



**PROBLEMAS L-59 Y S-04.
PROYECTO FINAL INGENIERÍA DE
ESTRUCTURAS UPC 2015.**

Brunny Bienvenida Martínez Rodríguez
brunny07@hotmail.com

09 de Junio, 2015.

CONTENIDO

1.	Introducción.....	1
2.	Problema L-59: Placa Plana de Hormigón.....	2
2.1.	Base teórica del problema.....	3
2.1.1.	Tipo de problema.....	3
2.1.2.	Elemento de discretización.....	3
2.2.	Pre-proceso.....	4
2.2.1.	Datos de análisis.....	4
2.2.2.	Geometría.....	4
2.2.3.	Condiciones de Contorno.....	5
2.2.4.	Definición de Materiales.....	5
2.2.5.	Cargas.....	6
2.3.	Cálculo.....	6
2.3.1.	Análisis de Convergencia.....	6
2.3.2.	Mallado.....	7
2.4.	Post-proceso.....	7
2.4.1.	Evaluación de Concentraciones de Tensiones.....	7
2.5.	Análisis de Resultados y Conclusiones.....	11
3.	Problema S-4: Presa de Hormigón de 60 m de Altura.....	14
3.1.	Base Teórica del Problema.....	15
3.1.1.	Tipo de Problema.....	15
3.1.2.	Elemento de discretización.....	15
3.2.	Pre-proceso.....	15
3.2.1.	Datos de análisis.....	15
3.2.2.	Geometría.....	16
3.2.3.	Condiciones de Contorno.....	17
3.2.4.	Definición de Materiales.....	17
3.2.5.	Cargas.....	17
3.3.	Cálculo.....	18
3.3.1.	Analisis de Convergencia.....	18
3.3.2.	Mallado.....	19
3.4.	Post-proceso.....	20
3.4.1.	Evaluacion de Concentraciones de tensiones.....	21
3.5.	Análisis Tridimensional.....	22
3.5.1.	Preproceso.....	22
3.5.2.	Análisis de Convergencia.....	23
3.5.3.	Postporceso.....	25
3.6.	Análisis de Resultados y Conclusiones.....	25

1. Introducción

El Método de Elementos Finitos (MEF), es una eficiente metodología que nos permite simular con alto grado de precisión, el comportamiento de una gran variedad de estructuras, sometidas a diferentes condiciones, dándonos a conocer los desplazamientos, esfuerzos y deformaciones que experimentan.

En este trabajo, se desarrolla la aplicación de este método, para el cálculo de dos estructuras, una placa, y una presa de gravedad tanto en análisis bidimensional como tridimensional.

Este método lo aplicaremos mediante dos programas: el programa de pre y postproceso Gid, que nos permite, en fase de preproceso la introducción de la tipología estructural, la geometría, condiciones de contorno, cargas y materiales constituyentes de la estructura; y luego la visualización de los resultados en la etapa de postproceso. Y el programa RamSeries, mediante el cual se procesan los cálculos.

Utilizamos éstos, ya que nos permiten simular las estructuras en cuestión bajo las teorías de los modelos estructurales requeridas para su análisis (Estado placa, estado plano de tensiones y elasticidad bidimensional).

Así, primero veremos el análisis de una placa de hormigón, en donde se detallan todas las condiciones en fase de preproceso. Luego se analizan resultados en fase de post proceso.

Luego, se desarrollan los diferentes modelos de la presa. Uno consta en trabajar la geometría de la presa de forma bidimensional, recurriendo al temario de deformación plana de los elementos finitos, de esta forma se realizaran en estado bidimensional de forma paralela para las dos condiciones de carga dadas en los enunciados para los problemas asignados a cada estructura (solo peso propio y luego con la aplicación del empuje hidrostático).

Después, se procede a la elaboración del modelo computacional en tres dimensiones, que nos permite abordar el problema bajo la teoría de la elasticidad tridimensional, comparando los resultados obtenidos con la simulación bidimensional, igualmente para los dos estados de cargas dados.

Todo esto con el objetivo principal de dar respuesta a las cuestiones planteadas por los enunciados, con base en el análisis exhaustivo de cada una de las estructuras, mediante la interpretación correcta de los resultados obtenidos mediante el análisis por MEF.

2. Problema L-59: Placa Plana de Hormigón

La figura muestra una placa plana de hormigón armado sujeta a una carga uniformemente repartida y con las condiciones de apoyo indicadas.

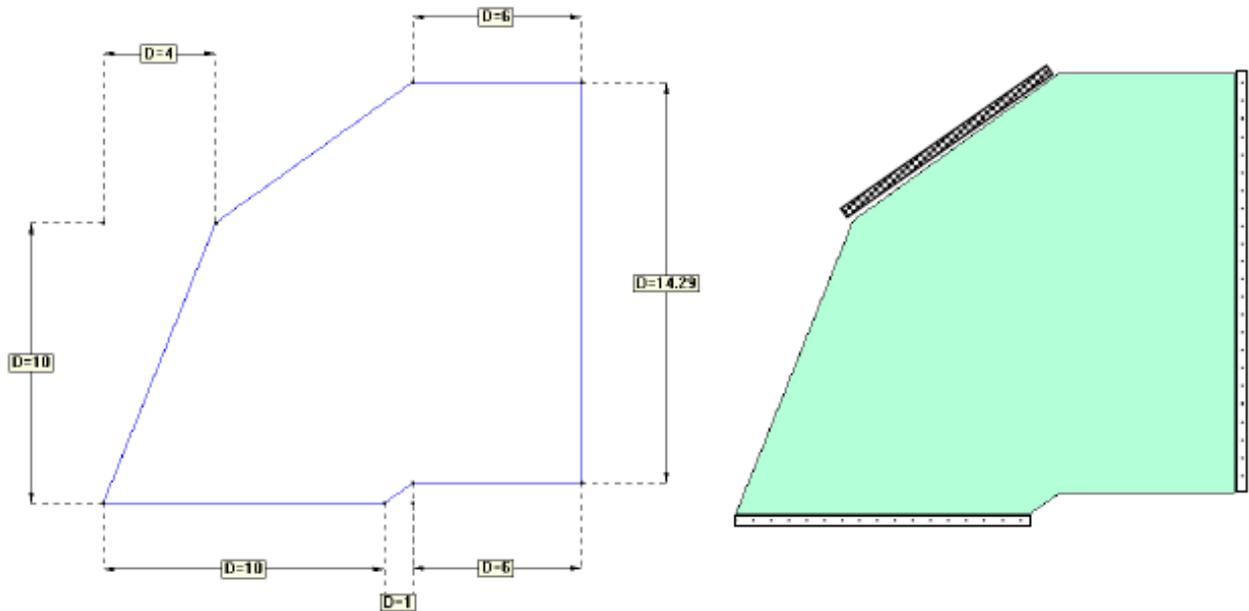
Calcule el valor máximo de la carga que satisface las restricciones que se indican.

- 1) Las tracciones máximas en cualquier punto no deben superar los 20 MPa
- 2) Las compresiones máximas en cualquier punto no deben superar los 12 MPa
- 3) Tomar los valores de E y ν de un hormigón estándar.
- 4) El espesor de la placa es de 0.20 m

Cargas actuantes:

- a) Peso propio
- b) Peso propio + carga uniforme.

Las dimensiones en metros de la placa:



 Empotramiento

 Simplemente apoyado

2.1. Base teórica del problema

2.1.1. Tipo de problema

El presente problema se trata bajo la teoría de placa, que se basa en simplificaciones de la elasticidad tridimensional, al tratarse de un elemento laminar delgado plano con las siguientes características:

El elemento a analizar es un sólido en que una de sus dimensiones (el espesor), es mucho menor que las otras dos dimensiones.

Va a someterse a un estado de cargas en que sólo actúan como cargas exteriores fuerzas normales a su plano medio y momentos cuyos ejes se encuentran contenidos en ese plano (estado de placa). En principio, el elemento no presenta ninguna no coplanaridad, que haga posible la aparición de esfuerzos de membrana, por lo que es innecesario el tratamiento del problema como una lámina.

Y más específicamente, es una placa delgada, que se podría tratar perfectamente con la teoría clásica de placas de Kirchhoff, ya que en general $\frac{\text{espesor}}{\text{ancho}} \leq 0.10$.

En esta teoría se prescinde de los efectos de la deformación por cortante debido al muy pequeño espesor del elemento, establece que “las normales al plano medio permanecen rectas y ortogonales a la deformada de dicho plano”.

Así, esta teoría cuenta con las siguientes hipótesis:

- Los puntos del plano medio no tienen desplazamientos paralelos al plano medio de la placa.
- Todos los puntos contenidos en una normal al plano medio de la placa tienen aproximadamente el mismo desplazamiento vertical.
- La tensión normal σ_z es despreciable.
- Los puntos sobre rectas normales al plano medio antes de la deformación, permanecen sobre rectas también ortogonales a la deformada del plano medio después de la deformación.

De éstas se definen los campos de desplazamiento de desplazamientos y tensiones, considerando un desplazamiento vertical y dos giros en el plano del elemento:

$$u = [w, \theta_x, \theta_y]$$

$$\text{Siendo: } \theta_x = \frac{\partial w}{\partial x} \quad \text{y} \quad \theta_y = \frac{\partial w}{\partial y}$$

Y, a partir de estos el campo de deformaciones y tensiones del elemento.

2.1.2. Elemento de discretización

El elemento a utilizar es el DKT (Discrete Kirchhoff Triangle): Es el elemento más conocido en placas delgadas y considerado como el que mejor funciona, permite obtener soluciones numéricas al problema de placas delgadas, sometidas a cargas normales al plano que las contiene, de acuerdo a las hipótesis de Kirchhoff, por medio de la aplicación de ecuaciones relativamente precisas.

El DKT es un elemento finito de tres nodos y tres movimientos posibles por nodos (un movimiento vertical del nodo, un giro alrededor del eje X, y otro giro alrededor del eje Y). Con pocos elementos, la solución buscada para un determinado análisis, converge.

Considerando un lado k del elemento DKT como se ve en la figura, la rotación en el plano sz , es designada como β_s y el giro en el plano nz , como β_n .

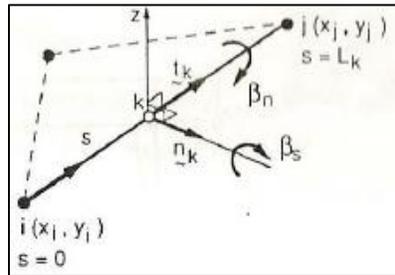


Figura 1. Elemento de Discretización DKT.

Evidente la relación que existe entre β_s y β_n , y los giros alrededor de X e Y, el elemento finito DKT está basado en una aproximación cuadrática para β_s y una lineal para β_n .

2.2. Pre-proceso

2.2.1. Datos de análisis

Debe indicarse al programa Gid, mediante su interface con el programa de cálculo RamSeries, que se trata de un tipo de problema tipo placa, para que el mismo tome las consideraciones necesaria para el correcto modelado del tipo de problema.

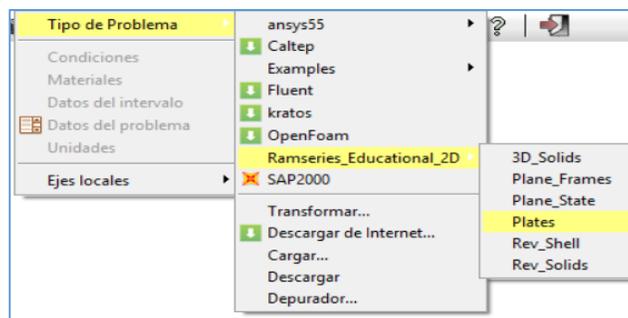


Figura 2. Asignación de problema tipo Placa.

2.2.2. Geometría

Se dibuja la geometría en el programa de pre y post-proceso Gid por medio de las herramientas de dibujo. Se introduce todo el elemento ante la asimetría del problema. Así el elemento a calcular queda definido en el palo XY:

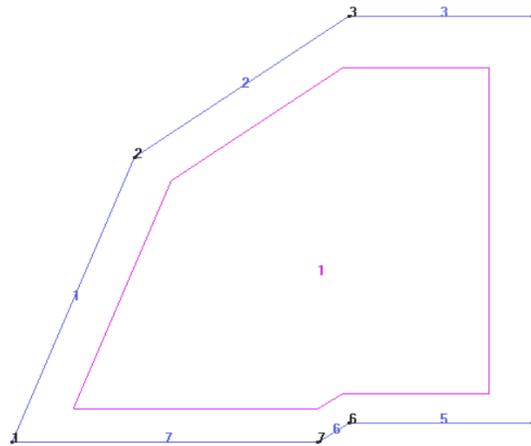


Figura 3. Asignación de problema tipo Placa.

2.2.3. Condiciones de Contorno

Se asignan las condiciones indicadas en el mandato del problema con la restricción de los dos giros y el desplazamiento en la Línea 2, y con el impedimento del desplazamiento en las Líneas 4 y 3 (Fig. 3, 4.).

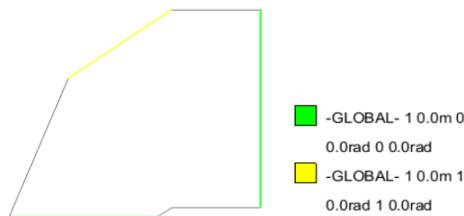


Figura 4. Condiciones de Contorno de la Placa.

2.2.4. Definición de Materiales

Se define para el modelo las propiedades asignadas por defecto en el programa para un hormigón convencional, considerando el espesor de 20cm por el mandato del problema. Para este caso, toda la estructura es en concreto con las siguientes propiedades:

- $E = 3.0 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$ Módulo de elasticidad
- $\nu = 0.20$ Coeficiente de Poisson
- $\gamma = 25000 \text{ N/m}^3$ Peso específico del concreto.
- $e = 20 \text{ cm}$ Espesor de la placa.

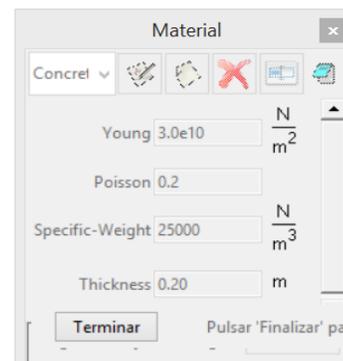


Figura 5. Definición de material y espesor de placa.

2.2.5. Cargas

Se evalúan dos condiciones de cargas:

Caso a): Peso propio del hormigon equivale a la carga ($25000 \text{ N/m}^3 / 0.20 \text{ m} = 125000 \text{ N/m}^2$).

Caso b) Peso propio + carga uniforme: en donde la carga uniforme es una incógnita a determinar.

2.3. Cálculo

2.3.1. Análisis de Convergencia

Una vez escogido el elemento a utilizar (DKT) para la discretización de la placa, se hace necesario un análisis de convergencia de desplazamientos, a manera de determinar un tamaño de malla óptima para garantizar resultados confiables. Esto es debido a que los demás parámetros como esfuerzos y deformaciones se desprenden de los valores de desplazamientos, generando menos errores en la solución en los resultados.

Se realiza este análisis para ocho tamaños de maya diferentes, evaluando la variación del desplazamiento vertical máximo Z, que experimenta la placa en su centro, hasta obtener un valor convergente.

Elemento:		Triángulo de 3 nodos DKT		
Tamaño de Malla	No. de elementos	No. de nodos	No. Grados de libertad	Desplazamiento máximo en Z (m)
2.00	162	106	271	0.016639
1.50	214	132	349	0.01646
1.00	423	241	667	0.017425
0.75	757	417	1181	0.017762
0.50	1766	941	2718	0.017603
0.25	6997	3613	10635	0.017731
0.20	10960	5623	16614	0.017719
0.15	19567	9974	29584	0.017719

Tabla I. Análisis de convergencia para el elemento DKT.

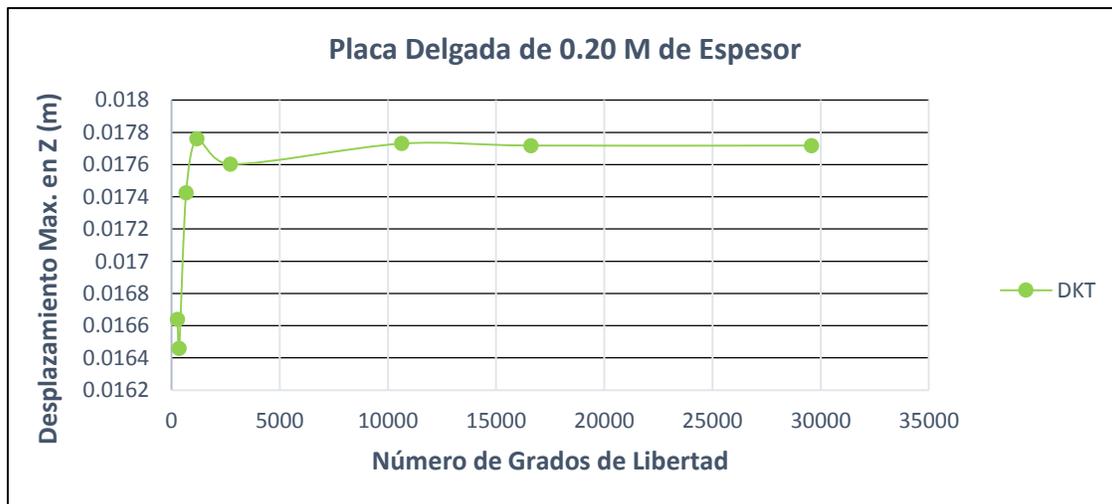


Figura 6. Gráfico de convergencia para el DKT.

En este análisis, observamos que para un tamaño de 0.20 y menor, el desplazamiento en el centro de la placa converge a un valor de 0.017719 m en el centro de la placa (fig. 8). De esta manera se **escoge la malla de 0.15** para la obtención del resto de los cálculos, considerando que es la más confiable, al mostrar el valor de convergencia y ser más pequeña.

2.3.2. Mallado

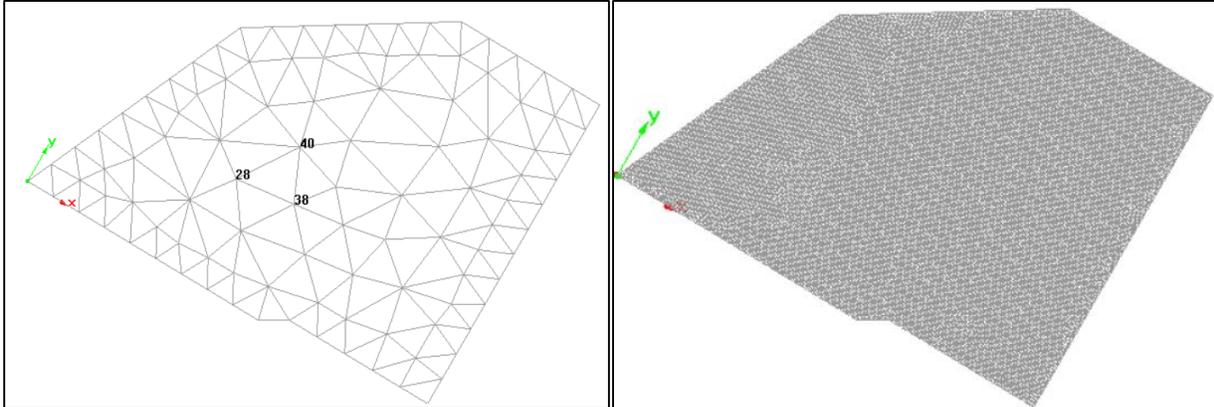


Figura 7. Malla de mayor tamaño y malla escogida para el análisis, respectivamente.

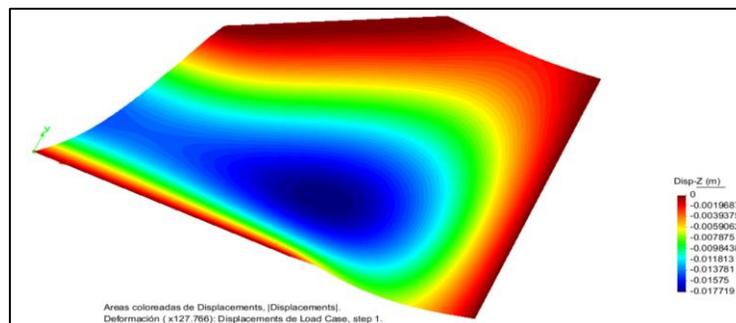


Figura 8. Resultado en el centro de la placa para la malla de 0.15m.

2.4. Post-proceso

Conociendo mediante el análisis de convergencia el tipo y tamaño de malla a utilizar, se procede a evaluar las tensiones máximas para el caso a), en el cual se tiene solo el peso propio como carga. Y a partir de esta determinar la carga distribuida límite del caso b), para la cual no se exceden los valores de 20 Mpa y 12 Mpa en tensiones y compresiones, respectivamente.

2.4.1. Evaluación de Concentraciones de Tensiones

De acuerdo a los resultados obtenidos para la malla escogida, se observa un incremento de las tensiones en las esquinas apoyadas de la placa (Fig. 9). Así que se procede a evaluar si se trata de concentraciones de tensiones, determinando cómo evolucionan las tensiones a medida que se refina la malla en las esquinas.

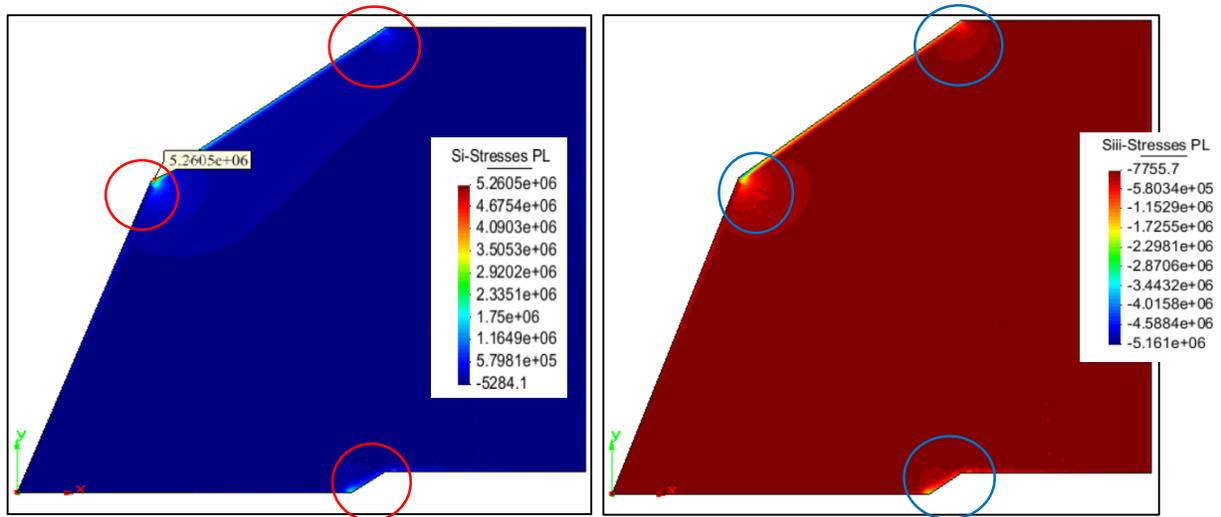


Figura 9. Resultados para tensiones y compresiones para la malla de cálculo 0.15m.

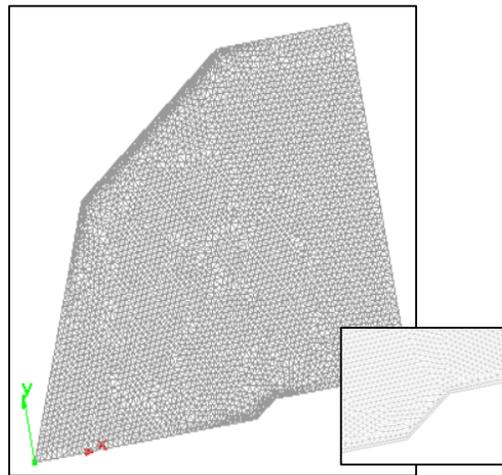


Figura 10. Refinamiento de malla en esquinas (último refinamiento de 0.01 asignado a las Líneas 2 y 6).

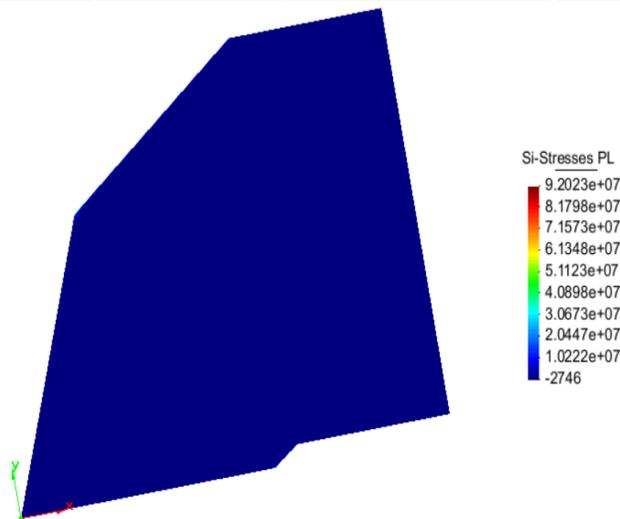


Figura 11. Aspecto de la placa para el último refinamiento de 0.01 en las Líneas 2 y 6.

Evolución de tensiones en el Nudo		
Tamaño de Malla en las Esquinas (M)	Valor Máximo de Si (Pa)	
Malla normal de convergencia	0.15	5.26050E+06
Primer refinamiento en las esquinas	0.05	8.9689E+06
Segundo refinamiento en las esquinas	0.01	9.20230E+07

Tabla II. Evaluación de concentración de tensiones mediante refinamiento de malla.

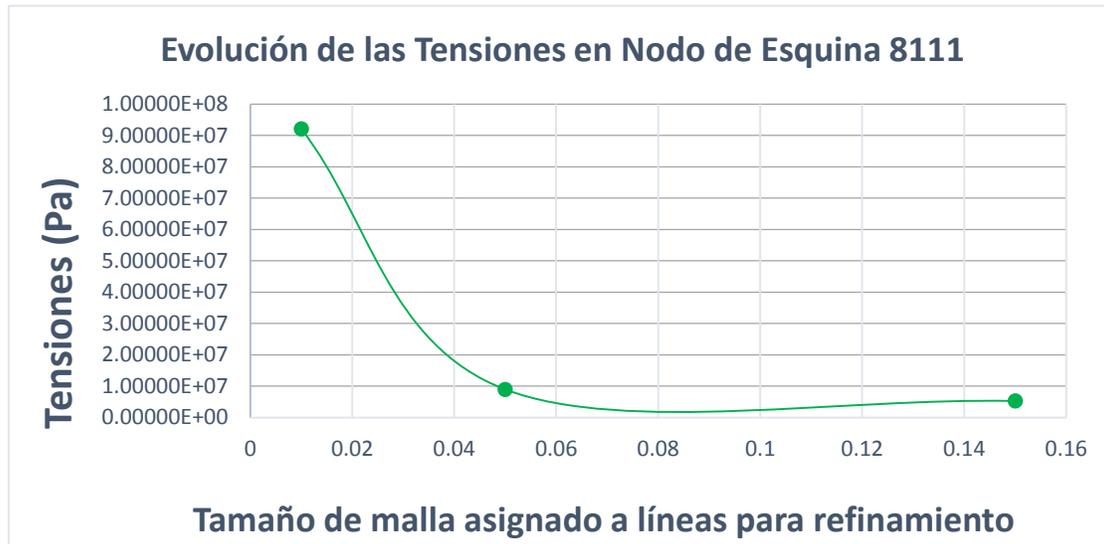


Figura 12. Gráfico de evolución de tensiones en el Nudo

Como se puede observar en las ilustraciones anteriores, a medida que disminuye el tamaño de la malla, disminuye el área de influencia y aumentan los valores de las tensiones dentro de la placa. De ahí se considera que existen concentraciones de tensiones en las esquinas de la placa.

Tomaremos entonces la opción de bordear las esquinas afectadas por este fenómeno, a manera de mitigar el efecto.

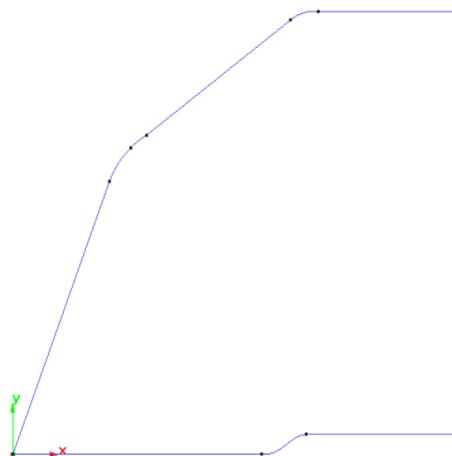


Figura 13. Nueva geometría con esquinas curvas.

Teniendo esta nueva geometría, se evalúan las tensiones nuevamente, realizando un análisis similar al anterior. Se nota una disminución significativa de tensiones, sin embargo, continúa un incremento importante de tensiones (Tabla III, Fig. 14), que ahora, coinciden con el final del apoyo sobre las líneas (fig. 15).

Verificación de concentraciones de tensiones con esquinas bordeadas		
Tamaño de Malla en las Esquinas (M)	Valor Máximo de Si (Pa)	
Malla normal de convergencia	0.15	1.9048E+06
Primer refinamiento en las esquinas	0.05	1.5999E+07
Segundo refinamiento en las esquinas	0.01	1.65800E+08

Tabla III. Evaluación de concentración de tensiones con geometría de esquinas curvas.

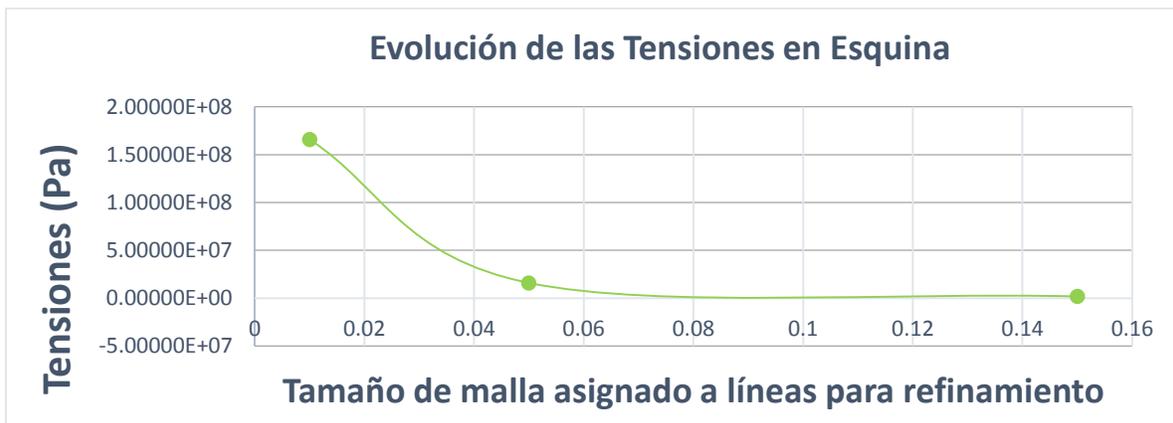


Figura 14. Gráfico de evolución de tensiones en la esquina con geometría curva

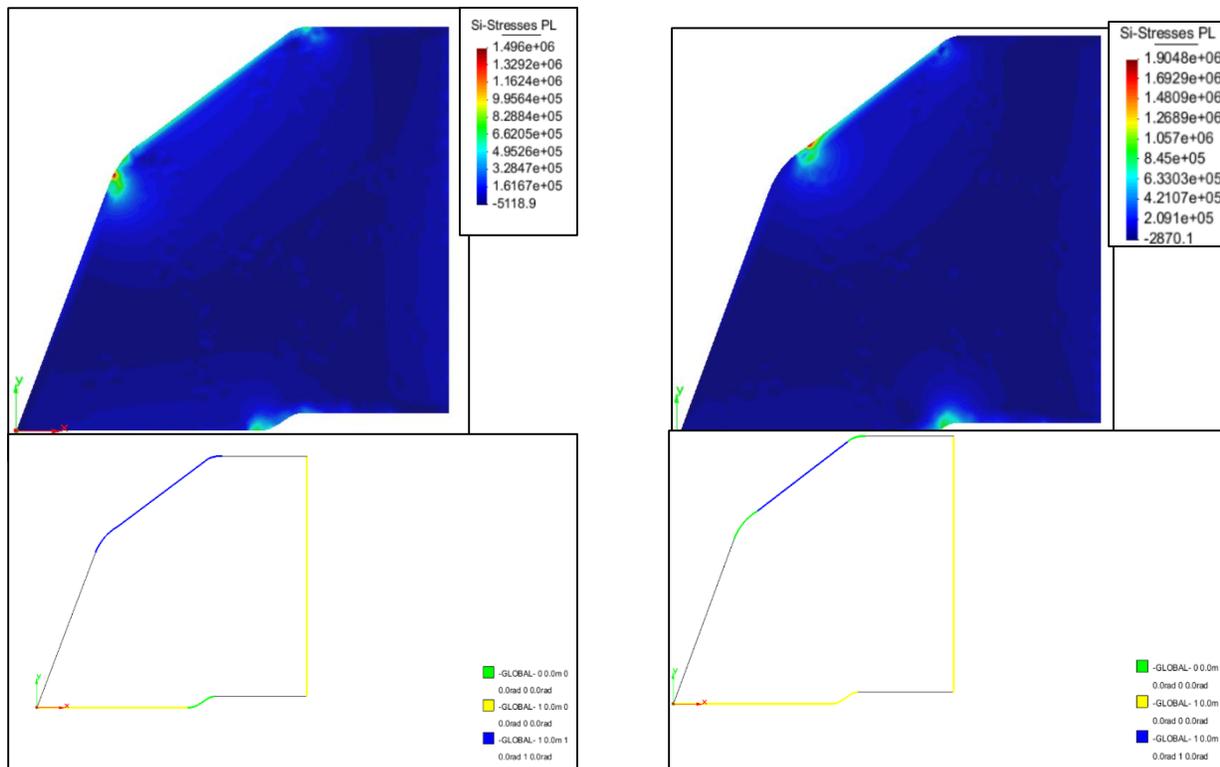


Figura 15. Coincidencia de concentración de tensiones con final de apoyo.

2.5. Análisis de Resultados y Conclusiones

De lo anterior, se determina que las concentraciones observadas durante el análisis tienen dos causas principales:

- A. Esquinas quebradas.
- B. Transición entre zona apoyada y no apoyada.

Sin embargo, en el caso B, no se puede afirmar que el 100% del valor de las tensiones sean ficticios, ya que en las zonas continuas apoyadas, las tensiones son algo mayores que en el centro, debido a las restricciones.

Así, se tomó la determinación de tomar un valor promedio como tracción máxima de referencia (Tabla IV) para determinar la carga repartida límite, tomando los valores de los nodos próximamente interiores al nodo de mayor concentración de tracciones S_i , y observando la variación de la tracción en un nodo equivalente, ante la aplicación de cargas establecer el límite (Fig.16).

Tensión S_i de referencia con peso propio para determinar carga repartida límite	
	8.0890E+05
	4.3897E+05
	2.5988E+05
	1.7996E+05
	1.2395E+05
	9.1063E+04
	5.5009E+04
	2.7968E+05
Valor de promedio de referencia para S_i	

Tabla IV. Valor promedio de tensiones máximas S_i .

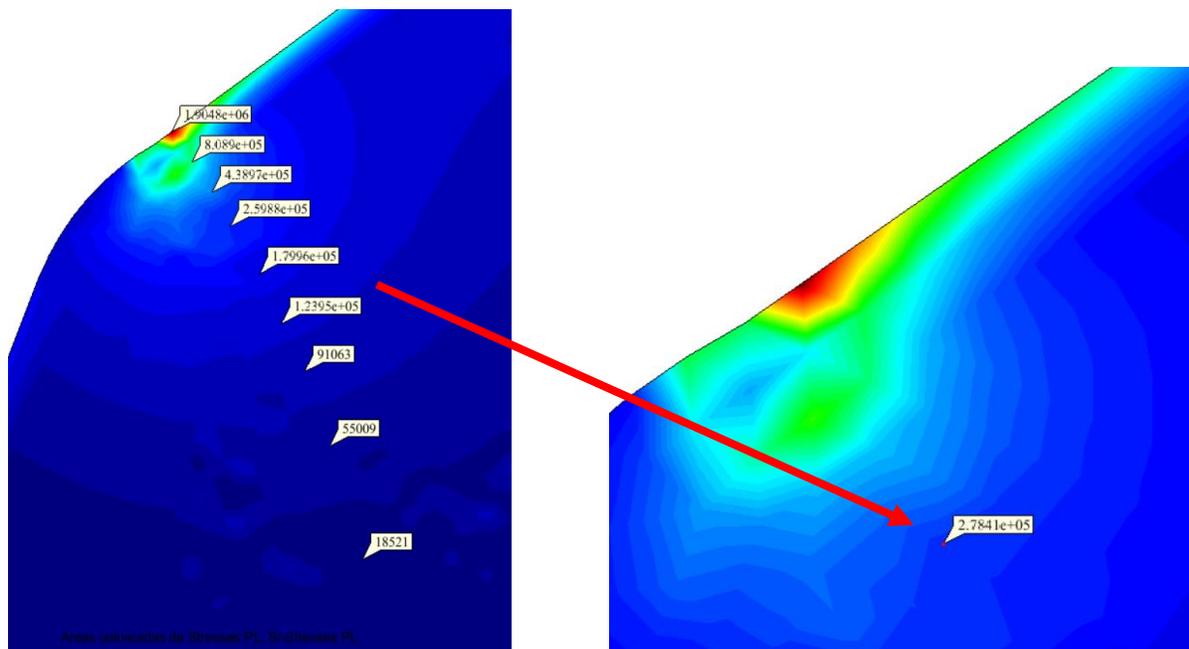


Figura 16. Valor promedio de tensiones máximas de referencia

Así se determina finalmente una carga distribuida que lleve al límite de las tensiones indicada, tanto para tracciones (20 Mpa equivalentes a 2.0E7 Pa), como para las compresiones (12 Mpa equivalentes a 1.2E7 Pa).

Tanteo para encontrar la carga máxima distribuida		
Caso	Carga (Pa)	Si (Pa)
peso propio	0	2.784E+05
peso propio + Carga 3	236000	1.9988E+07
peso propio + Carga 2	350000	2.950E+07
Tensión de Referencia	2.000E+07	

Tabla IV. Carga límite para tracciones Si.

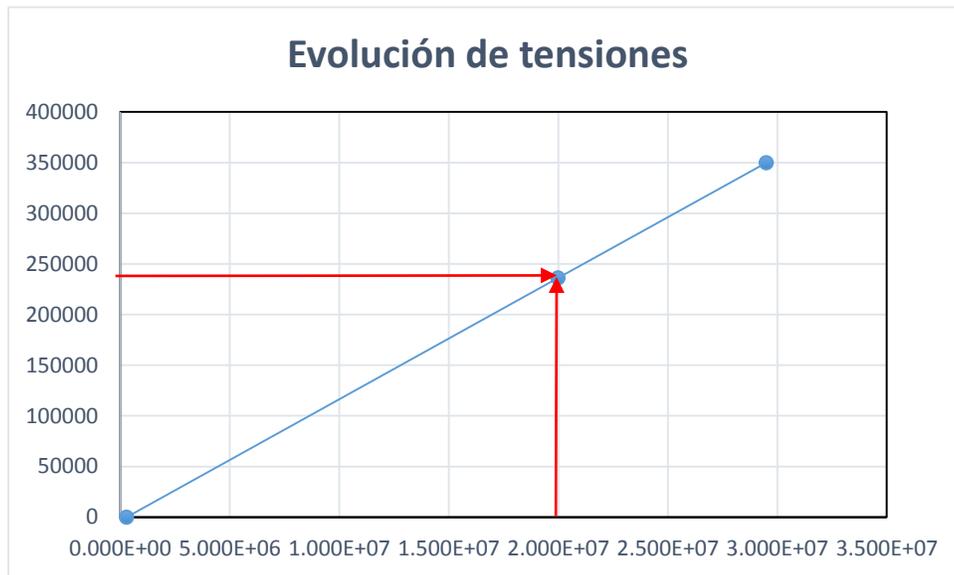


Figura 17. Gráfica de cargas repartida límite para tracciones

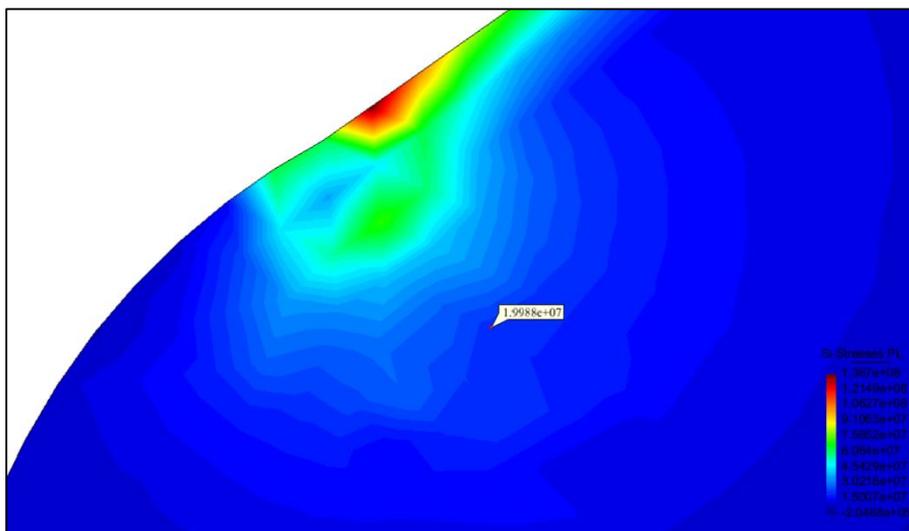


Figura 18. Tracción alcanzada en nodo de referencia para carga 3.

Partiendo de la referencia anterior, se busca el valor de carga repartida límite para la compresión.

Tanteo para encontrar la carga máxima distribuida		
Caso	Carga (Pa)	Siii (Pa)
peso propio	0	2.285E+05
peso propio+ Carga 4	170000	1.1876E+07
peso propio + Carga 3	236000	1.6405E+07
Tensión de Referencia	1.200E+07	

Tabla V. Carga límite para compresiones Siii.

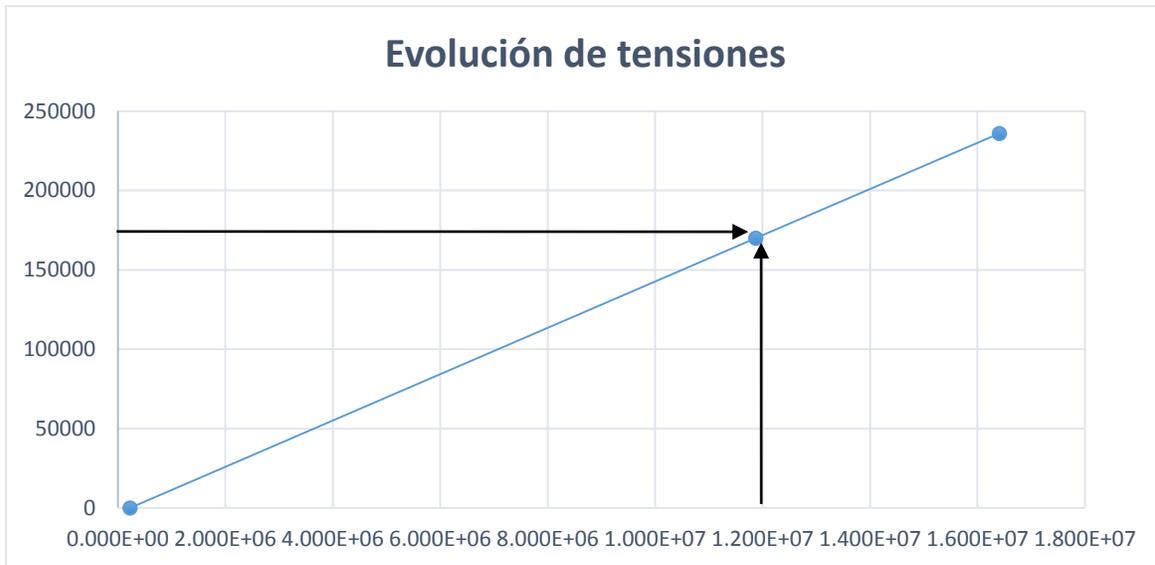


Figura 18. Gráfica de cargas repartida límite para compresiones.

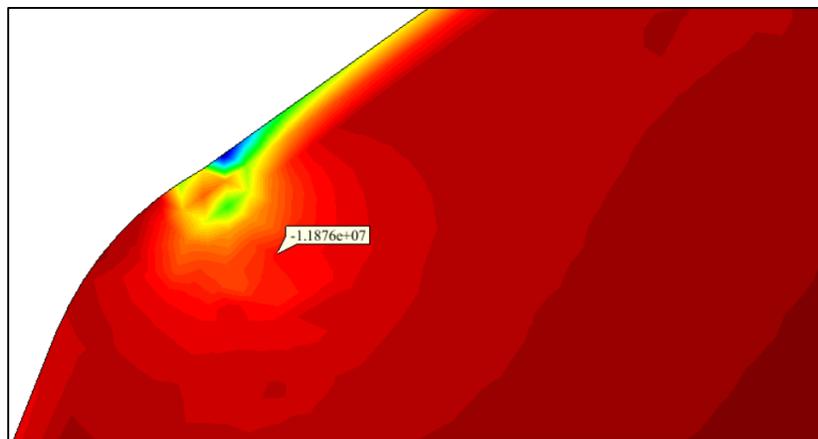


Figura 19. Compresión alcanzada en nodo de referencia para carga 4.

Finalmente, se puede concluir que la carga repartida para esta placa, para la cual no se exceden los valores límites es de **170 KN/m²** (siendo algo conservadores y quedándonos del lado de la seguridad).

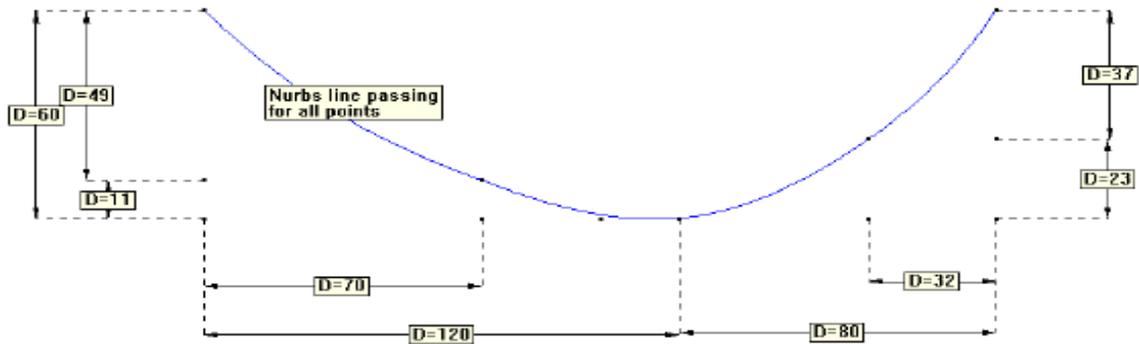
3. Problema S-4: Presa de Hormigón de 60 m de Altura

Dimensionar y calcular una presa de hormigón de 60 m de altura. La anchura en coronación debe ser de 6 m. con las restricciones geométricas que se indican.

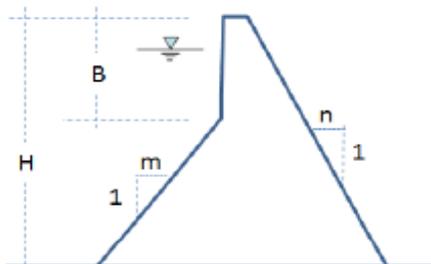
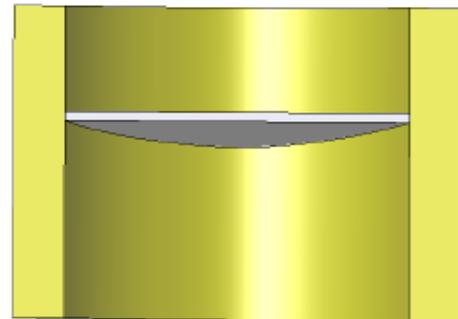
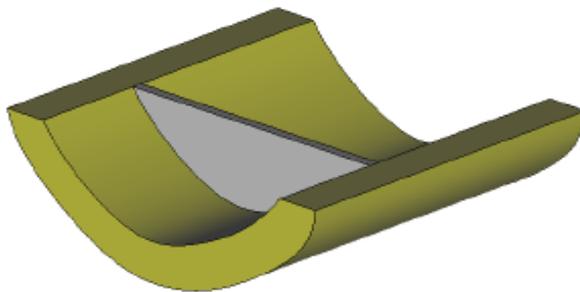
Realizar el proyecto mediante un análisis bidimensional y posteriormente en 3D para verificar el diseño utilizando en ambos casos las siguientes hipótesis:

- 1) Las tracciones máximas en cualquier punto de la presa no deben superar los 2 MPa
- 2) El peso específico del hormigón es de 25000 N/m³ y del terreno es de 20000 N/m³
- 3) El Modulo de elasticidad del hormigón a usar es de 22 G N/m² y el coeficiente de poisson es de 0,20
- 4) Base empotrada en el terreno
- 5) Cimentación en terreno homogéneo. Modulo de elasticidad: 37 G N/m² y coeficiente de poisson 0,30.
- 6) Cargas actuantes:
 - a) Peso propio
 - b) Peso propio + empuje hidrostático en presa y cimentación (altura del agua 58 metros)

El perfil del emplazamiento es el que se muestra:



La sección de terreno tiene un ancho de 30 metros y un desarrollo de 200 metros.



$$\begin{aligned}
 2.0 < m < 4.0 \\
 2.0 < n < 3.5 \\
 0.1 H < B < 0.3 H
 \end{aligned}$$

3.1. Base Teórica del Problema

3.1.1. Tipo de Problema

Como bien indica el mandato del problema, se analiza la presa, tanto como problema de elasticidad bidimensional, como de sólido tridimensional.

Dentro de las dos variantes de problemas de elasticidad bidimensional (tensión plana y deformación plana), se aborda el problema como un caso de deformación plana.

Se puede hacer uso de esta hipótesis, un tipo de simplificación de la teoría de elasticidad tridimensional, debido a la proporción que guardan las dimensiones de la estructura y, disposición de las cargas. Así se tiene:

Deformación plana: cuando una de sus dimensiones (longitud) es mucho mayor que las otras dos, y sobre ella actúan únicamente cargas uniformemente distribuidas a lo largo de su longitud y contenidas en planos ortogonales al eje que uno los centros de gravedad de sus distintas secciones transversales.

De donde se establece que todas las secciones perpendiculares al eje prismático Z, se deforman en su plano y de manera idéntica. Por lo tanto basta con conocer el comportamiento de cualquiera de dichas secciones.

3.1.2. Elemento de discretización

Existe una importante variedad de elementos utilizables para el análisis bidimensional. Por un lado está la versatilidad y simplicidad del triángulo de tres nodos, especialmente para la geometría en cuestión. Sin embargo los elementos cuadráticos (Triángulo de 6 Nodos y Cuadrilátero de 8 Nodos), tienen una mayor precisión.

Por lo anterior se recurrirá a un análisis de convergencia, utilizando los diferentes elementos, para poder tomar el más adecuado para el problema.

3.2. Pre-proceso

3.2.1. Datos de análisis

Se le indica al programa de pre y post-proceso Gid, mediante su interface con el programa de cálculo RamSeries, que se trata de un problema de elasticidad bidimensional (Plane State), y además que debe ser considerado como deformación plana (Plane Strain).

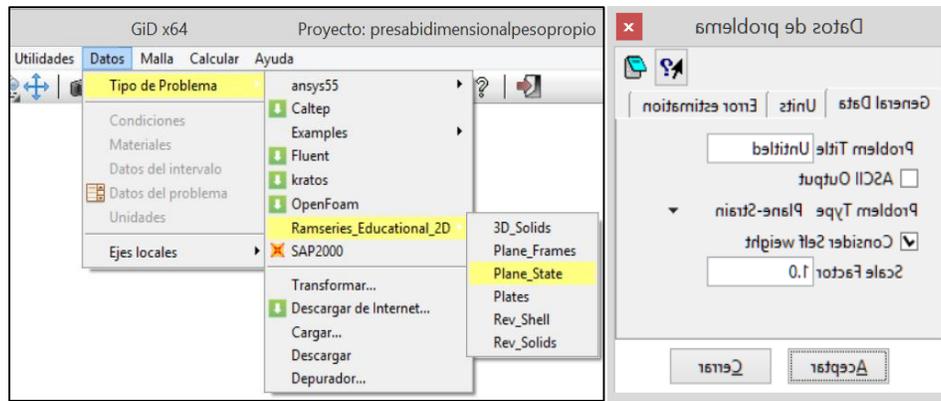


Figura 20. Datos de análisis del problema.

3.2.2. Geometría

3.2.2.1. Predimensionamiento

Como tenemos una limitante de tracciones, con el objetivo de tener una presa con el menor peso propio posible, y por ende aligerar cargas, se elige en principio la relación de taludes izquierdo y derecho de 1:2 y 1:2 respectivamente, que es la condición inicial de menos peso para la presa. Así, se tienen las siguientes dimensiones:

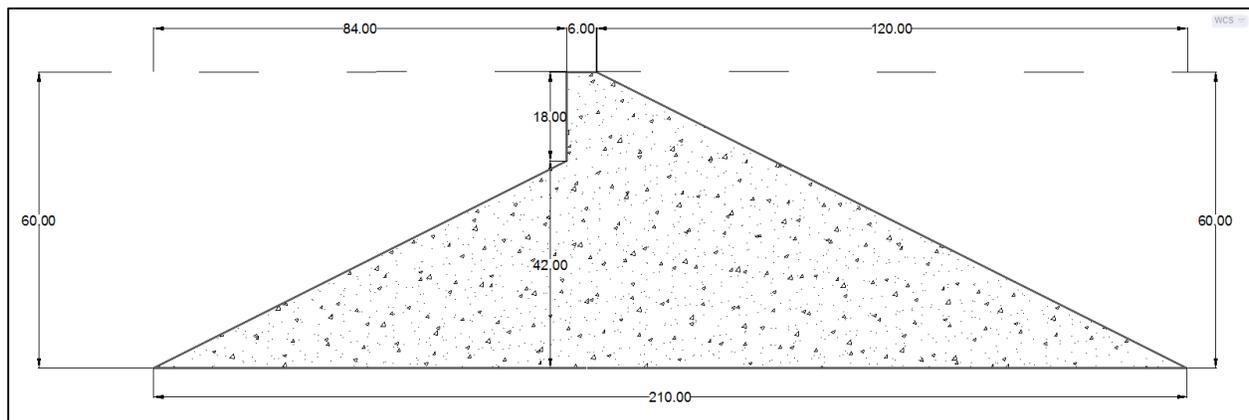


Figura 21. Predimensionamiento de la presa.

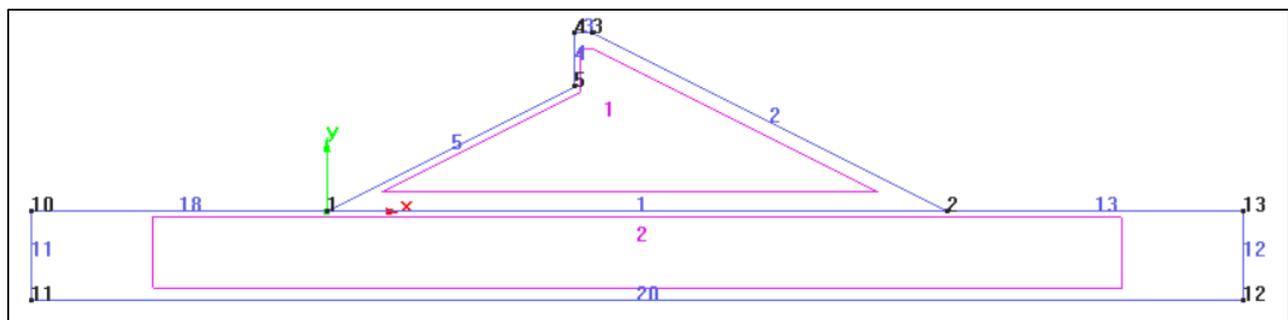


Figura 22. Geometría de la presa bidimensional.

3.2.3. Condiciones de Contorno

Se definen las condiciones de contorno de la base de la cimentación, considerando las caras laterales fijas en x y la parte inferior fija tanto en el eje x, como en y.

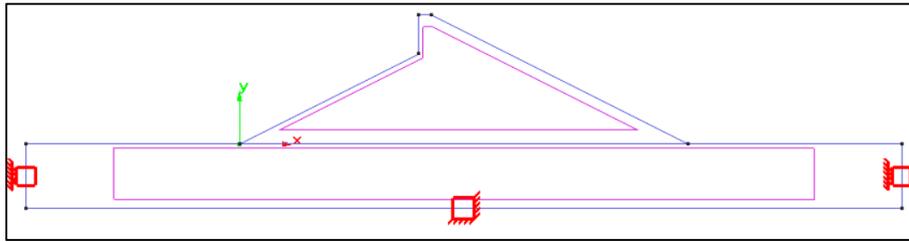


Figura 22. Condiciones de contorno de la presa bidimensional.

3.2.4. Definición de Materiales

Se introducen las características del material concreto que compone el cuerpo de la presa, y del material de la cimentación.

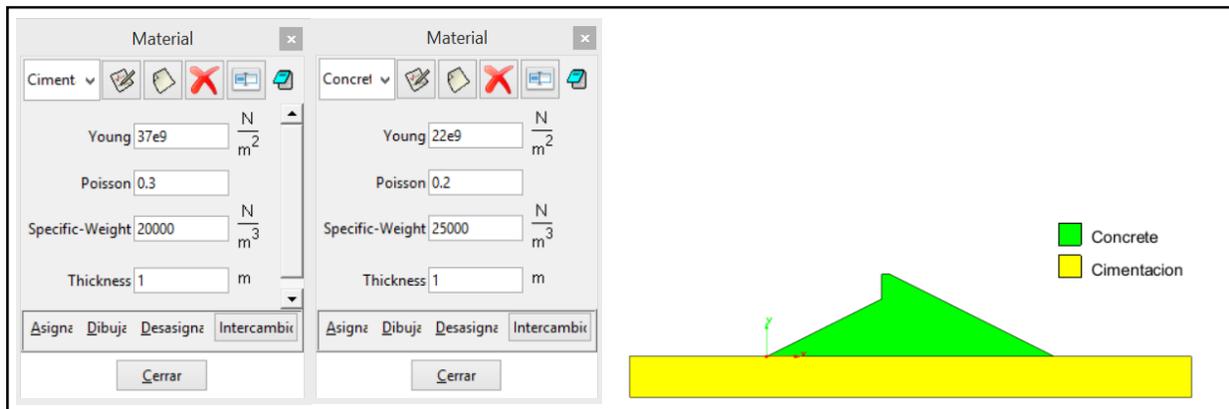


Figura 23. Materiales de la presa y la cimentación.

3.2.5. Cargas

Se definen los dos casos de cargas indicados en el problema:

Caso a) considerando solo el peso propio y el caso b) considerando el empuje hidrostático actuando sobre la presa como en el terreno de Cimentación.

Para el caso b) se han introducido tres tipos de carga sobre líneas de la geometría definida (fig. 22), según la condición de carga de cada parte del talud en contacto con el agua:

- Línea 4: carga de variación lineal con valor inicial de 156912 N/m y final en 0.
- Línea 5: carga de variación lineal trapezoidal con valor inicial de 568806 N/m y final de 156912 N/m.
- Línea 18: carga uniforme sobre el terreno de cimentación.

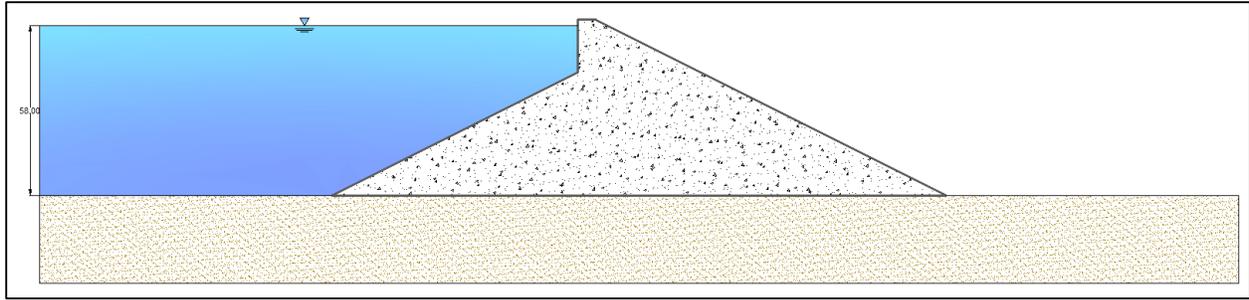


Figura 24. Altura de agua

Empuje Hidrostático paramento superior				
ρ agua (kg/m ³)	h (m)	Conversión	Ancho (m)	P (N/m)
1000	16	9.807	1	156912
Carga Uniforme y Trapezoidal en el Paramento Inferior				
ρ agua (kg/m ³)	h (m)	Conversión	Ancho (m)	P (N/m)
1000	58	9.807	1	568806
1000	16	9.807	1	156912

Tabla VI. Carga repartida por empuje hidrostático.

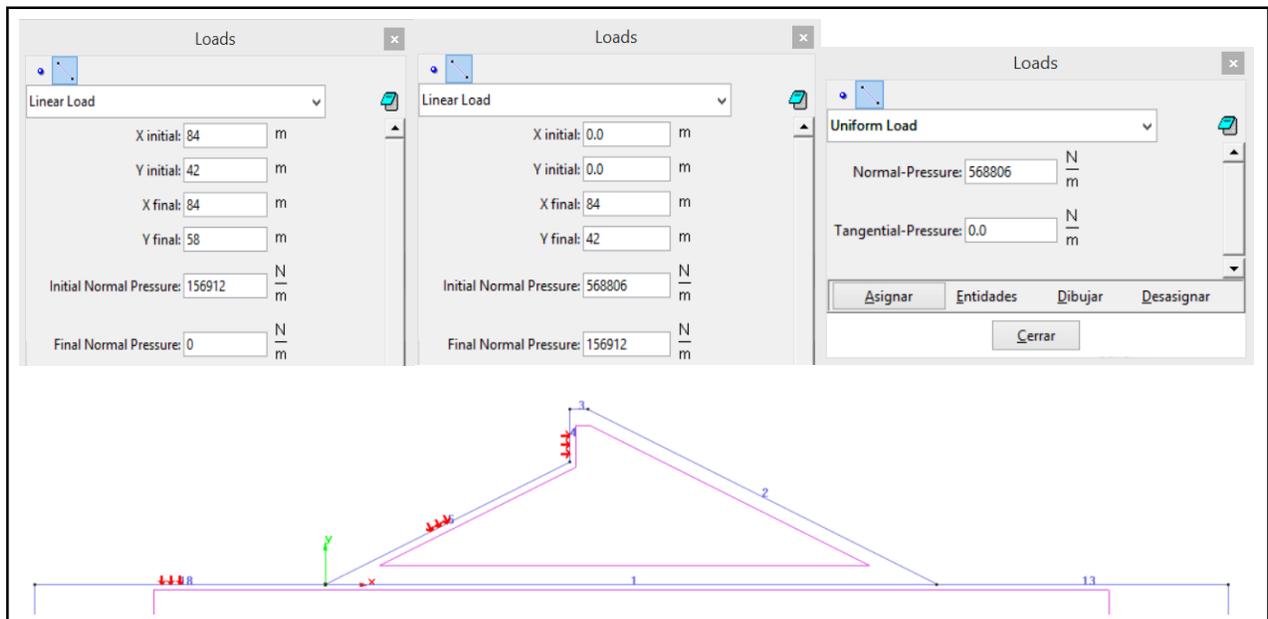


Figura 25. Introducción de cargas a las Líneas 4, 5 y 18, respectivamente

3.3. Cálculo

3.3.1. Análisis de Convergencia

Como se ha explicado en el apartado 3.1.2., se hace un análisis de convergencia para obtener no solo el tamaño de malla, sino también, el tipo de elemento que mejor se adapte al problema.

Para ello se toma la variación del desplazamiento vertical en el punto 4 de la geometría (fig. 22).

Elemento	Triángulo de 6 nodos T6N			
Tamaño de Malla	No. de elementos	No. de nodos	No. Grados de libertad	Desplazamiento en Y punto 4 (m)
6.00	1096	2418	4400	0.0023302
5.00	1631	3448	6542	0.0023321
4.00	2436	5105	9768	0.0023336
3.00	4427	9162	17734	0.0023347
2.00	10123	20708	40534	0.0023363
1.50	18235.00	37086.00	72998.00	0.0023367

Elemento:	Triangulo de 3 Nodos			
Tamaño de Malla	No. de elementos	No. de nodos	No. Grados de libertad	Desplazamiento en Y punto 4 (m)
6.00	1096	626	1104	0.0022789
5.00	1631	909	1640	0.0022946
4.00	2436	1335	2448	0.0023051
3.00	4427	2368	4440	0.0023135
2.00	10123	5293	10144	0.0023242
1.50	18235	9426	18264	0.0023299

Elemento:	Cuadrilatero de cuadratico de 8 nodos			
Tamaño de Malla	No. de elementos	No. de nodos	No. Grados de libertad	Desplazamiento en Y punto 4 (m)
6.00	518	1711	3128	0.0023331
5.00	724	2359	4364	0.0023313
4.00	1112	3569	6696	0.0023310
3.00	2001	6312	12034	0.0023355
2.00	4766	14761	28640	0.0023367
1.50	8504	26813	51192	0.0023367

Tabla VI. Análisis de convergencia para determinar tamaño de malla y tipo de elemento de discretización.

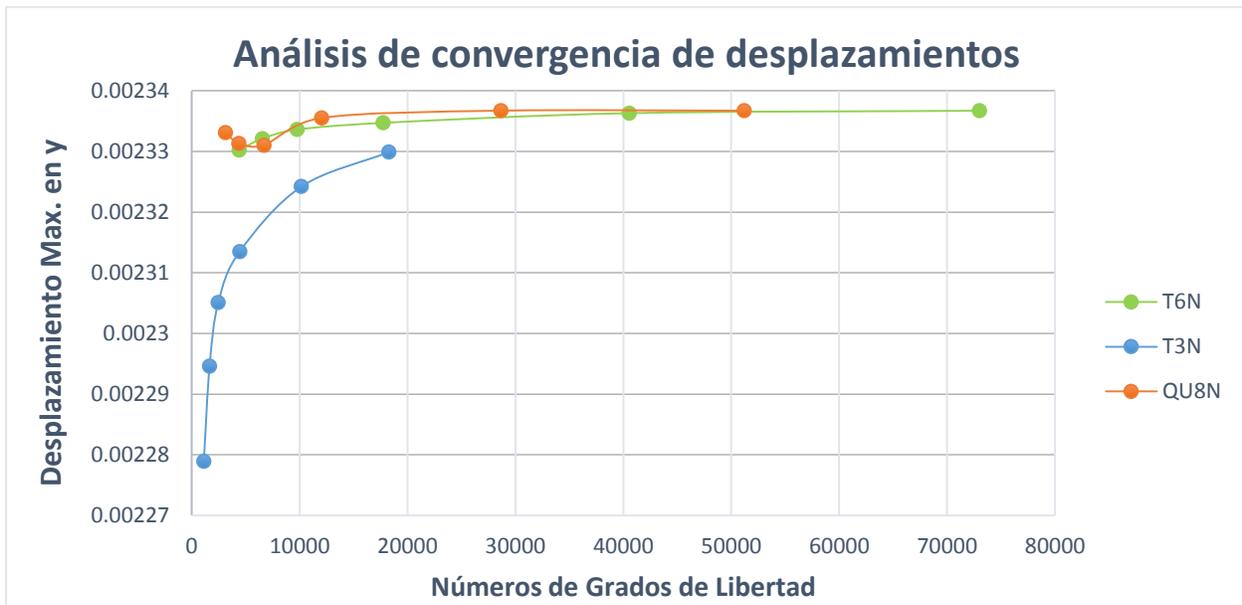


Figura 26. Grafica de análisis de convergencia para desplazamientos de la presa.

3.3.2. Mallado

Se toma como malla de cálculo una malla cuadrática con el T6N, con un tamaño de 1.50, considerando que nos arroja valores confiables de las demás variables a analizar.

3.4. Post-proceso

Una vez obtenida la malla de cálculo se procede verificar las tracciones máximas en la presa, a modo de verificar si se han sobrepasado del límite establecido en el mandado de 2 Mpa (2.0E7 Pa).

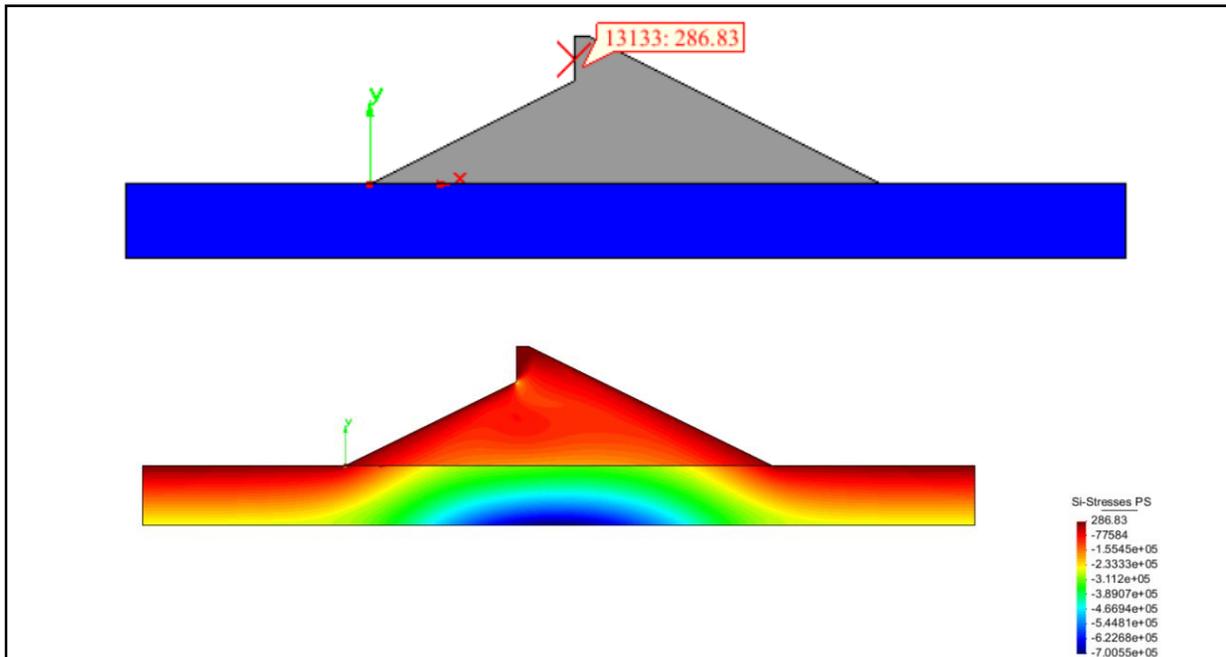


Figura 27. Tracciones para el caso a) considerando solo peso propio.

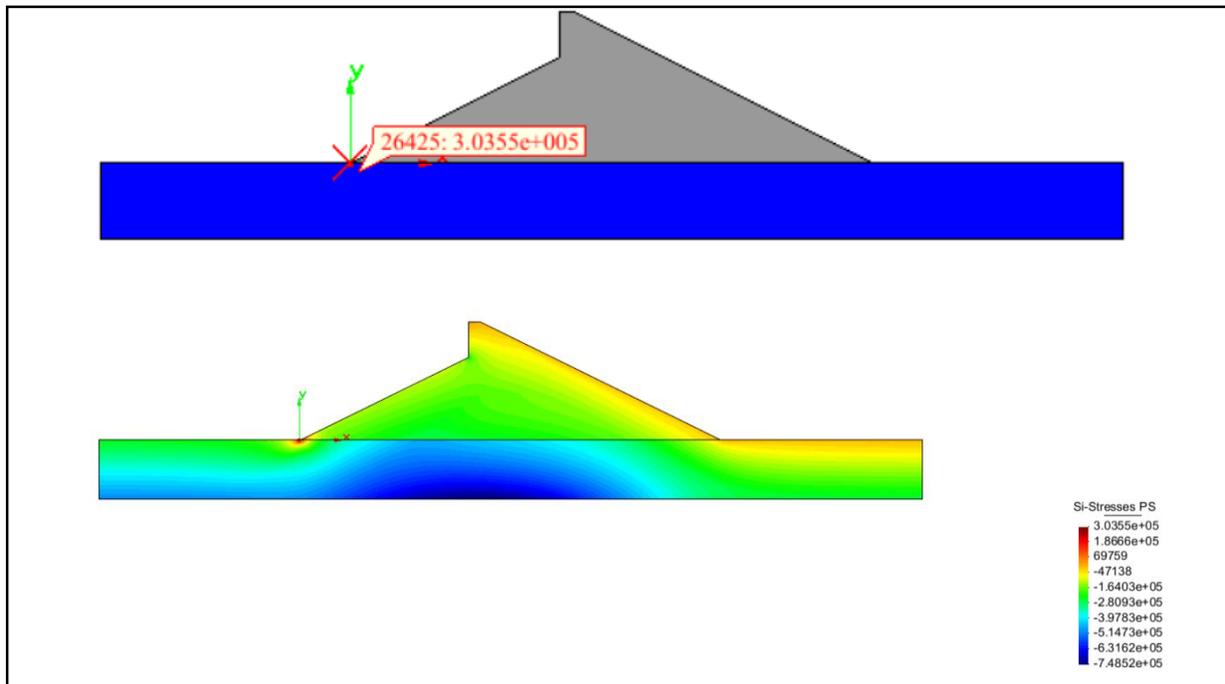


Figura 28. Tracciones para el caso b) considerando peso propio más el empuje hidrostático...

Según el resultado, de las imágenes anteriores, las tensiones de tracción en la presa no exceden el límite de 2 Mpa, para ninguno de los casos de cargas.

3.4.1. Evaluación de Concentraciones de tensiones

Según se observa la ubicación de los valores máximos de tracciones en la presa para el caso b), puede tratarse de casos de concentraciones de tensiones al pie de la presa, debidas a la esquina aguda que presenta la geometría (Fig. 28). Este fenómeno se ha evaluado refinando la malla en esa esquina, asignando valore de malla más pequeños.

Comportamiento de las tensiones		
Refinamiento		Tensiones (Pa)
Malla de convergencia	1.5	3.0355E+05
Tamaño asignado al punto	0.50	5.36160E+05
Tamaño asignado al punto	0.1	9.46480E+05

Tabla VII. Evaluación de las tensiones al pie de la presa.

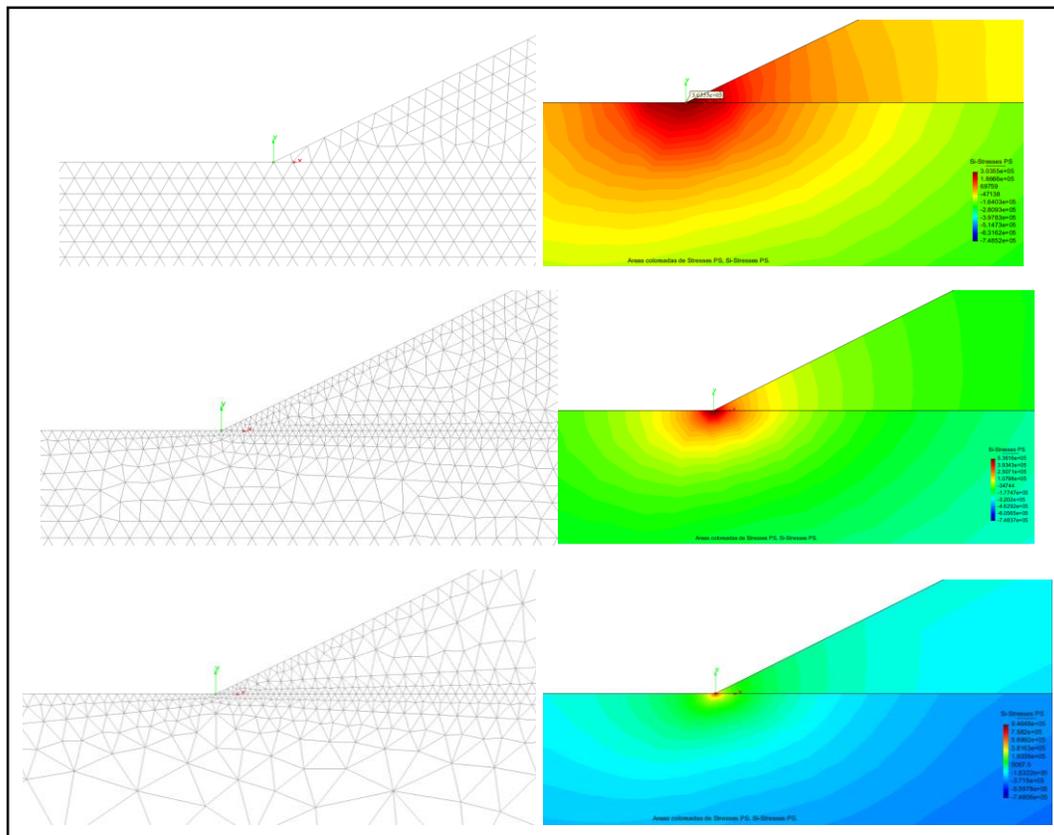


Figura 29. Tracciones para el caso b) considerando peso propio más el empuje hidrostático.

Como se puede observar en las ilustraciones anteriores, a medida que disminuye el tamaño de la malla, disminuye el área de influencia y aumentan los valores de las tensiones. De ahí se considera que existen concentraciones de tensiones ficticias en esta esquina de la presa.

3.5. Análisis Tridimensional

Se evalúan ahora las tensiones de tracción en la presa, con el modelo tridimensional.

3.5.1. Preproceso

Se define la geometría, condiciones de contorno, materiales y cargas por empuje hidrostático (en el caso b) correspondientes.

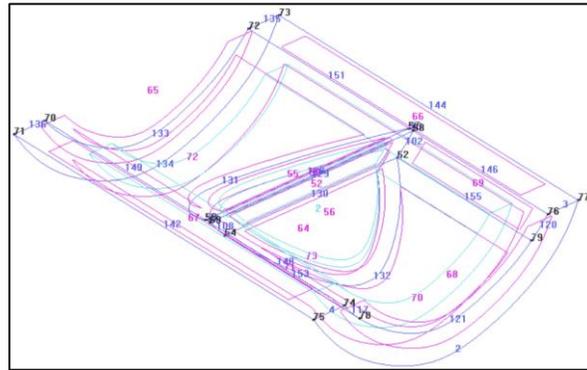


Figura 30. Geometría tridimensional de la Presa.

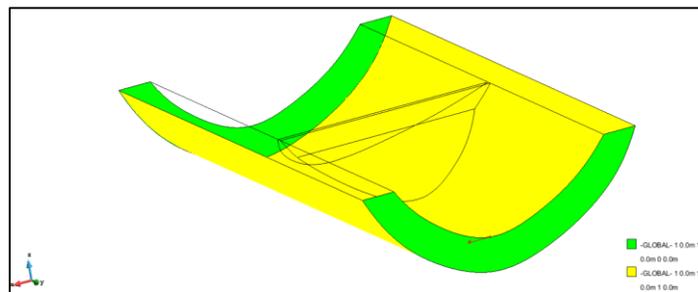


Figura 31. Condiciones de contorno del modelo Tridimensional de la Presa.

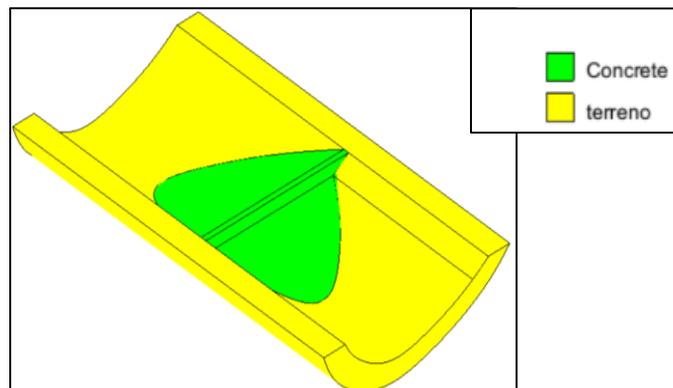


Figura 32. Asignación de materiales al modelo.

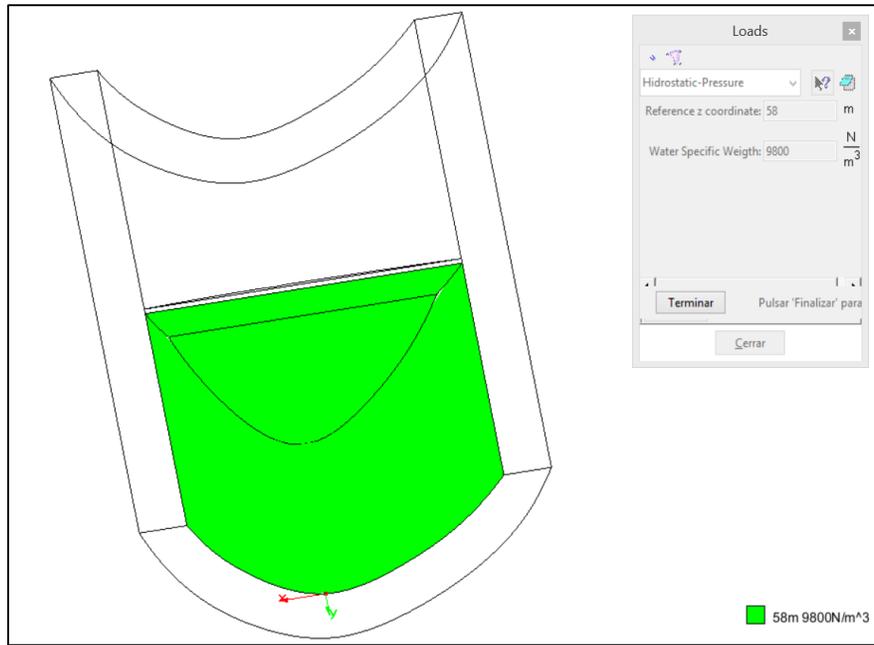


Figura 33. Asignación de carga por empuje hidrostático para el caso b.

3.5.2. Análisis de Convergencia

De igual forma que los problemas anteriores, se hace necesario escoger un tamaño de malla óptima para garantizar buenos resultados. Se nota el tetraedro normal por limitaciones del procesador.

Para este caso, se realiza un análisis de convergencia asignando varios tamaños de mallas para el total del modelo, evaluando los desplazamientos del centro de la corona de la presa (Fig. 34) con coordenadas (0,0, 60) ubicado en la parte superior de la presa y en la mita de la línea de la corona, este punto es el mismo al que se le realizó la convergencia en el modelo bidimensional.

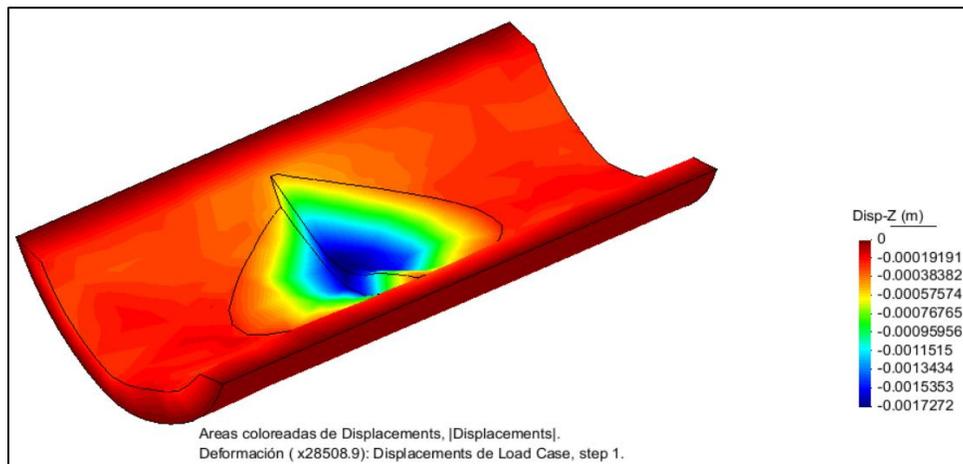


Figura 34. Deformada de la presa y desplazamiento para análisis de convergencia.

Elemento	Tetraedro Normal			
Tamaño de Malla	No. de elementos	No. de nodos	No. Grados de libertad	Desplazamiento en z (m)
6.00	3811	936	2012	0.0017272
5.00	5249	1171	2717	0.0017285
4.00	8550	1714	4346	0.0017274
3.00	21637	3830	10694	0.0017274

Tabla IIX. Análisis de Convergencia para desplazamientos en modelo tridimensional.

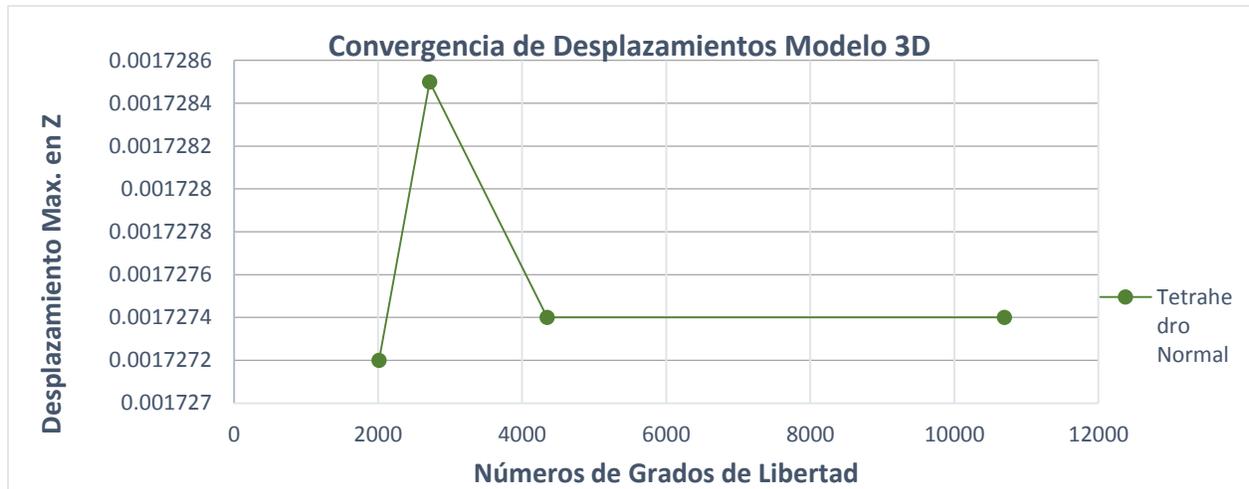


Figura 35. Gráfico de Convergencia

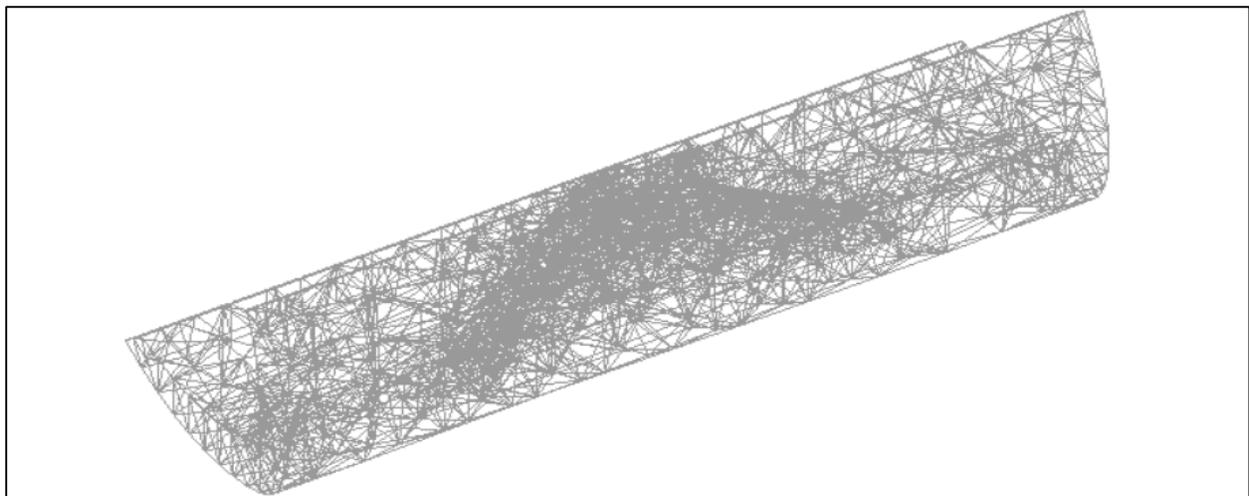


Figura 36. Malla de Cálculo (Tetraedro Normal. Tamaño 3)

Como se observa, para una malla de tetraedros normales, el desplazamiento converge a un valor de 0.0017274 m, para malla de tamaño 4 y 3. Se toma esta última para analizar el modelo.

3.5.3. Postproceso

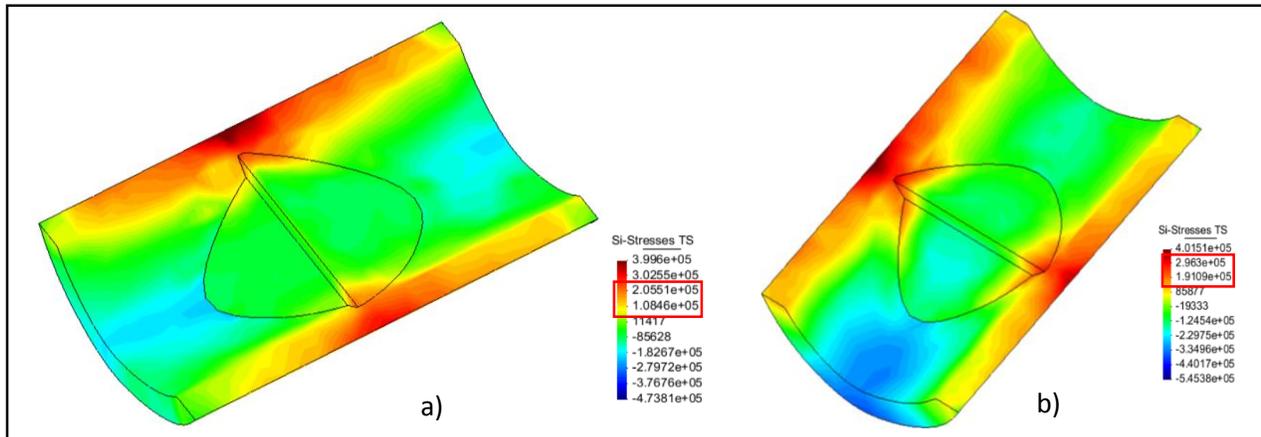


Figura 37. Tracciones para el caso a) considerando solo peso propio, y b) con la aportación del empuje hidrostático.

3.6. Análisis de Resultados y Conclusiones

Una vez analizada la presa, tanto con teoría bidimensional, como tridimensional, podemos llegar a las siguientes conclusiones:

En ningún caso el valor de las tracciones ha superado el límite de 2 Mpa. A lo sumo, se observan tracciones de 0.03 Mpa aproximadamente, en las zonas de la corona de la presa en contacto con el terreno, una vez analizado el modelo tridimensional, y con la aplicación de cargas de empuje hidrostático (fig. 37b).

En estas zonas de contacto en específico, se observan las mayores tracciones en la presa, tanto en el caso a), como en el caso b). Esto nos indica que el peso propio es la carga que gobierna la deformación, y por tanto, el estado tensional de la presa. Debido a que estas tracciones se producen al tratar el dique de la presa, hundirse por peso propio, sobre una cimentación de configuración y condiciones de contorno rígidas.

Por lo que, tomar las pendientes mínimas de los taludes (1:2) para el Predimensionamiento de la presa, fue una buena decisión, ya que esto reduce considerablemente las cargas por peso propio, y por tanto las tensiones gobernantes en este problema. Según estos resultados, no es necesario agregar más masa de concreto para contrarrestar el empuje del agua, que es el mecanismo bajo el que trabajan las presas de gravedad.

La aplicación del empuje hidrostático, disminuye tracciones y aumenta compresiones en el cuerpo de la presa, debido al peso aplicado. Excepto en la corona, en donde tiende a aumentar las tracciones.

Comparando el análisis tridimensional y, el bidimensional se observa que los desplazamientos en el mismo punto resultaron ser menores en el análisis tridimensional (por debajo de 0.0017274 m), mientras que en el análisis bidimensional son ligeramente mayores (por los 0.0023367 m). En contraste se obtienen valores de tensiones mayores.

Resulta conveniente el análisis tridimensional de esta presa, debido a que la sección de mayor altura tomada como modelo de análisis bidimensional, no puede simular exactamente el comportamiento de todas las secciones del muro, para una presa con condiciones de emplazamiento que tiene ésta. Sin embargo en la sección de mayor altura que fue analizada en dos dimensiones presenta datos muy similares a su equivalente en el modelo tridimensional.