantiza contacto perfecto y por consiguiente un buen desarrollo del análisis, obteniendo finalmente.

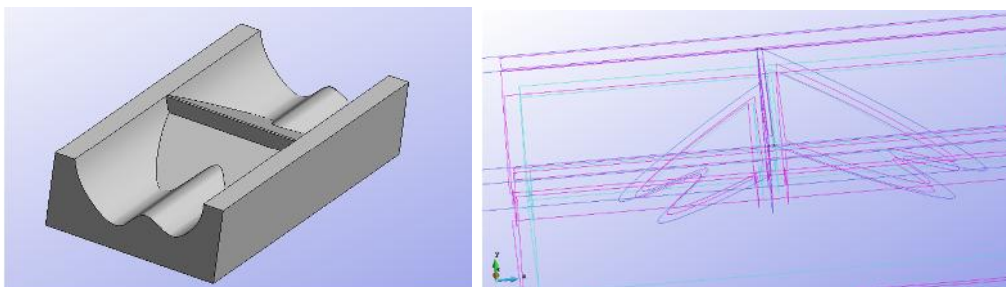


Ilustración 43 Geometría de la presa S-20 3D

Adicional a esto se pesó en simular solo el elemento presa limitando sus desplazamientos con apoyos elásticos, asumiendo un coeficiente de balasto acorde a las características del terreno

4.6.2.2. Condiciones de contorno

Las condiciones de contorno deben ser congruentes con el modelo realizado en 2D, por lo cual se restringe la base en todos los movimientos “x,y,z” para lograr un empotramiento en la base de la cimentación, y en los costados se restringe a la derecha e izquierda los movimientos en “x”.

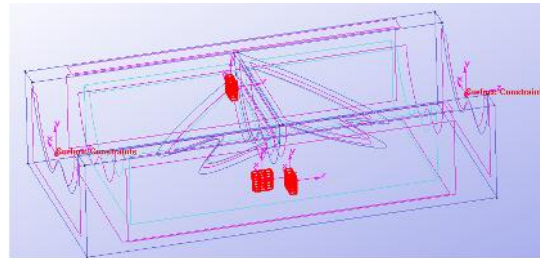


Ilustración 44 Condiciones de contorno de la presa S-20 3D

4.6.2.3. Cargas hidrostáticas

En cuanto a las condiciones de carga tendremos un caso de peso propio, y otro de peso propio mas cargas hidrostáticas, las cuales son generadas por una altura de agua de 77 m.

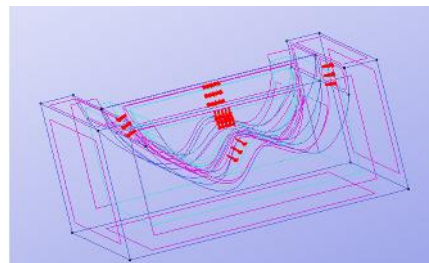


Ilustración 45 Cargas de la presa S-20 3D

4.6.2.4. Materiales

Al igual que el modelo 2D, las propiedades de los materiales son Hormigón es de 25000 N/m³, módulo de elasticidad de 22 G N/m² y coeficiente de Poisson es de 0,20 y del terreno es de 20000 N/m³, módulo de elasticidad de 37 GN/m² y coeficiente de Poisson 0,30.

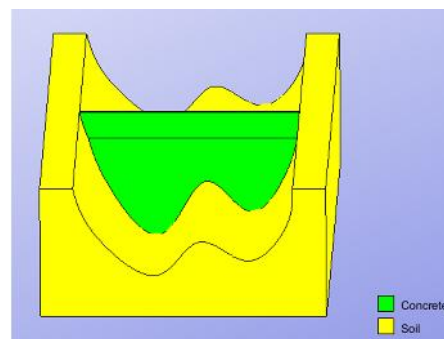


Ilustración 46 Materiales de la presa S-20 3D

4.6.2.5. Problem data

Para el Problem Data se consideraran las cargas de peso propio de la estructura y del suelo.

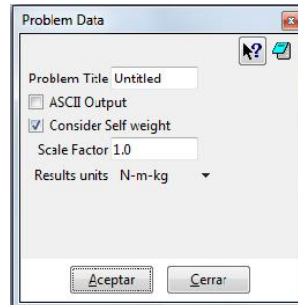


Ilustración 47 Datos del problema de la presa S-20 3D

4.6.2.6. Mallado

Para el análisis del problema, se realizarán diferentes refinamientos de malla, lo cual se realizara para peso propio y para peso propio mas cargas hidrostáticas, analizando la convergencia, hasta obtener una solución confiable, la descripción de los mallados así como la convergencia se explicaran más adelante.

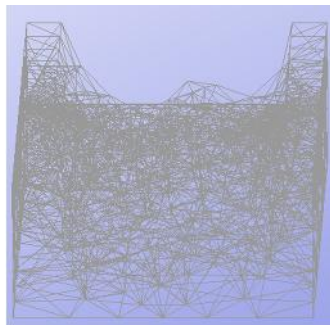


Ilustración 48 Mallado de la presa S-20 3D

4.7. Proceso

Una vez generada la malla se procede a calcular el problema, para las distintas mallas propuestas

4.8. Post – proceso

4.8.1. Modelo 2D

- **Situación en vacío (peso propio).**

Una vez definidos todos los parámetros del problema, se procede a realizar un refinamiento de la malla, pero esta vez conociendo ya el análisis de distintos tipos de elementos como se presentó en el primer ejercicio “s-01”, se analizara únicamente elementos triangulares de 6 nodos, con lo que se espera optimizar el rendimiento del equipo, analizando únicamente el caso de peso propio.

El refinamiento de malla permite procesar los resultados, obteniendo la información del comportamiento de la estructura. Además nos permite evaluar la convergencia y las condiciones que restringen el problema.

- **Elementos triangulares de 6 nodos**

Refinamiento de Malla con Peso Propio DKT 6 nodos				
Refinamiento	No. Nodos	Grados de Libertad	Desplazamiento X	Desplazamiento Y
40,0	344	688	0,00051 m	-0,00723 m
20,0	1025	2050	0,00051 m	-0,00723 m
10,0	3628	7256	0,00051 m	-0,00724 m
5,0	14415	28830	0,00051 m	-0,00725 m

Tabla 6 Refinamiento malla PP

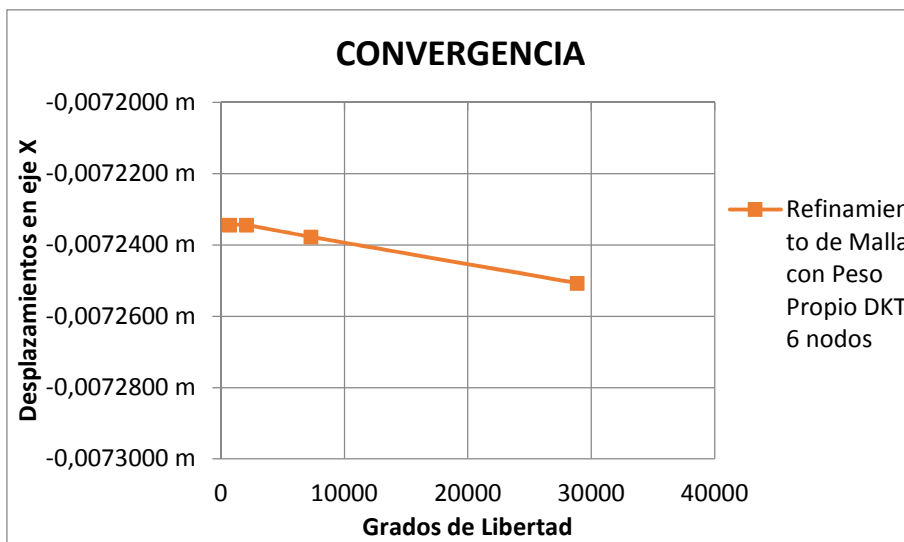


Ilustración 49 Convergencia desplazamientos en X

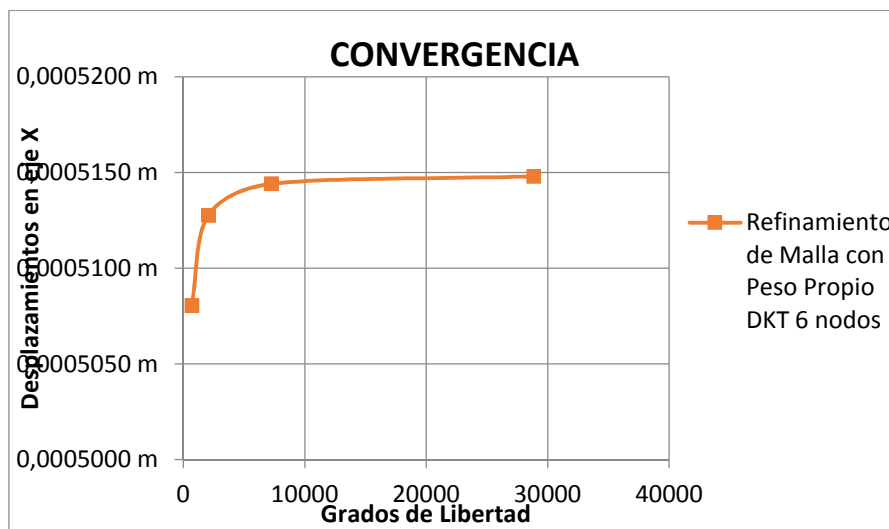


Ilustración 50 Convergencia desplazamientos en Y

Realizando un análisis de la presa final se observa que el comportamiento es el esperado, esta presenta un desplazamiento pequeño en la corona en el sentido horizontal "X", debido a la no simetría de la presa, lo que se ocasiona debido que su centro de gravedad tienda hacia la parte aguas arriba de la misma. Así mismo este lado es el que mayor asentamiento o desplazamientos verticales presenta, dada la misma condición, adicional a esto se observa un gran asentamiento de la presa, lo que quiere decir que la profundidad asumida de terreno no influye con el desarrollo del problema.

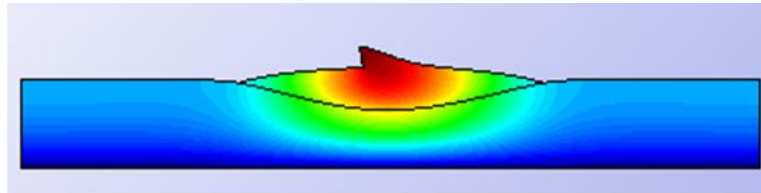


Ilustración 51 Deformada de la presa S-20

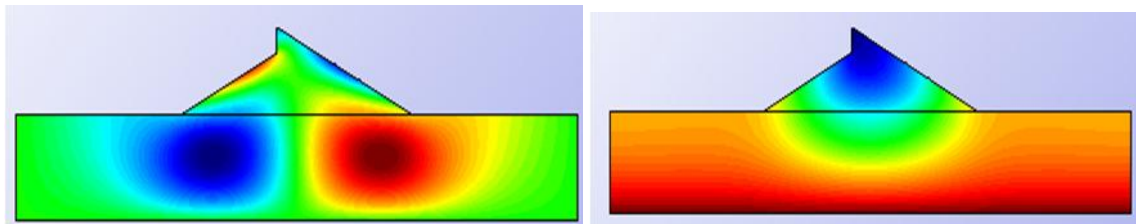


Ilustración 52 Desplazamientos de la presa S-20

Ahora si analizamos los desplazamientos de la presa observamos que son del orden de $-0,00072507$ en sentido vertical, lo que indica que su desplazamiento en situación crítica de vacío (sin agua), es de 0,7 mm. Con lo el valor no es alarmante y al contrario casi despreciable.

Ahora si analizamos las tensiones principales que se generan S_i , S_{ii} y S_{iii} . Se observa que en ninguno de los casos llega a valores superiores de 2Mpa valor máximo admitido para este caso en específico.

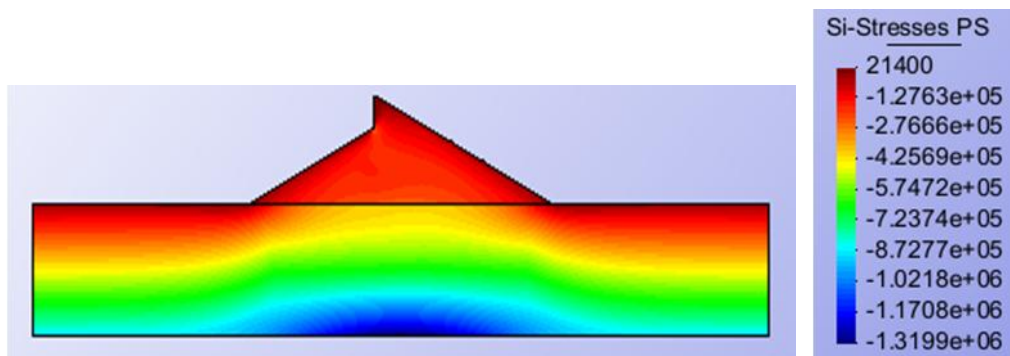


Ilustración 53 Tensiones principales S_i

En esta primera imagen de resultados vemos que su valor máximo a tracción S_{ii} es del orden de 0,1 Mpa hasta -0,4 Mpa, los cuales se presenta en las caras de las presas,

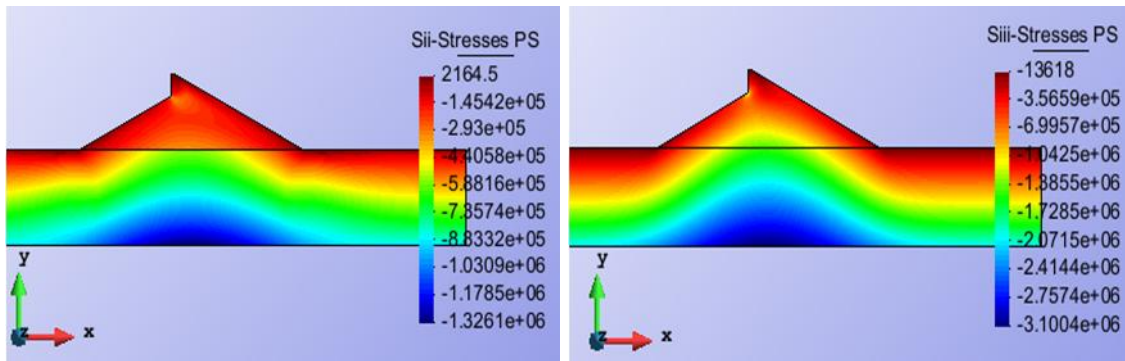


Ilustración 54 Tensiones principales S_{ii} , S_{iii} de la presa S-20

En los siguientes cuadros de resultados correspondientes a los estados principales de tensiones S_{ii} y S_{iii} , se observa que los valores máximos de tensiones que se han presentado no superan 2Mpa en ningún caso, y en cambio se ratifica el comportamiento de la presa.

Adicional a esto se opta por verificar con los estados tensionales globales S_x y S_y , la situación de la presa, y comprobar que no supere los valores admisibles.

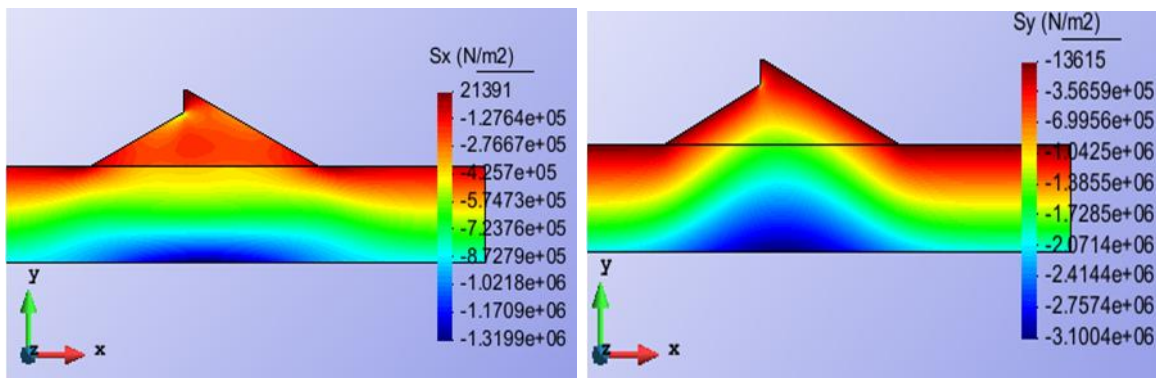


Ilustración 55 Tensiones globales

Como se puede observar las tensiones globales están dentro de los valores establecidos.

- **Situación en servicio (peso propio + presión hidrostática).**

Teniendo definido el problema con su análisis en situación de vacío, se procede a analizar el caso de uso con una carga hidrostática.

Se realiza el mismo proceso de refinado de malla, pero dado que como ya se demostró en el caso anterior el elemento que mejor se comporta a este caso es el elemento triangular de 6 nodos, se realizara el refinamiento de mallado solo con este.

Refinamiento de Malla con Peso Propio DKT 6 nodos				
Refinamiento	No. Nodos	Grados de Libertad	Desplazamiento X	Desplazamiento Y
10,0	366	732	0,00141 m	-0,00186 m
5,0	1507	3014	0,00143 m	-0,00185 m
2,5	5894	11788	0,00144 m	-0,00185 m
1,0	35353	70706	0,00144 m	-0,00185 m

Tabla 7 Refinamiento mallado PP + CH

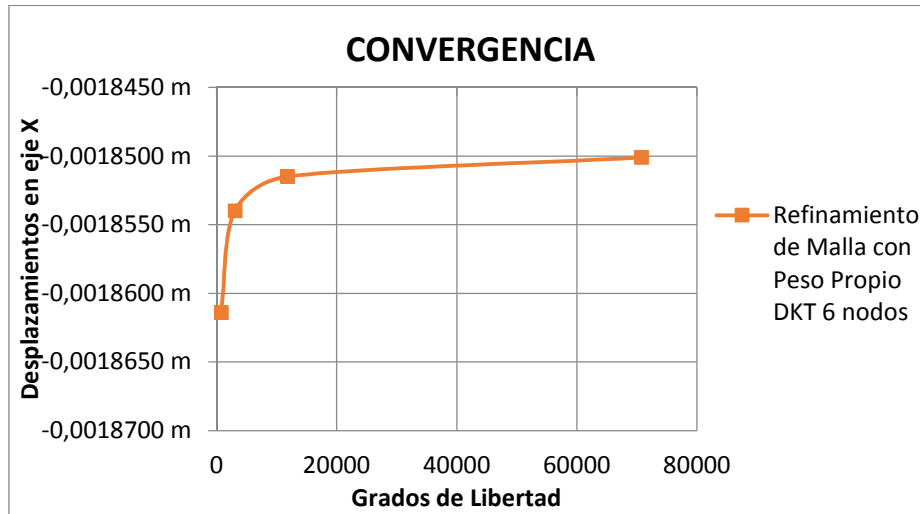


Ilustración 56 Convergencia desplazamientos en X

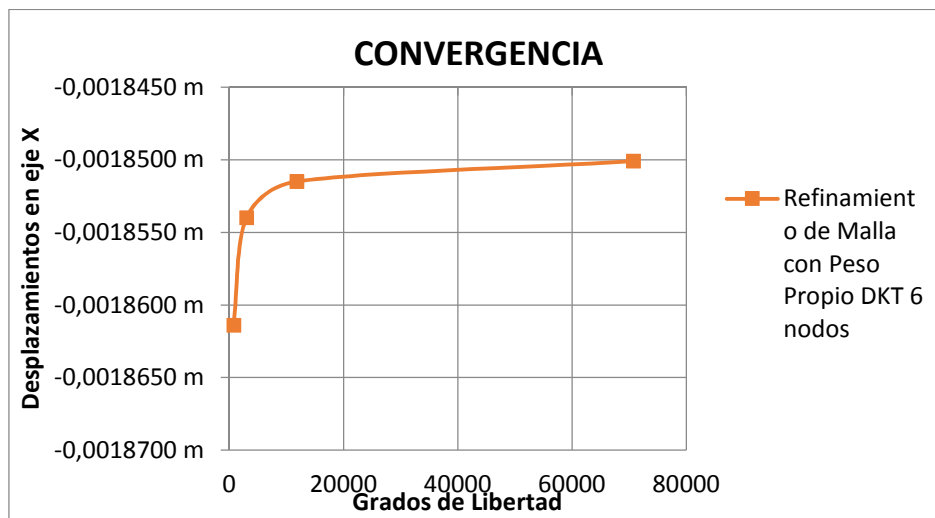


Ilustración 57 Convergencia desplazamientos en Y

Ahora realizando un análisis de la presa en su situación de uso crítica, con una altura de agua equivalente a la máxima de uso de 58 m, se observa que su comportamiento es óptimo, lo que genera confianza en el modelo.

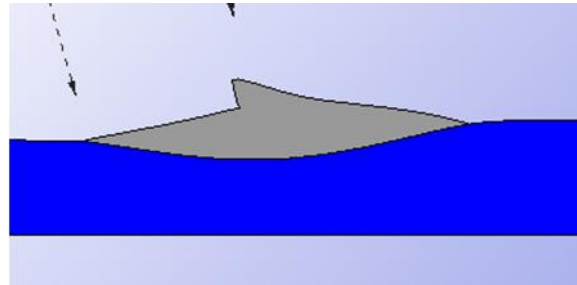


Ilustración 58 Deformada S-20

Se observa en la deformada de la presa que el elemento contrario al análisis anterior intenta desplazarse hacia adelante, teniendo desplazamientos positivos en su corona lo que indica un ligero desplazamiento horizontal, y ahora su asentamiento es uniforme en toda la presa, situación causada por la presión del agua.

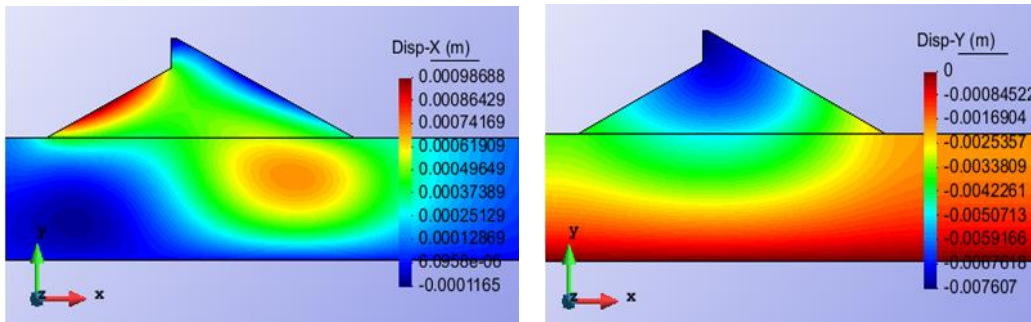


Ilustración 59 Desplazamientos S -20

Teniendo un desplazamiento horizontal en la corona de 0,1 mm y un asentamiento del cuerpo de aproximadamente 0,7 mm, lo que se presenta debido a la masividad de la presa y las características casi indeformables de los materiales.

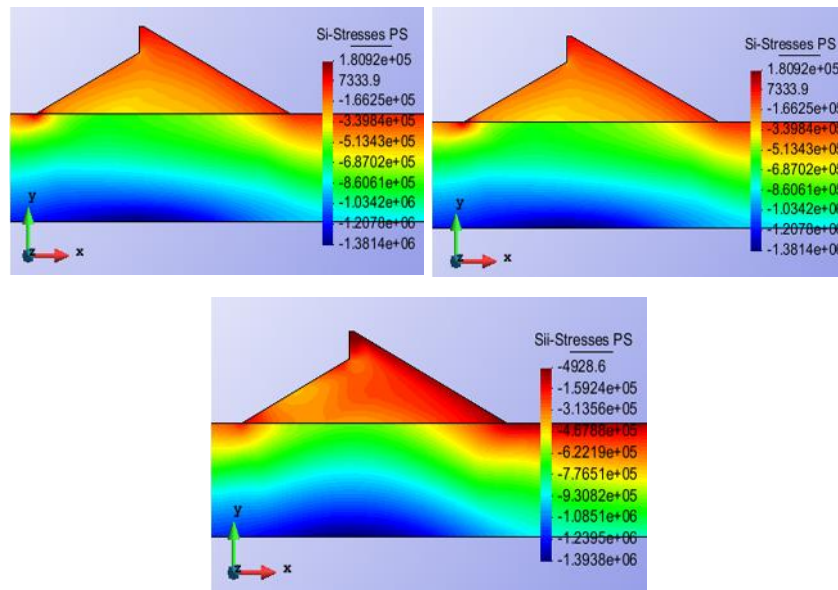


Ilustración 60 Tensiones principales

En estos estados tensionales se observa que las compresiones más altas S_{iii} , se presentan como se esperaba en la cara aguas arriba de la presa, así mismo los valores y comportamientos, son similares en la presa, debido al hecho de que la presa es medianamente simétrica, presentando un comportamiento un poco desfavorable, en la cara aguas arriba.

Ahora se observa que la presa en ninguno de los casos alcanza la situación de 2 Mpa por lo que el diseño se considera óptimo.

Se observa que ahora la presa presenta Estos análisis se corroboran al analizar las tensiones globales S_x y S_y , donde se aprecia el punto de concentración de tensiones y los comportamientos de tracción y compresión.

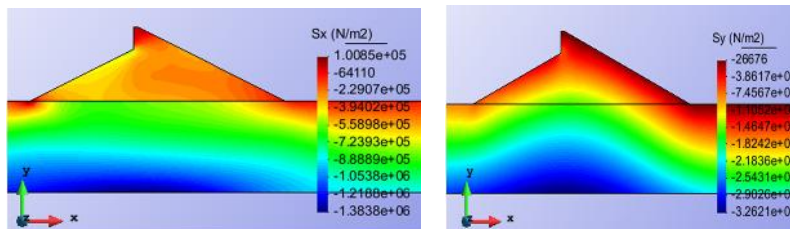


Ilustración 61 Tensiones globales

4.8.2. Modelo 3D

En este punto se analizan las dos situaciones, la primera hace referencia a la situación de vacío y la segunda a incluir la presión hidrostática.

- **Situación de vacío**

Se inicia realizando un proceso de refinamiento de malla.

Refinamiento de Malla con Peso Propio			
Refinamiento	No. Nodos	Grados de Libertad	Desplazamiento Y
100	1105	3315	0,0616550 m
50	1327	3981	0,0607160 m
mixta	2787	8361	0,0604220 m
20	4052	12156	0,0651370 m
mixta	6505	19515	0,0017945 m
15,00	7742	23226	0,0017964 m

Tabla 8 Refinamiento de malla PP

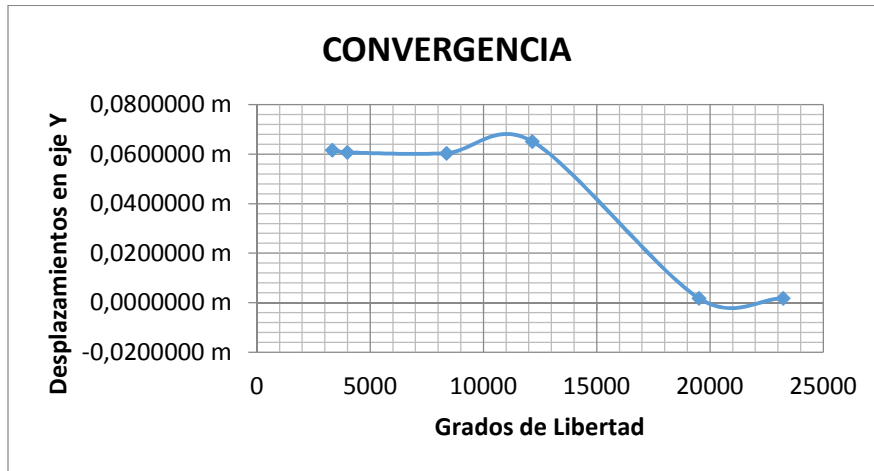


Ilustración 62 Convergencia con PP 3D

Se logra la convergencia con un mallado de aproximadamente 23000 grados de libertad.

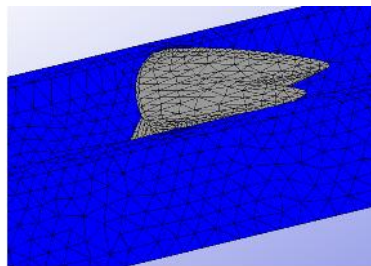


Ilustración 63 Deformada de la presa S 20 con PP 3D

Como se observa en la deformada de la presa, esta al no tener carga hidrostática, y tener su centro de masa ubicado más cerca a la cara de aguas arriba, tratara de volcarse hacia atrás de ella misma, generando alzamiento en la cara frontal, y un arco en el centro de la presa.

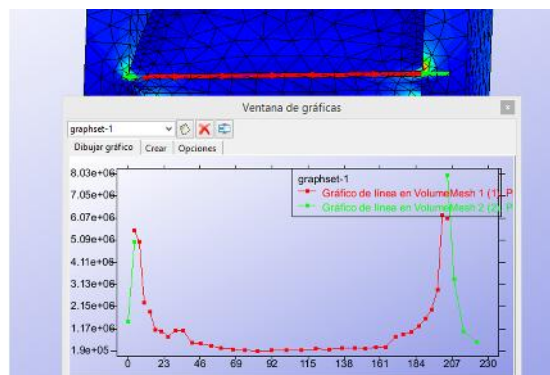


Ilustración 64 Tensiones principales Si de la presa S 20 con PP 3D

Analizando inicialmente las tensiones principales a tracción Si, se observa concentración de tenciones generada por la geometría brusca de la presa en la

corona, lo cual se puede verificar con la gráfica de resultados, dando un valor real no superior a los 2 MPa.

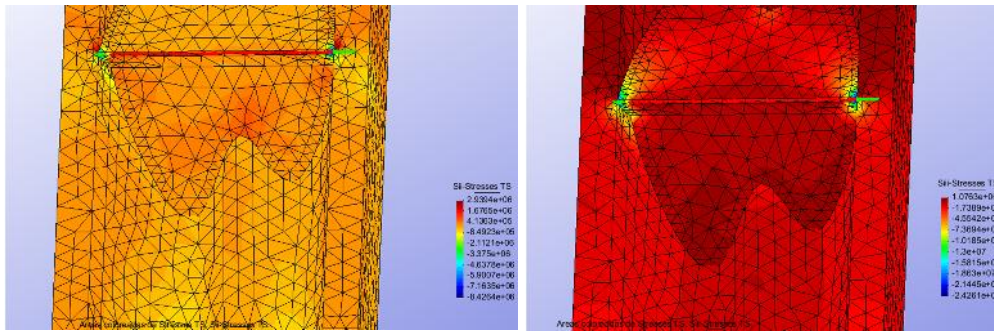


Ilustración 65 Tensiones principales de la presa S 20 con PP 3D

Lo cual se observa nuevamente en los resultados de tensiones principales Sii y Siii, sin superar los valores de 2 MPa en el centro y fondo de la presa, donde en este caso de presa en solo peso propio, se esperarían las mayores tensiones.

- **Situación con carga hidrostática**

Realizando el análisis de convergencia

Refinamiento de Malla con Peso Propio y Carga Hidrostática			
Refinamiento	No. Nodos	Grados de Libertad	Desplazamiento Y
100,00	1101	3303	-0,23793000 m
50,00	1325	3975	-0,29411000 m
25,00	2806	8418	-0,32450000 m
15,00	7759	23277	-0,38452000 m
mixta	12212	36636	-0,39190000 m

Tabla 9 Refinamiento de malla CH

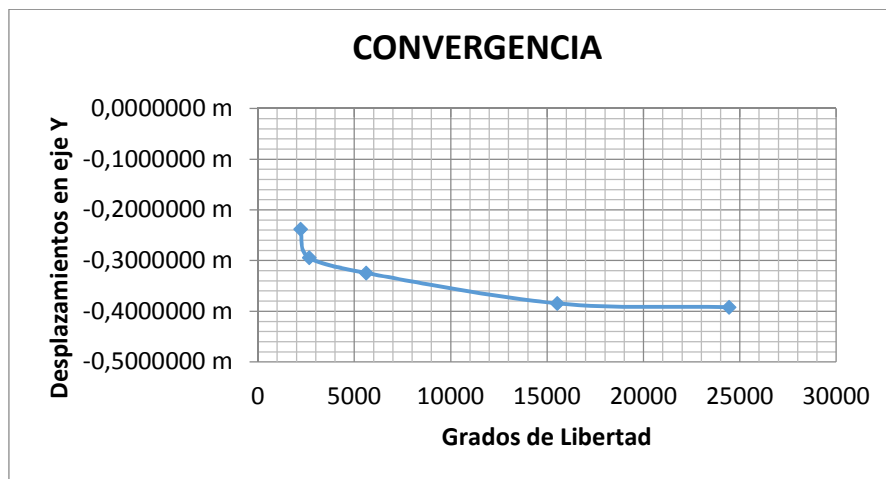


Ilustración 66 Convergencia CH del modelo 3D

Se decide trabajar con una malla mixta de tamaño 5 en la presa y mayor en el terreno, pues la reducción del tamaño en todos los volúmenes no es capaz de ser analizada por el ordenador, dado que supera la capacidad del mismo.

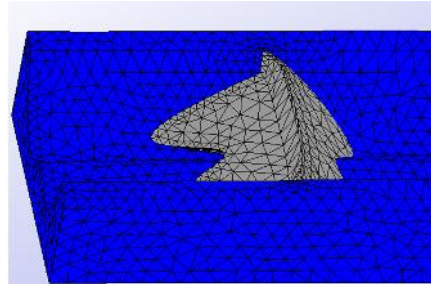


Ilustración 67 Deformada CH S -20

La deformada indica un desplazamiento horizontal en el centro, hacia adelante debido a la presión del agua, además de un teórico alzamiento de la presa en la base y por consiguiente hundimiento en su parte frontal.

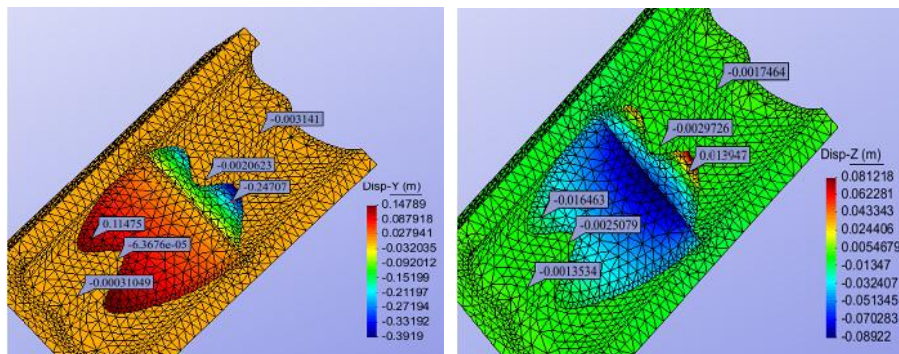


Ilustración 68 Desplazamientos S -20

Al revisar desplazamientos verticales y horizontales ejes Y y Z respectivamente, e corrobora lo dicho en el punto anterior donde se analizó la deformada, se observa que los desplazamiento frontales se verán concentrados en el centro de la presa, así mismo se observa que la presa en el sector aguas arriba presenta hundimientos, cerca de 2 cm dado la dureza del suelo, y en cambio trata de presentar.

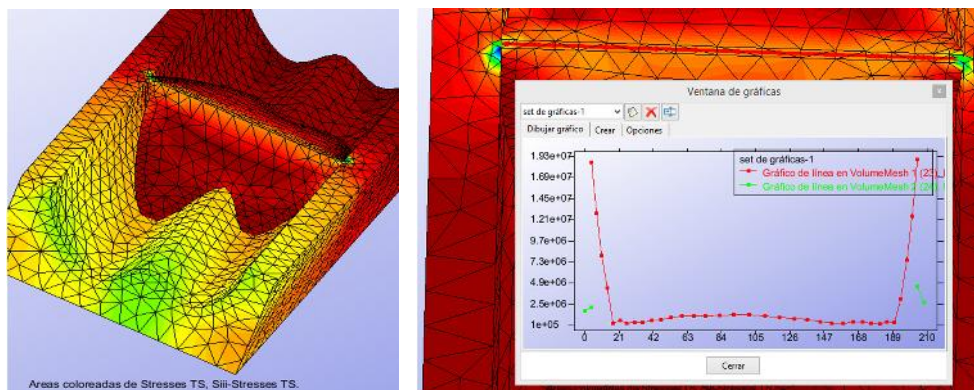


Ilustración 69 Tensiones principales Siii

En el estado tensional S_{iii} , se observa un punto donde se presentan concentración de tensiones, el cual es en la parte superior, en las esquinas, el cual se genera por la geometría delgada de la presa en este punto y el cambio brusco de geometría, que al no poder reducir más el mado, no tiene como redistribuir mejor los esfuerzos, esto lo podemos corroborar con la herramienta de gráfico de resultados, haciendo un gráfico de resultados en el sector de la corona de la presa que llegue hasta los bordes se observa cómo se presenta un cambio brusco de valores, lo cual ratifica la hipótesis de concentración de tensiones.

Finalmente para determinar un valor confiable de resultados en estos puntos se opta por generar dos líneas de resultados adicionales que partan desde el terreno hasta un punto que no se presenten concentración de tensiones de la corona, en cada banda de la misma.

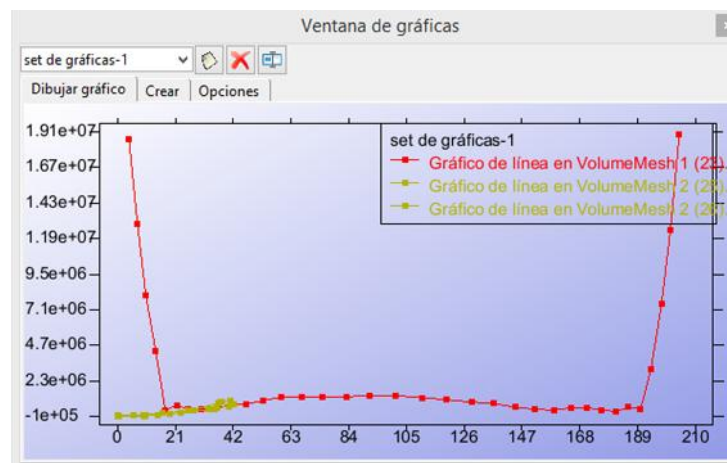


Ilustración 70 Gráfica de concentración de tensiones

Obteniendo finalmente una línea de tendencia clara marcada por la línea roja (corona de la presa de borde a borde), y las dos líneas marrones, que son equivalentes a las líneas de terreno a corona de la presa, en esta gráfica se observa que evidentemente existe una concentración de tensiones y que el valor máximo en este punto se presentaría en el centro de la presa, mas no en los bordes como indica el programa, llegando a un valor máximo de $1,5 \text{ E}05 \text{ N/m}^2$ que no supera lo planteado por el ejercicio de 2 Mpa .

Ahora realizando este mismo análisis para las tensiones principales S_i y S_{ii}

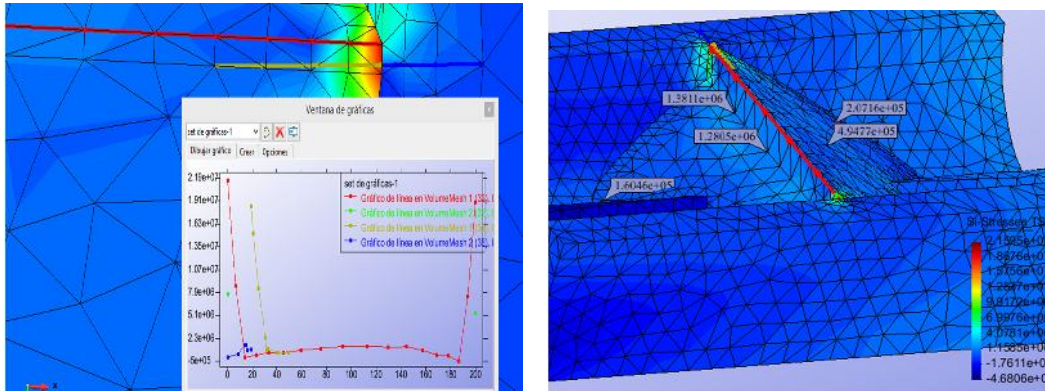


Ilustración 71 Tensiones principales S_i

En la presa no se presentan Tracciones superiores al valor límite 2 MPa y en cambio se observa un comportamiento coherente del modelo.

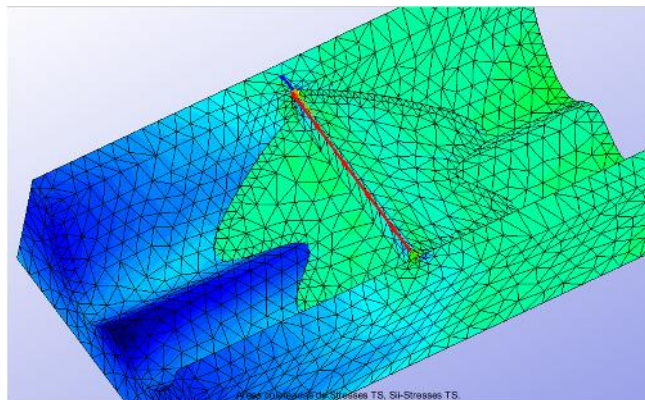


Ilustración 72 Tensiones principales S_{ii} .

6. CONCLUSIONES.

- Su comportamiento más desfavorable será la situación de vacío dado que su centro de gravedad está desplazado hacia la parte posterior, lo que genera desestabilidad ante el volcamiento.
- A través del análisis realizado podemos concluir en que al momento de analizar una presa se puede realizar un análisis bidimensional usando la simplificación de la teoría de sólidos 2D y el concepto de deformación plana para obtener dimensionamiento a grosso modo y evitarnos así la complejidad de generar la geometría en los problemas tridimensionales, ya que como pudimos observar en el ejercicio realizado en ambos análisis planteados obtuvimos resultados positivos para una misma inclinación de los taludes. Lo que nos comprueba, que sí, la simplificación de análisis en 2D es una realidad y nos permite tener un ahorro de tiempo en la fase de diseño de un proyecto de esta magnitud.
- Se pone en manifiesto una vez más que el Método de Elementos Finitos es una herramienta de análisis poderosa si se tiene el dominio conceptual de las distintas teorías que estudiamos durante el curso, ya que si tenemos claro por dónde atacar un problema podemos facilitarnos la vida al momento del cálculo.
- En modelos 2D el equipo no logra superar un análisis de 80,000 grados de libertad por lo que al momento de diseñar sería óptimo utilizar los modelos más reducidos posibles.
- Para el caso de 3D los modelos no logran reducir de 40,000 grados de libertad.

6.1. Conclusiones Presa S-01

- **Generales**

La presa presenta un comportamiento favorable con las medidas designadas, para un dimensionamiento final de una base de 51,6 metros altura total de 60 m, corona de 6 m, pared interior (aguas arriba) con pendiente de 0,05/1 y pared frontal con pendiente de 0,71/1, para una lámina de agua total de 58 metros.

- **Específicas**

- Se observó que los desplazamientos convergen al resultado exacto más rápidamente que las tensiones, esto por la concentración de tensiones en aristas, el criterio de tensión exigido se cumplió también teniendo en cuenta la concentración de tensiones en la presa.

- De acuerdo con recomendaciones del curso se optó por utilizar mayor cantidad de elementos sencillos tetraédricos que se amoldan fácilmente a superficies irregulares,
 - El análisis tridimensional, se realizó con fines de comparación del diseño en dos dimensiones, en ambas teorías se cumplen las especificaciones del ejercicio, observándose que la presa esta mayormente trabajado a compresión. Dicho dimensionamiento cumple tanto para un análisis bidimensional, como para un análisis en 3 dimensiones. El análisis en 3D arroja valores mayores, que el del análisis bidimensional, tanto para el análisis solo por peso propio y considerando las cargas.
- los métodos son de gran consideración para el análisis de estructuras, en estado bidimensional y en tres dimensiones, etc. Es importante reconocer la importancia y la utilidad del elemento finito para el análisis.

6.2.Conclusiones Presa S-20

- **Generales**

La presa presenta un comportamiento favorable con las medidas designas, para un dimensionamiento final de una base de 276 metros, altura total de 80 m, corona de 4 m, pared interior (aguas arriba) con pendiente de 2/1, hasta la altura de 56 metros en donde comenzara a subir recta, su pared frontal con pendiente de 2/1, para una lámina de agua total de 77 metros.

- **Especificas**

- Se observó que los desplazamientos convergen al resultado exacto más rápidamente que las tensiones, esto por la concentración de tensiones en aristas, el criterio de tensión exigido se cumplió también teniendo en cuenta la concentración de tensiones en la presa.
- De acuerdo con recomendaciones del curso se optó por utilizar mayor cantidad de elementos sencillos tetraédricos que se amoldan fácilmente a superficies irregulares,
- El análisis tridimensional, se realizó con fines de comparación del diseño en dos dimensiones, en ambas teorías se cumplen las especificaciones del ejercicio, observándose que la presa esta mayormente trabajado a compresión. Dicho dimensionamiento cumple tanto para un análisis bidimensional, como para un análisis en 3 dimensiones. El análisis en 3D arroja valores mayores, que el del análisis bidimensional, tanto para el análisis solo por peso propio y considerando las cargas.
- los métodos son de gran consideración para el análisis de estructuras, en estado bidimensional y en tres dimensiones, etc. Es importante reconocer la importancia y la utilidad del elemento finito para el análisis.
- El procedimiento de diseño en 3D debe ser riguroso y coherente con el planteado por el programa, pues dada la geometría de la presa, esta se

debe sub dividir en volúmenes independientes, para así lograr una correcta generación de las superficies.

- En la generación del mallado 2D se presentan dificultades en la zona de corona dado la irregularidad de la geometría.
- Se presentan fenómenos de concentración de tensiones en el modelado 3D que deben de ser analizados aisladamente siguiendo una tendencia de datos y omitiendo las zonas de cambios bruscos de tensiones, ya que este fenómeno de concentración de tensiones presentara casos erráticos.