PROBLEMA S3

Máster en Ingeniería de Caminos Canales y Puertos Ingeniería de Estructuras

CURSO 2015-2016



JOEL PLANA PUJOL



Contenido

1-	MEMÓRIA2
1.	1 Introducción2
1.	2 Datos y Geometría del Problema2
1.	3 Modelado y Teoría 2D3
	1.3.1- Dimensionamiento de la Presa4
	1.3.2 Generación de la Malla6
1.	4 Análisis de Convergencia en 2D6
1.	5 Análisis del comportamiento estructural 2D9
	1.5.1- Análisis de desplazamientos y deformada en 2D9
	1.5.2- Análisis de Tensiones Principales 2D11
1.	6- Modelado y teoría 3D13
	1.6.2- Geometria tridimensional
1.	7- Análisis de Convergencia en 3D15
	1.7.1- Verificación del diseño inicial17
1.	8- Análisis del comportamiento estructural 3D19
	1.8.1- Análisis de desplazamientos y deformada en 3D20
	1.8.2- Análisis de Tensiones Principales 3D22
1	9- Conclusiones 25



1- MEMÓRIA

1.1 Introducción

El principal objetivo de esta práctica es aprender a trabajar con un programa de cálculo de estructuras mediante el Método de los Elementos Finitos. El programa que vamos a utilizar en este caso será la versión educacional del RamSeries como módulo de cálculo para aplicación específica en estructuras. El programa incluye también el software de pre y pos proceso denominado GID. Todos ellos desarrollados por el CIMNE.

El problema planteado se basa en el dimensionamiento de una presa de materiales sueltos de 60m de altura con núcleo de arcilla. En primer lugar, haremos un análisis de los datos y la geometría del problema planteado. Seguidamente, se hará un análisis teórico de la situación y se contará el proceso de modelado del problema en 2D. En tercer lugar se va a realizar el dimensionamiento de la estructura, justificando las dimensiones de la misma. Con las dimensiones definitivas, se hará un análisis de convergencia del asentamiento y las tracciones encontradas considerando el caso de peso propio más carga hidrostática. Finalmente, se analizará el comportamiento de la estructura a nivel global, con sus desplazamientos, deformada y esfuerzos soportados. Este apartado se realizará para el caso de peso propio y para el caso de peso propio más empuje hidrostático en la presa y la cementación.

A continuación, se comprobaran los resultados obtenidos a partir del modelado 3D, contando también las diferencias entre el modelo de deformación plana usado anteriormente.

1.2 Datos y Geometría del Problema

Las dimensiones y geometría de la presa se pueden ver en la Figura 1.

Las características de los distintos materiales y sus condiciones de contorno son:

1- El peso específico del terreno y el material de construcción es de 20000 N/m³

2- El Módulo de elasticidad del material a usar es de 9900 K N/m^2 y el coeficiente de Poisson es de 0,285

3- El Módulo de elasticidad de la arcilla es de 8000 K $\mbox{N/m}^2$ y el coeficiente de Poisson es de 0.4

4-La base está empotrada en el terreno

5-La cimentación en terreno homogéneo y tiene un módulo de elasticidad de 35 G N/m^2 y coeficiente de poisson 0,30.

6- La sección del terreno tiene un ancho de 30m y un desarrollo de 400m











Figura 1 Geometría del problema

1.3 Modelado y Teoría 2D

A la hora de realizar el análisis de la presa y hacer su dimensionamiento en 2D, se va a hacer uso de la teoría de la Deformación Plana, pues la estructura cumple con las condiciones necesarias para su aplicación.

La presa es una estructura prismática que presenta una dimensión (la longitudinal, correspondiente a los paramentos) mucho mayor que las otras dos (su sección transversal, incluyendo ancho y altura). Además, las cargas que actúan sobre ella (peso propio y presión hidrostática) estarán uniformemente distribuidas a lo largo de su longitud y contenidas en planos ortogonales al eje que une los centros de gravedad de sus distintas secciones transversales a lo largo de la geometría del terreno.



Estas condiciones permiten simplificar el análisis a un modelo bidimensional, donde solo es necesario estudiar una sección transversal de la estructura.

La sección seleccionada será la de mayor altura, pues es donde las cargas tendrán sus valores máximos, necesarios para el diseño.

El campo de movimientos en la estructura, quedará pues restringido al plano de la sección transversal, lo que supondrá hacer la hipótesis que ε_z (la deformación a lo largo del vertedero) es nula.

Este supuesto simplifica el problema a la hora de imponer el equilibrio estático en la misma mediante el principio de los trabajos virtuales, que es el método utilizado para el cálculo con elementos finitos. Así pues, aunque la tensión σ_z sea distinta de cero, el trabajo realizado por una deformación virtual en el eje z terminará siendo nulo, y no deberá ser incluido dentro los vectores representativos del campo de tensiones y deformaciones.

A la hora de realizar la discretización, se utilizarán distintos tipos de elementos dependiendo de la zona a analizar, permitiendo así hacer un refinamiento sobre las partes de mayor interés encontradas en la presa. No obstante, antes de determinar cuál es la mejor distribución de malla, fue necesario realizar el dimensionamiento.

1.3.1- Dimensionamiento de la Presa

Para determinar las dimensiones de la presa, podemos ver como teníamos ciertas restricciones impuestas sobre las pendientes de los paramentos aguas arriba y aguas abajo, así como una anchura mínima del núcleo impermeable de arcilla de la misma.

Como el objetivo de toda estructura es intentar que resulte lo más económica posible, bajo ciertas restricciones, en primer lugar se consideró la posibilidad de optar por los valores de las pendientes y ancho del núcleo menores, que involucraban el uso de menor volumen de material, y, consecuentemente, menor espacio, trabajo, y precio final.

La única restricción a comprobar fue que en ningún punto de la presa se producían tensiones superiores a los 0,25MPa.

Se construyó con GID un modelo de las distintas superficies de la presa, asignando sus propiedades materiales y imponiendo las cargas y condiciones de contorno dadas.

Para las condiciones de contorno, se impuso que la base del terreno, no podía tener ningún movimiento. En los extremos verticales, al final de los 400m considerados, por condiciones de simetría con el terreno infinito circundante, se impuso que no podía haber desplazamiento a lo largo del eje X, dirección longitudinal.

La base de la presa se define como empotrada en el terreno, lo que significa que se moverá de forma solidaria con él. Así pues, no es necesario añadir ninguna restricción allí.

En la Figura 2 se muestra la geometría con las condiciones de contorno mencionadas:





Figura 2 Condiciones de Contorno

Seguidamente, se definieron las cargas actuantes. Para el dimensionamiento, se hizo uso del caso de peso propio + empuje hidrostático, pues sería la situación más crítica y determinante para la estructura. No tiene sentido dimensionarla presa sin la carga de agua a retener, función para la que ha sido concebida.

Se realizó una malla uniforme en todas las superficies, no estructurada, con triángulos de 6 nodos y funciones de forma cuadráticas, de tamaño 5m. Se optó por este diseño sencillo, elaborado por el programa, pues el objetivo no era entrar en detalle en esta fase.

Para comprobar las tracciones, se hizo uso de la tensión principal σ_1 , pues es la que corresponde con los valores de tensiones (+ a tracción) más altas encontradas en todos los nodos, de acuerdo con la representación del circulo de Mohr.

En la Figura 3 se muestran los resultados obtenidos. Se aprecia una concentración de tensiones en la base del paramiento aguas arriba, que tiene lugar en el terreno. En la presa no obstante, no se producen tracciones, y todos los nodos, a excepción del contacto del paramento aguas abajo con el terreno, tienes valores negativos, indicando que el estado tensional es puramente a compresión. El valor pues de tracciones máximas en la presa es de 0,00087MPa, muy por debajo de los 0,25MPa pedidos.



Figura 3 Tensión Principal S1 para el dimensionamiento

Este fenómeno era esperable, considerando que el terreno era enormemente más rígido que los materiales de la presa. De hecho, su módulo de elasticidad es mayor que el de un hormigón, indicando pues que se trataría de una roca muy dura.



La alta rigidez del terreno, hace que este termine atrayendo/soportando buena parte de las cargas, liberando la presa de tracciones. Además, su baja deformabilidad, permite mantener la estructura estable, sin generar deformaciones impuestas sobre la estructura que influirían en como las tensiones son distribuidas, y generarían zonas conflictivas con mayor tracción.

En vistas de estos resultados, muy por debajo de los requisitos establecidos, se decidió dar el dimensionamiento por finalizado, y se trabajó con la geometría mínima dada por el enunciado.

1.3.2 Generación de la Malla

A la hora de generar el mallado, se decidió utilizar distintas mallas según la superficie.

Para el terreno, debido a que no era la superficie de mayor interés y donde se acumulaban mayores tensiones, se optó por una malla estructurada, con elementos cuadriláteros cuadráticos gruesa.

Para la escollera, se utilizaron elementos triangulares cuadráticos, pues se adaptaban mejor a la forma triangular de esas superficies. Estos elementos tenían un grado de refino superior.

Finalmente, para el núcleo se optó por una malla triangular con elementos cuadráticos, no estructurada, ya que así se lograba un mayor grado de adaptación a la forma trapezoidal. El tamaño de los elementos fue aún más refinado allí, por ser material más compresible y zona de especial interés, actuando como impermeabilizante de la presa.

Un ejemplo de malla utilizado se muestra en la Figura 4, correspondiente al caso 3, presentado a continuación.



Figura 4 Mallado Caso 3

1.4 Análisis de Convergencia en 2D

Para el análisis de convergencia se consideró el caso completo de peso propio y carga hidrostática. Se crearon 5 mallas distintas, cuyo resumen se muestra en la Tabla 1:





Tamaño de elementos				Malla Resultante		
	Terreno	Paramento	Nucleo	Nodos	GDL	
Caso 1	50	25	15	253	1518	
Caso 2	15	10	8	944	5664	
Caso 3	10	5	3	3141	18846	
Caso 4	5	2	1	17963	35280	
Caso 5	4.5	1.5	0.5	38058	75306	

Tabla 1 Casos de Mallado utilizados

A partir de ellas, se estudió la convergencia en el asentamiento vertical máximo, y en la tensión principal $\sigma_{1,a}$ tracción.





Figura 5 Convergencia asiento en metros



Figura 6 Precisión Asiento

Podemos apreciar como prácticamente, desde la primera malla creada, la precisión alcanzada es muy grande. La explicación reside en el hecho de que se ha utilizado una



malla no estructurada en la parte central de la presa, justo donde se produce el desplazamiento máximo. La malla, ha optado por refinar ya de por sí mucho más la parte superior del trapecio que define la superficie de la capa núcleo, obteniendo ya de entrada buenos resultados.

Vemos como el desplazamiento máximo es de -2.36m, muy elevado y además, irreal. Una presa de tierras obtiene su desplazamiento máximo en el centro, pues normalmente se construye por capas de terreno distintas, en un espacio de tiempo más o menos alargado. Además, entre capa y capa se compacta el terreno, evitando así mayores asientos. Como la única limitación eran las tensiones, y se trata de un ejercicio académico, se procedió con el análisis.

En la Figura 7 se muestra indicado el lugar donde se registró el máximo:



Figura 7 Máximo Asiento Vertical

En las Figuras 8 y 9 se muestra la convergencia en la tensión principal σ_1 :



Figura 8 Convergencia en Tracciones

Podemos apreciar cómo el error cometido en tracciones es muy superior al del asiento, presentando oscilaciones grandes, debido al hecho que la localización de estas varió al ir refinando la malla, hasta llegar a los 20000 GDL, donde se estabilizó.

Estas variaciones son comprensibles pues, las tensiones salen como derivadas de los desplazamientos y, consecuentemente, la propagación de errores juega en su contra.







Figura 9 Precisión Tensión Máxima

En la Figura 10, se ve representada la localización de la tensión máxima. Esta se encuentra en la base del paramento aguas arriba, punto de contacto con el terreno.

Notemos como, mientras en un primer momento parecía que se producirían concentraciones de tensiones, al haber seleccionado un buen mallado e ir refinando, el modelo en 2D ha resultado de gran eficacia, pues estas no han llegado a ocurrir. Además, su valor máximo final, aunque mayor que el obtenido para el dimensionamiento, es de 1788Pa, muy por debajo del máximo permitido.



Figura 10 Posición de las tracciones máximas

1.5 Análisis del comportamiento estructural 2D

En este apartado realizaremos un análisis de la estructura comparando los casos de carga con peso propio y carga con peso + empuje hidrostático. Se analizarán los desplazamientos en X y Y así como la deformada. Seguidamente, las tensiones principales σ_1 y σ_3 . Para todos ellos, se utilizó la malla del caso 5.

1.5.1- Análisis de desplazamientos y deformada en 2D

En las Figuras 11 y 12 se ven representados los desplazamientos en X, Y y deformada de la estructura para los casos de peso propio y el caso inundado respectivamente.





Figura 11 Desplazamientos y deformada presa con peso propio

Podemos observar como prácticamente no hay diferencias en términos globales entre ambos casos. Los valores del desplazamiento vertical y horizontal resultan iguales con o sin presencia del peso hidrostático. Sus valores son de 0.337m en horizontal y -2.3635m en vertical. Además, podemos apreciar unas condiciones de simetría perfectas en ambos casos. En el plano horizontal, el material tiene tendencia a moverse hacia el exterior del paramento, manteniéndose el núcleo de arcilla estable, debido a su forma más bien vertical. En el plano vertical, el asiento decrece con la cota, como ya ha sido comentado. Este hecho no se daría a la realidad, pues la presa no se construiría de golpe.

La deformada reflecta perfectamente lo que sucede, con su escala exagerada, la presa se ve hundida sobre un terreno mucho más rígido que apenas nota las consecuencias del enorme peso que esta tiene.

Concluimos pues que el peso propio de la estructura resulta claramente más determinante que el peso hidrostático por lo que refiere a los desplazamientos, lo que induce a pensar que ocurrirá lo mismo en las tensiones, al ser estas derivadas directas. No obstante, es extraño que ocurra este fenómeno, pues la columna de 58m de agua debería de hacer una presión considerable sobre el material que se debería ver traducida en diferencias en los desplazamientos. Probablemente, en el caso 3D se reflejé mejor la realidad.





Figura 12 Desplazamientos y deformada presa con empuje hidrostático

1.5.2- Análisis de Tensiones Principales 2D

En las Figuras 13 y 14 se muestran las tensiones principales σ_1 y σ_3 para los casos de peso propio y de presión hidrostática respectivamente.





Figura 14 Tensiones principales considerando peso própio y presión hidrostática 2D

A diferencia del apartado anterior, aquí si apreciamos diferencias significativas. En el caso de cargas propias, vemos en la Figura 13 una simetría perfecta, con tracciones ocurriendo mayoritariamente en la parte superior del terreno. De hecho, comparando con la Figura 14, deducimos que el efecto del agua es claramente positivo a la hora de disminuir las tracciones que sufre el terreno. No obstante, el efecto sobre la presa es neutro.

En la Figura 15 se muestra representado el punto de mayor tracción en el caso de cargas a peso propio. Al mismo tiempo, están indicadas con etiquetas los valores de los nodos más próximos donde se ha obtenido la tracción máxima en la presa.

Aunque el valor máximo en el terreno si es superior, de valor 3288Pa, los valores en la presa han permanecido



Figura 15 Tracciones máximas peso propio en 2D

estables. Solo un nodo se encuentra sometido a tracción, de valor 1785Pa, inferior al caso hidrostático. Se concluye pues que el dimensionamiento ha sido correcto, pero por muy poco. En un caso real, debería haberse considerado inicialmente la posibilidad de que la situación más crítica se hubiese dado en fase constructiva, y no operativa.

Por lo que refiere a los esfuerzos compresivos, vemos como se alcanzan valores de hasta 1.4MPa en la parte inferior central del terreno, donde se soporta más peso. Para un suelo granítico como el dado, esta compresión no resulta significativa. No obstante, valores de alrededor de 1MPa tienen lugar en la base de la presa. El material granular utilizado en el paramento, podría romper bajo este nivel de carga, debido a que generalmente los contactos entre granos son pequeños, y concentraciones de tensiones importantes tiene



lugar. Este fenómeno, que ocurriría de forma dilatada en el tiempo, terminaría implicando la aparición de fenómenos de fluencia del material. Es decir, se esperarían asientos diferidos con el tiempo, más aun teniendo en cuenta la presencia del agua, que actuaría como elemento corrosivo acelerando la rotura de áridos.

1.6- Modelado y teoría 3D

En muchas estructuras el análisis bidimensional no puede realizarse debido a que las hipótesis de tensión o deformación plana no se pueden cumplir.

En nuestro caso, el análisis en 3D nos permitirá tener en cuenta de mejor manera la interacción de la estructura con el terreno, viendo así los efectos de borde sobre las paredes laterales que encauzan nuestra presa, no representados en la sección transversal analizada.

A nivel conceptual, la utilización de elementos tridimensionales no aporta nada nuevo al problema de elementos finitos. En este caso, se trabajará con una generalización al espacio de la elasticidad lineal, teniendo en cuenta las 6 tensiones y deformaciones correspondientes a los 6 grados de libertad posible que se tiene en el espacio (3 desplazamientos y 3 giros). Para el caso de nuestra presa, se supondrá que todos los materiales son isótropos, es decir, sus propiedades no varían según la dirección en la que actúen las tensiones principales. Así, de los 9 coeficientes necesarios para el caso más general de anisotropía, utilizados para definir la matriz constitutiva del material de 6x6, se pasa únicamente a 2, un módulo de elasticidad E y un coeficiente de Poisson, válidos para todos los ejes.

Por lo que refiere a la expresión del principio de los trabajos virtuales, al igual como en los problemas de elasticidad bidimensional lineales, solo intervienen primeras derivadas de los desplazamientos dentro los integrandos. Esto exige únicamente continuidad de clase C_0 a la aproximación por elementos finitos.

La mayor dificultad en este tipo de análisis reside en el mayor esfuerzo de cálculo necesario en comparación con los problemas en 2D. El añadido de 1 dimensión supone también mayores dificultades de preparación de datos, generación de mallas e interpretación de resultados.

Por ejemplo, las integrales a la hora de calcular la matriz de rigidez y el vector de esfuerzos nodales que aparecen una vez realizada la discretización y sustituida dentro de la expresión del PTV, son ahora dentro de volúmenes. Por lo tanto, para la integración numérica mediante la cuadratura de Gauss-Legendre, será necesario efectuar un triple sumatorio, considerando putos y pesos distintos para cada una de las direcciones del espacio. Además, el cálculo de la matriz Jacobiana se vuelve más pesado. Considerando el gran número de elementos que se van a crear, es evidente que hasta hace pocos años la aplicación de estas técnicas se veía fuertemente limitada.

Para el mallado se va a utilizar el elemento tetraédrico de 4 nodos, pues GID no permitía utilizar ningún otro tipo de elemento. Cuando se probó con el hexaedro, salió un mensaje de error, mencionando que uno de los volúmenes solo podía ser mallado con tetraedros. El motivo de este error es desconocido. Los tetraedros tienen una precisión limitada, ya



que similarmente al elemento triangular bidimensional, solo modela de manera exacta un campo de tensiones-deformaciones uniforme. Esto significa que en zonas donde se puedan prever gradientes tensionales elevados, será necesario tupir las mallas. Por otra parte, la ventaja que presentan es que sus funciones de forma son polinomios completos, que se obtienen directamente del tetraedro de Pascal.

Los tetraedros seleccionados fueron los de 4 nodos. Principalmente se descartó la opción cuadrática pues el tamaño de malla para poder proceder al cálculo a posteriori era muy grande, ya que el cálculo de las matrices y vectores del elemento se complicaba. Este hecho no permitía tener una buena aproximación en las zonas de intersección terrenopresa, que es donde se producen los mayores gradientes de tensiones. Además, los elementos de bajo orden son poco adecuados para análisis de problemas donde domine el estado de flexión. Como en nuestro caso esto no se da, los resultados obtenidos serán adecuados.

Discretizar un sólido a base de elementos tetraédricos es complicado, por ello, se confió en la malla no estructurada de GID y al preprocesador que este lleva integrado para automatizar el proceso de mallado y obtener refinamientos allí donde el programa lo considerase necesario.

1.6.2- Geometria tridimensional

Para generar la geometría, se utilizó la simetría de la presa. A partir de la extrusión superficial del terreno, se definieron los dos planos correspondientes a la capa de áridos y al núcleo de arcilla. Posteriormente, se intersecaron con el terreno, obteniéndose lo que se muestra en la Figura 16.



A partir de ello, se definieron los volúmenes, y se hizo la parte simétrica restante.

Figura 16 Generación del volumen en 3D

Las condiciones de contorno asignadas son las equivalentes que en el caso bidimensional pero esta vez actuando sobre superficies. Estas se muestran en la Figura 17.



Figura 17 Condiciones de contorno en 3D



1.7- Análisis de Convergencia en 3D

Para el análisis de convergencia se crearon 5 mallas distintas. Al igual que al caso anterior, se trabajó con el caso de cargas de peso propio más presión del agua, para poder comparar los resultados con el modelo 2D. (Aunque se observó en el caso 2D como los resultados más desfavorables en tracciones se obtenían con la presa vacía)

En la Tabla 2 se muestran las características de las mallas utilizadas:

	Tamaño Máximo [m]	Nodos	GDL
Caso 1	100	628	1482
Caso 2	50	735	1676
Caso 3	25	1631	3648
Caso 4	15	3924	8927
Caso 5	9	11683	27798

En las Figuras 18 y 19 se muestra la convergencia en el desplazamiento vertical encontrado en este caso:



Figura 18 Convergencia Asiento Vertical 3D



Figura 19 Precisión asiento vertical 3D



Al igual que en el caso 2D, ya con la primera malla la aproximación obtenida es considerablemente buena, del orden 97% de precisión. Las diferencias entre los resultados previos y el resultado final, aunque en valor absoluto son pequeñas, no llegan a mostrar una convergencia clara, tal y como se obtuvo en el caso bidimensional. Sería necesario recurrir a mallas más finas, para observar cual es la tendencia final. Esto no fue posible, pues la memoria del ordenador no fue suficiente para calcular mallas más finas que la de 9m utilizada.

En la Figura 20, se muestra la localización del máximo desplazamiento. Podemos apreciar como este coincide con la del caso bidimensional, en el plano central de la presa y en la parte superior.



Figura 20 Localización del máximo asentamiento en 3D

En el caso de la tracción máxima, (Figuras 21 y 22) vemos un comportamiento convergente bastante más claro, lo que nos lleva a pensar que, debido a que el grado de precisión de estas está por debajo del de los desplazamientos, el valor obtenido en desplazamientos puede considerarse por bueno. A diferencia con el caso anterior en 2D, aquí no hay grandes variaciones, y los primeros resultados obtenidos ya son considerablemente buenos, del orden del 83%. Este hecho se debe a que el mallado no estructurado, de forma inteligente ya coloca más tetraedros en las zonas de unión donde se producen gradientes de tracciones. De este modo, no se producen cambios en la localización de las tracciones máximas, como si ocurría en el caso bidimensional. Este hecho se muestra en la Figura 23, donde se compara la malla del caso 1 con la del caso 5.





Figura 22 Precisión en Tracciones caso 3D

Al igual que en el caso 2D, no se producen concentraciones de tensiones en ningún punto, pues los máximos han convergido.

1.7.1- Verificación del diseño inicial

Pasamos ahora a realizar un análisis comparativo de los valores de asentamiento y tracción máximos obtenidos entre el caso 2D y 3D.

Destaca especialmente el hecho de que los valores de las tracciones máximas son varios órdenes de magnitud superiores que en el caso anterior, y que incluso superan los valores máximos permitidos. No obstante, esto no es cierto. En la Figura 23 se muestra el valor máximo de tracción sobre el terreno de 0.2589MPa. Por otra parte, los elementos más próximos a esta zona que pertenecen a la presa, tienen valores de máximo 0.19MPa, que siguen cumpliendo los requisitos marcados. Para poder realizar la comparación, se optó por seleccionar los valores de los nodos correspondientes a la sección media de la presa, y que se muestran indicados en la Figura 24.





Figura 23 Comparación tracción maxima Caso 1 y Caso 5



Figura 24 Tensión Principal Si sobre el plano de análisis 2D



Se aprecia como a diferencia de en el caso 2D, en la zona donde se producían las máximas tracciones, aquí se dan valores compresivos, debidos al efecto del agua. Esto demuestra que en el caso 2D aquella tracción era un efecto de borde muy pronunciado. Por otra parte, al extremo opuesto, aguas abajo, los valores sí que son positivos, y próximos a los vistos con el análisis bidimensional. En la Tabla 3 se muestran las diferencias entre asentamientos y tracciones (tracción en el paramento aguas abajo) obtenidos en ambos casos:

Comparación 2D-3D						
	Asiento [m]	% Diferencia	Tracción Máxima [Pa]	% Diferencia		
2D	-2.3635	17%	1788	13%		
3D	-2.0148		2049.6			

Tabla 3 Diferencia asentamiento y tracción máxima caso 2D y 3D

Observamos como las diferencias son considerables. El caso 2D da un asiento mayor que el 3D, y el contrario pasa en el caso tensional. Determinar cuál es el correcto requeriría de hacer un análisis más profundo que queda fuera del alcance de este ejercicio. Desde un punto de vista ingenieril, y sin disponer de los recursos necesarios para profundizar en qué valor es el válido, se trabajaría con los valores peores obtenidos en los dos casos, para estar por el lado de la seguridad.

Lo más relevante es que las tracciones máximas ocurren en el caso tridimensional en un lugar que no se puede estudiar en el caso bidimensional. Este lugar es el borde de la presa en contacto con el terreno en la parte superior del paramento aguas arriba. En esta línea de contacto entre material suelto y terreno, hay una tendencia a acumular tensión. La presa de material suelto junto con el agua realiza un empuje contra el terreno, intentando moverlo. Al imponer la condición de empotrado, la presa se mueve solidariamente con el terreno, el cual debido a su enorme rigidez, prácticamente se mantiene quieto, pero concentra y acumula grandes tensiones. Por este motivo, es en las partes superiores de los lados del terreno donde se producen las mayores tracciones. En el caso de haber tenido un terreno menos rígido, las deformaciones hubieran sido mayores, menos tracción se hubiera acumulado en el terreno, pero mayores tracciones se hubiesen encontrado en la presa debido al mayor desplazamiento sufrido.

Este fenómeno pone de manifiesto como la simplificación del modelo 2D funciona de manera limitada. En el caso de necesitar tener en cuenta el efecto del terreno, se ve como el análisis bidimensional es insuficiente. Sin él, los valores encontrados, aunque difieren, no son extremadamente distintos, y pueden servir en fases preliminares de diseño, para hacer un primer número con menor esfuerzo.

1.8- Análisis del comportamiento estructural 3D

En este apartado realizaremos el estudio de los casos análogos que en el modelo 2D, comentando los resultados y comparándolos con los obtenidos previamente.



1.8.1- Análisis de desplazamientos y deformada en 3D

En las Figuras 25 y 26 se ven representados los desplazamientos en X, Y y Z de la estructura para los casos de peso propio y el caso inundado respectivamente.



Figura 25 Desplazamientos y Deformada bajo cargas de peso propio 3D





Figura 26 Desplazamientos y Deformada caso Peso propio más empuje hidrostático 3D



Para analizar el desplazamiento en X, se creó una tabla comparando los resultados entre los 4 casos estudiados:

Comparación Desplazamiento en X					
	+ [m]	% Diferencia	- [m]	% Diferencia	
2D Peso Propio	0.33706	14%	-0.33706	13%	
3D Peso Propio	0.29656		-0.29813		
2D Agua	0.33708	23%	-0.33707	484%	
3D Agua	0.43788		-0.0577		

Tabla 4 Comparación desplazamiento en X

Podemos apreciar que las diferencias entre los casos bidimensionales y tridimensionales se comportan de forma parecida a lo observado anteriormente, con errores del orden del 10-20% a excepción del caso del desplazamiento negativo entre los casos hidrostáticos, donde hay un salto muy anormal.

La principal diferencia, observable en las figuras 25 y 26, con las 11 y 12, es que en el caso tridimensional las diferencias de los desplazamientos obtenidos entre el caso a peso propio y el caso hidrostático son notorios, mientras que en el caso bidimensional, como se comentó, parece que el efecto de la presión sea irrisorio comparado con el del peso propio.

Este es pues otra limitación que observamos en el análisis bidimensional, pues claramente el modelo 3D se acerca mucho mejor a la realidad. Probablemente, el no tener en cuenta la forma del valle donde la presa se encuentra, y considerar la presión solamente sobre una línea, este despreciando parte de la fuerza real del agua sobre la presa.

Además, el caso tridimensional nos permite obtener otro tipo de desplazamiento en la dirección longitudinal de la presa que en las hipótesis de la deformación plana habíamos supuesto nulo. Este desplazamiento en Y parece tomar valores considerables, del orden de 60cm hacía los extremos más alejados del centro de la presa. A diferencia de lo que ocurre con la dirección X, este movimiento de tierras se ve prácticamente inalterado por la presencia de la carga hidrostática, lo que significa que es un fenómeno dependiente únicamente del material. Al igual que en el desplazamiento vertical, probablemente estos desplazamientos pueden ser evitados al construir la presa por fases y compactar el material, con lo que no sé hasta qué punto resulta realista tener en cuenta los valores calculados.

El desplazamiento en Z ya ha sido analizado con anterioridad, con lo cual no se repetirá. Simplemente comentar como la deformada, con su gran exageración, sí que nos muestra una figura similar a la del caso bidimensional. No obstante, esta vez, los casos con carga hidrostática y peso propio ya no se ven simétricos, hecho que concuerda con lo observado en los desplazamientos en X.

1.8.2- Análisis de Tensiones Principales 3D



En las Figuras 27 y 28 se muestran las tensiones principales σ_1 y σ_3 para los casos de peso propio y de presión hidrostática respectivamente en 3D:



Figura 27 Tensión S1 y S3 con peso propio 3D

Al igual que en el caso 2D, se aprecian diferencias notables en las distribuciones de la tensión principal σ_1 a lo largo de la presa. En el caso de peso propio, la distribución es perfectamente simétrica a ambos lados de la presa, mientras que al considerar el efecto del agua, la zona rellenada se encuentra mayormente bajo cargas de compresión. Mencionar que como habíamos visto con anterioridad, los lugares donde las máximas tracciones tiene lugar difieren del caso 2D, pues los efectos de borde no son considerados en deformación plana. Por lo que se refiere a las compresiones máximas, representadas por los mínimos valores de la tensión principal σ_3 , ocurren exactamente en los mismos sitios que en el caso bidimensional. Sus valores máximos, obtenidos en el terreno, son ligeramente inferiores que en 2D. (-1.4MPa 2D frente a -1.2MPa 3D), que probablemente se deba a la forma redondeada del terreno, que facilita su distribución.





Figura 28 Tensiónes principales S1 y S3 para empuje hidrostático modelo 3D

En las Figuras 29 y 30 se muestran los valores de las máximas tracciones y compresiones encontradas en el cuerpo de la presa en 3D para los casos de peso propio y caso de embalse lleno:



Figura 29 Tracción y Compresión Máxima presa bajo peso propio 3D





Figura 30 Tracción y Compresión Máxima presa bajo empuje hidrostático 3D

Similarmente, se buscaron estos valores en el caso bidimensional, y se creó una tabla para poder establecer comparaciones:

Comparación Tensiones en la Presa					
	Tensión σ3	%	Tensión σ1	%	
	[MPa]	Diferencia	[MPa]	Diferencia	
2D Peso Propio	-1.0357	5%	0.001785	99%	
3D Peso Propio	-0.984	-	0.16455		
2D Empuje	-1.0357	3%	0.001788	99%	
3D Empuje	-1.0654		0.16672		

Tabla 5 Comparación Tensiones en la Presa

Podemos apreciar como las diferencias entre el caso bi y tridimensional en compresión es muy y muy pequeña, demostrando que el modelo bidimensional es capaz de reflejar bien la realidad en este aspecto. Por otro lado, las diferencias las tracciones son de varios ordenes de magnitud, pues como hemos visto estas ocurren en lugares distintos, que el caso 2D no es capaz de reproducir. Ninguno de ellos supera los 0.25MPa estipulados.

Referente a las diferencias entre caso hidrostático y a peso propio, vemos como en ambas tensiones, el peor de los casos se da en condiciones de embalse lleno, aunque la diferencia es prácticamente irrisoria. Finalmente comentar que los fenómenos físicos explicados para el caso bidimensional, serían de igual aplicación en el caso tridimensional.

1.9- Conclusiones

En este ejercicio hemos realizado el dimensionamiento y análisis de una presa de tierras bajo los casos de peso propio y peso propio más carga hidrostática mediante el método de los elementos finitos. Para ello, hemos hecho uso de la teoría de la elasticidad plana, tratando la presa como un caso de deformación plana y, posteriormente, hemos realizado un modelo tridimensional de la misma, discretizandolo mediante tetraedros rectos de 4 nodos.

Hemos podido observar como dimensionar la presa bajo las hipótesis de deformación plana ha resultado favorable, pero que esto ha sido por casualidad. Se ha demostrado



como los efectos de borde con el terreno que tienen lugar en los extremos de los paramentos no se pueden obtener mediante un análisis bidimensional. Debida a la condición de empotramiento, es allí donde se producen las mayores tracciones. Aunque estas han salido de varios ordenes de magnitud superiores que en el caso bidimensional, en ningún caso han permanecido por encima de los 0.25MP. Estos valores tan bajos, se explican debido a la alta rigidez del terreno, mayor que la de un hormigón, lo que ha implicado que este se haya desplazado muy poco, deformando poco la presa en los bordes y evitando así la aparición de posibles tracciones. No obstante, esta rigidez también ha supuesta la concentración de tensiones en los bordes, pues el terreno se ha encargado de absorber la mayor parte de las cargas, produciendo gradientes en la interface.

Podemos concluir que es importante considerar el caso de peso propio exclusivamente, pues las diferencias con el caso hidrostático son muy finas. Según qué condiciones, podría darse que la peor situación fuera sin carga de agua, pues esta genera compresiones, y estas no eran una restricción en el problema. No obstante, desde un punto de vista físico, los valores obtenidos de alrededor de 1MPa deberían ser considerados. El agregado del paramento podría romper de forma diferida en el tiempo, provocando fenómenos de fluencia que incrementarían los asientos totales.

Desde un punto de vista físico, el modelo utilizado para generar la presa no es el correcto. Debería haberse considerado la posibilidad de construir la presa por capas de material, compactadas en cada tongada. De este modo, los asientos y desplazamientos hubiesen sido menores, y su distribución también hubiese sido distinta. El máximo se hubiera encontrado en la parte central, y no en la parte superior como se ha visto. El valor de -2m de asiento vertical es algo totalmente inaceptable, y debería ser corregido.

Con los mallados utilizados, los análisis de convergencia han demostrado no presentar concentraciones de tensiones, lo que ha ahorrado trabajo de modificación de geometría y nos ha permitido trabajar con los valores obtenidos por el programa de forma directa. Como en la mayoría de los casos, a mayor refino, el tiempo de cálculo ha resultado mucho mayor, y el margen de mejora ha sido decreciente. Un balance debe de ser encontrado entre precisión requerida y economía temporal. Esto se ha aplicado en el momento de determinar el dimensionamiento, donde el mallado inicial no ha sido elaborado con detalle.

Finalmente, podemos concluir que el MEF resulta de gran utilidad a la hora de resolver problemas complejos, difícilmente realizables a mano o de forma analítica a través de las ecuaciones que lo gobiernan. Las distintas teorías permiten establecer comparaciones útiles a la hora de verificar hipótesis y resultados. Siendo conscientes de las limitaciones que cada uno de los modelos utilizados tienen, y con una buena base ingenieril de la física del problema estudiado, el MEF es una de las herramientas más útiles que se pueden emplear en la actualidad para el cálculo y diseño estructural.