

PROGRAMA DE MASTER EN MÉTODOS NUMÉRICOS PARA CÁLCULO Y DISEÑO EN INGENIERÍA

1. INTRODUCCIÓN

Es indudable que el ordenador ha tomado un papel preponderante como herramienta de cálculo para la solución de los problemas de ingeniería más diversos. Asimismo, en paralelo a los avances en la informática, se ha desarrollado toda una tecnología de métodos de cálculo numérico que permite a los ingenieros obtener soluciones a problemas que no hace mucho tiempo eran prácticamente inabordables.

2. OBJETIVOS DEL PROGRAMA

El objetivo de este programa, es proporcionar información actualizada y avanzada sobre la metodología y utilización de procedimientos de cálculo y diseño por ordenador para la solución de toda una variedad de problemas de ingeniería.

3. TÍTULACIÓN OTORGADA

Los estudiantes que cumplan con todos los requisitos del programa y que finalmente superen las pruebas de evaluación previstas para cada asignatura, desarrollen satisfactoriamente los trabajos propuestos y lleven a cabo el trabajo de grado, obtendrán el correspondiente Diploma de **“Master en Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería”**, otorgado por la Universidad Politécnica de Cataluña.

4. ESTRUCTURA CURRICULAR

El programa de Master en Métodos Numéricos de la Universidad Politécnica de Cataluña, se estructura en dos fases:

La primera fase, general e introductoria, comprende una serie de asignaturas esenciales en esta disciplina, con temas tan importantes dentro del campo del diseño y el análisis numérico en ingeniería, como la teoría del método de los elementos finitos (MEF), las técnicas más usuales de cálculo numérico, las leyes de comportamiento de los materiales, la mecánica de medios continuos y técnicas de pre y postproceso y diversos conceptos esenciales sobre ordenadores.

Todas las asignaturas de esta primera fase, se consideran obligatorias y deben aprobarse antes de iniciarse oficialmente la segunda fase de especialidad.

En la fase de especialidad del Programa, se imparten una serie de asignaturas de índole aplicada, que versan sobre aplicaciones importantes de los métodos numéricos y más concretamente del MEF, a los problemas más significativos de la ingeniería estructural y geotécnica, transmisión del calor, mecánica de fluidos, mecánica de fractura, optimización de formas, entre otras.

Para superar la fase de especialidad, el alumno deberá aprobar como mínimo ocho del total de cursos electivos, ofrecidos en esta segunda fase del programa.

El programa de Master en Métodos Numéricos, posee una componente investigativa importante, que se lleva a cabo paralelamente durante el desarrollo del programa.

Teniendo en cuenta el contenido del Programa docente, los aspirantes al título de Master en Métodos Numéricos, deben ser provenientes de Escuelas de Ingeniería y Arquitectura y Facultades de Ciencias, aprobar los seis cursos obligatorios de la fase básica del programa equivalentes a 24 créditos, aprobar ocho cursos electivos de la Fase de Especialidad, y elaborar una tesis de grado, equivalente a 6créditos, utilizando métodos numéricos, bajo la dirección de uno o más profesores de la Universidad Politécnica de Cataluña.

La oferta de asignaturas específicas, permite a cada alumno modelar su propio Programa de Master, de acuerdo con sus particulares intereses y necesidades. Se espera por ello que el Programa, sea de interés tanto a nivel de *Master* como de *Doctorado* para ingenieros, arquitectos y licenciados provenientes del mundo académico y del profesional.

Las clases se imparten en las aulas de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona, Edificio C1, Campus Norte UPC, Gran Capitán s/n, 08034 Barcelona. Los estudiantes, podrán tener a su disposición los laboratorios, las bibliotecas y el Centro de Cálculo de dicha Escuela.

5. DEDICACIÓN AL PROGRAMA

La duración del programa es de un año y en circunstancias especiales se admite prórroga de la fecha de culminación. La duración del *Período de Clases* del Programa de Master, está comprendido entre el 15 de Enero y el 19 de Julio del 2001. Después de esta fecha está previsto que el estudiante inicie su trabajo de grado con la asistencia de uno o varios profesores de la Universidad.

Las asignaturas de la Fase básica del Programa, se imparten todas las semanas de Lunes a Jueves durante tres meses, por cinco horas consecutivas, de 4:00 a 9:00 de la tarde, para un total de 20 horas por semana. El período inicia el 15 de Enero y finaliza el 5 de Abril del

2001, lo que significan doce semanas completas de clase. De forma similar, las asignaturas de la fase de especialidad, se imparten todas las semanas de Lunes a Viernes, durante tres meses más, por cinco horas consecutivas, de 4:00 a 9:00 de la tarde, para un total de 25 horas por semana. El período inicia el 16 de Abril y finaliza el 10 de Julio del 2001, que equivalen a 12 semanas más de clase, aproximadamente. La intensidad de cada curso en cada una de las dos fases, está dada de acuerdo con su número de créditos.

Asignaturas de la Fase Básica	Créditos	Horas de Docencia
Teoría General del Método de los Elementos Finitos	4.5	45
Técnicas de Cálculo Numérico	4.5	45
Leyes de Comportamiento de Materiales	3.0	30
Introducción a la Mecánica de Medios Continuos	4.5	45
Técnicas de Pre y Post proceso Gráfico	3.0	30
Programación y Cálculo Matricial	4.5	45
Total Créditos /Horas	24	240

Asignaturas de la Fase de Especialidad	Créditos	Horas de Docencia
Análisis de Estructuras	3.5	35
Problemas Geotécnicos	2.5	25
Mecánica de Fluidos	3.0	30
Problemas de Dinámica	4.0	40
Transmisión de Calor	2.5	25
Métodos Numéricos Avanzados	3.0	30
Hidrología Subterránea	2.5	25
Mecánica de Fractura	2.5	25
Técnicas de Optimización en Ingeniería	2.5	25
Introducción al Cálculo Paralelo	2.5	25
Ingeniería Marítima	2.5	25
Total Créditos /Horas	31	310

Tesis de Master	6.0
-----------------	-----

Nota: Los alumnos deben elegir mínimo ocho asignaturas de las once ofrecidas en la fase de especialidad.

6. COMISIÓN DOCENTE

Los profesores titulares de la Universidad Politécnica de Cataluña, investigadores del Centro Internacional de Métodos Numéricos, que son responsables del desarrollo docente del programa y de fijar la normativa para la selección de los alumnos:

- Carlos AGELET de SARACIBAR - Dr. Ingeniero de Caminos

- Alex BARBAT - Dr. Ingeniero de Caminos
- Elena BLANCO – Dr. Ingeniero de Caminos
- Gabriel BUGEDA - Dr. Ingeniero de Caminos
- Ignacio CAROL - Dr. Ingeniero de Caminos
- Jesús CARRERA - Dr. Ingeniero de Caminos, Ph. D.
- Jose M^a CELA - Dr. Ingeniero de Telecomunicación
- Miguel CERVERA - Dr. Ingeniero de Caminos, Ph. D.
- Pedro DIEZ - Dr. Ingeniero de Caminos
- Manuel ESPINO - Dr. Ingeniero de Caminos
- Lluís GIL – Dr. Ingeniero de Caminos
- Antonio GENS - Dr. Ingeniero de Caminos, M Sc, Ph. D.
- Antonio HUERTA - Dr. Ingeniero de Caminos, Ph. D.
- Sergio IDELSOHN - Dr. Ingeniero Mecánico, Ph. D.
- Alberto LEDESMA - Dr. Ingeniero de Caminos
- Agustín MEDINA - Dr. en Matemáticas
- Juan MIQUEL - Dr. Ingeniero de Caminos
- Javier MORA- Dr. Ingeniero de Telecomunicaciones
- Sebastián OLIVELLA- Dr. Ingeniero de Caminos
- Javier OLIVER - Dr. Ingeniero de Caminos
- Sergio H. OLLER - Dr. Ingeniero de Caminos
- Eugenio OÑATE - Dr. Ingeniero de Caminos, M. Sc, Ph. D.
- Pere PRAT - Dr. Ingeniero de Caminos, Ph. D.
- Ramón RIBO – Dr. Ingeniero de Caminos Antonio
- RODRIGUEZ-FERRAN- Dr. Ingeniero de Caminos
- Agustín SANCHEZ-ARCILLA - Dr. Ingeniero de Caminos
- Josep SARRATE - Dr. en Ciencias
- Benjamín SUAREZ - Dr. Ingeniero de Caminos
- Mateo VALERO - Dr. Ingeniero de Telecomunicación
- Francisco ZARATE - Dr. Ingeniero de Caminos

7. LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

Las líneas de investigación se centran en las siguientes áreas:

- Estructuras-Mecánica de medios continuos.
- Geotecnia-Ingeniería del terreno.
- Hidráulica-Ingeniería marítima.
- Matemática aplicada - Técnicas numéricas.
- Programación-Ordenadores-Paralelización.
- Dinámica de fluidos - Transmisión del calor.

Entre otras se detallan:

En estructuras, Mecánica de Medios Continuos y Fractura:

- * Análisis estático y dinámico de estructuras de hormigón
- * Comportamiento del hormigón a tempranas edades
- * Efectos patológicos internos de presas de hormigón
- * Análisis de problemas transitorios acoplados sólido-fluido
- * Método de los volúmenes finitos en mecánica de sólidos
- * Simulación de técnicas de "rapid prototyping"
- * Simulación de procesos industriales de solidificación y tratamientos térmicos de metales
- * Análisis de discontinuidades fuertes en mecánica de sólidos
- * Análisis estructural de construcciones y edificios históricos
- * Nuevos Materiales Estructurales -Pulvimateriales, Fundición de Piezas Industriales, Computación Paralela, Modelización Constitutiva, Materiales Compuestos, Fatiga y Fractura.
- * Mecánica de Sólidos no lineal
- * Teoría de Ecuaciones Constitutivas. Modelos de Daño y Visco-Elasto-Plasticidad para metales y hormigón. Modelado químico-termo-mecánico del hormigón en primeras edades.
- * Deterioro de Materiales y Estructuras. Mecánica de Fractura no lineal. Teoría de discontinuidades fuertes. Simulación numérica de procesos de conformado en la Pulvimetalurgia. Análisis dinámico no-lineal de Presas y Estructuras.
- * Optimización Estructural. Estabilidad estructural. Métodos numéricos en Análisis Estructural.

En Métodos numéricos, en ciencias aplicadas e ingeniería:

- * Elementos finitos, métodos de partículas / mecánica computacional no lineal
- * sistemas de ecuaciones no lineales / flujo incompresible con grandes desplazamientos del contorno
- * convección difusión / estima del error y adaptabilidad.
- * Mecánica de fluidos y generación de mallas.
- * Sistemas no lineales de ecuaciones; métodos de elementos finitos adaptativos; mecánica computacional no lineal; grandes deformaciones.

En Dinámica Estructural:

- * Cálculo dinámico de estructuras laminares con grandes deformaciones
- * Análisis de estructuras de materiales compuestos utilizando la teoría de la homogeneización.
- * Análisis de estructuras sometidas a efectos de choque e impacto.
- * Evaluación estocástica del daño sísmico en estructuras
- * Estudio de la vulnerabilidad y riesgo sísmico de estructuras, control pasivo y activo de las vibraciones de estructuras

En Ingeniería del Terreno:

- * Modelos de comportamiento y métodos numéricos aplicados a la geomecánica
- * Acoplamiento hidro-mecánico en geomecánica, fisuración y localización en suelos y rocas y mecánica de fractura, entre otros.

En Hidrología Subterránea:

- * Modelamiento y Manejo de Recursos Subterráneos
- * Conceptualización de Modelos, Identificación de Parámetros, Problema Inverso
- * Geoestadística
- * Optimización de Redes de Monitoreo
- * Efectos de Escala
- * Pruebas de Bombeo en Acuíferos Heterogéneos
- * Acoplamiento Flujo – Transporte
- * Intrusión Marina
- * Transporte Reactivo
- * Flujo Preferencial
- * Medios Fracturados y Remediación Biológica.

7. ORGANIZACIÓN DEL PROGRAMA

La coordinación del programa corre a cargo del Departamento de Resistencia de Materiales y Estructuras en Ingeniería, de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad Politécnica de Cataluña, en colaboración con el Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería.

Este programa forma parte de los Master que ofrece la Universidad Politécnica de Cataluña, la cual otorga el correspondiente diploma a los estudiantes que lo finalicen satisfactoriamente.

El Director del programa, es el Doctor Eugenio Oñate y los Jefes de Estudios son el Doctor Sergio Oller y el Doctor Luís Gil. El Coordinador del programa es el Doctor Francisco Zárate.

8. OTRAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS DURANTE EL PROGRAMA

Coincidiendo con el desarrollo del programa, se imparten, diversos seminarios y cursos sobre temas relacionados con las asignaturas del Master. Se facilita al máximo la asistencia mediante la compatibilización de horarios.

9. BECAS

La Universidad otorga un número limitado de becas para el pago de la matrícula, de acuerdo con los registros de investigación de los aspirantes.

10. TITULACIÓN REQUERIDA

Se exige estar en posesión de un título académico Superior (estudios universitarios de cinco o más años), que deberá acreditarse al presentar la solicitud de inscripción.

11. DOCUMENTACIÓN ENTREGADA A LOS ESTUDIANTES DEL PROGRAMA

La siguiente documentación se entrega a los estudiantes que cursan el programa:

- a) Un ejemplar de los siguientes libros:
 - “El método de los elementos finitos “Vols. 1 y 2 de O.C. Zienkiewicz y R.L.Taylor
 - “Cálculo de estructuras por el método de elementos finitos” de E. Oñate
 - “Estructuras sometidas a acciones sísmicas” de A. Barbat y J. Miquel Canet
 - “Geoestadística” de J. Carrera y J. Samper
 - “Métodos numéricos. Introducción, aplicaciones y programación” de A. Huerta, J.Sarrate y A. RodríguezFerran
- b) Libros de Apuntes y Guía Docente de cada asignatura.
- c) Programas de ordenador educativos de introducción al análisis matricial de estructuras y al método de los elementos finitos:
 - Ed-Tridim: Análisis de estructuras de barras bi y tridimensionales por métodos matriciales
 - Ed-Elas2D: Introducción al análisis de estructuras y sólidos bidimensionales por el método de elementos finitos.
 - Ed-Poiss: Introducción al análisis por el método de elementos finitos de problemas gobernados por la ecuación de Poisson. (Transmisión de calor, electromagnetismo, flujo potencial, etc.)
- d) Diversos programas de ordenador sobre aplicaciones del método de los elementos finitos en ingeniería.
 - CALSEF: Análisis de sólidos y estructuras por el método de los elementos finitos.
 - CALTEP: Análisis de problemas de transmisión de calor por el método de elementos finitos.
 - EMANT: Análisis de problemas de electromagnetismo por el método de elementos finitos.
 - SHYNE: Análisis de problemas de fluidos por el método de elementos finitos.
 - GiD: El pre/postprocesador personal para preparación de datos y visualización de resultados para la solución de cualquier problema científico o tecnológico por métodos numéricos.

12. NÚMERO DE PLAZAS

El número de plazas se limita a un máximo de 25 participantes.

13. INSCRIPCIÓN

La solicitud de inscripción debe remitirse directamente a la Secretaría del programa juntamente con un currículum vitae, el diploma y acta de grado de los estudios de educación superior, copia del DNI o pasaporte y dos fotos tamaño carné.

14. ADMISIÓN

Los aspirantes serán informados sobre su aceptación al programa, en un plazo no superior a quince días después de la recepción de la solicitud. La admisión definitiva queda supeditada a la recepción en la Secretaría del programa, del importe de la matrícula.

PROGRAMA ACADÉMICO DE LAS ASIGNATURAS DE LA FASE BÁSICA DEL MASTER

- **Teoría General del Método de los Elementos Finitos**
- **Técnicas de Cálculo Numérico**
- **Leyes de Comportamiento de Materiales**
- **Mecánica de Medios Continuos**
- **Técnicas de Pre y Postproceso Gráfico**
- **Ordenadores (Programación y Cálculo Matricial)**

MASTER EN MÉTODOS NUMÉRICOS PARA CÁLCULO Y DISEÑO EN INGENIERÍA

GUÍA DE LA ASIGNATURA INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

Profesores
Eugenio Oñate Ibáñez de Navarra
Francisco Zárate

TEMARIO DE LA ASIGNATURA:

INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

Presentación y objetivos de la asignatura

Tema 1:

SISTEMAS DISCRETOS Y SISTEMAS CONTINUOS. INTRODUCCIÓN AL MEF

Tema 2:

RESOLUCIÓN POR EL MEF DE PROBLEMAS UNIDIMENSIONALES. APLICACIÓN A LA ECUACIÓN DE POISSON

Tema 3:

ELEMENTOS FINITOS UNIDIMENSIONALES MÁS AVANZADOS

Tema 4:

APLICACIÓN DEL MEF A LA ECUACIÓN DE POISSON EN DOS DIMENSIONES

Tema 5:

APLICACIÓN DEL MEF A LA ECUACIÓN DE POISSON EN TRES DIMENSIONES

Tema 6:

FORMULACIÓN MATRICIAL DE LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE POISSON POR EL MEF

Tema 7:

OBTENCIÓN DE LAS FUNCIONES DE FORMA DE ELEMENTOS BI Y TRIDIMENSIONALES DE CLASE C^0

Tema 8:

ELEMENTOS ISOPARAMÉTRICOS BI Y TRIDIMENSIONALES

Tema 9:

PROBLEMAS DE ELASTICIDAD BIDIMENSIONAL

INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

PRESENTACIÓN Y OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA

La asignatura Introducción al Método de Elementos Finitos es una materia que se imparte en la primera parte del Master de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería.

El objetivo de la asignatura radica en el estudio del método de elementos finitos (MEF) para la resolución de problemas de ingeniería.

El primer tema está dedicado a estudiar el análisis matricial de estructuras de barras y sistemas discretos en general. Se destaca la similitud entre los métodos para análisis matricial de sistemas discretos y el MEF.

En el segundo tema se estudia la técnica general para transformar las ecuaciones diferenciales que gobiernan un sistema continuo, en una forma integral equivalente a través del método de residuos ponderados (MRP). Para mayor concreción se estudian las ecuaciones que gobiernan un problema de Poisson en una dimensión (1D). Tras ello se explica cómo puede combinarse el MRP con aproximaciones de la incógnita para obtener una solución numérica del problema continuo. El paso siguiente es estudiar el MEF como un caso particular del método de aproximación integral anterior, en el que las funciones de aproximación son polinomios definidos localmente dentro de cada elemento. Se estudia con detalle la solución del problema de Poisson 1D con elementos de dos nodos y varios problemas de aplicación.

En el tema tercero se amplía el estudio de los elementos unidimensionales para la solución de la ecuación de Poisson. Se estudia la obtención general de los elementos lagrangianos unidimensionales, se explican los conceptos de interpolación isoparamétrica y de integración numérica y se detalla la organización general de un programa de ordenador para solución del problema de Poisson 1D con elementos isoparamétricos unidimensionales. Finalmente, se describen las condiciones que deben satisfacer la aproximación del MEF y las fuentes de error más usuales en la aplicación del MEF.

El cuarto tema aborda la solución del problema de Poisson en dos dimensiones (2D) mediante elementos triangulares de tres nodos.

El tema quinto trata sobre la solución del problema de Poisson en tres dimensiones (3D) utilizando elementos tetraédricos de cuatro nodos.

En el tema sexto se plantea la solución general del problema de Poisson en una, dos y tres dimensiones utilizando una formulación matricial. Asimismo se describe la analogía entre el MEF y el método integral más clásico de variaciones virtuales.

En el tema séptimo se estudia con detalle la obtención general de las funciones de forma de elementos bi y tridimensionales.

En el tema octavo se amplía el concepto de elemento isoparamétrico para elementos cuadriláteros y triangulares (en 2D) y hexaedros y tetraedros (en 3D). Se estudian también las cuadraturas de Gauss-Legendre para integración numérica de las matrices y vectores que resultan en la formulación isoparamétrica de dichos elementos. Finalmente, se explica la organización general de un programa de ordenador para análisis de la ecuación de Poisson bidimensional con elementos isoparamétricos.

En el tema noveno se introduce la aplicación del MEF a problemas de elasticidad plana (tensión y deformación plana). El estudio de este tema es útil para una mejor comprensión de otras asignaturas del Máster sobre la aplicación del MEF al cálculo de estructuras.

El conjunto de temas de la asignatura, equivale a una docencia de 4,5 créditos (45 horas) y se espera que el alumno dedique un esfuerzo adicional importante de estudio, debido a la complejidad de los temas.

Tema 1

SISTEMAS DISCRETOS Y SISTEMAS CONTINUOS. INTRODUCCIÓN AL MEF

1.1 OBJETIVOS

Este tema se dedica al estudio de los conceptos sobre análisis de sistemas discretos (estructuras de barras, redes eléctricas y redes de tuberías) por métodos matriciales. Se hace énfasis en el análisis matricial de estructuras de barras y se estudian diversos problemas de aplicación. Asimismo se estudian los conceptos generales del MEF, destacando la analogía con el análisis matricial de sistemas discretos.

1.2 CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

Se requiere un buen conocimiento sobre análisis matricial de sistemas discretos, así como de álgebra de matrices.

Los no iniciados en estos conceptos deben realizar un período de formación previo en los mismos.

1.2.1 Bibliografía utilizada

- [1] R.K. Livesley, "Métodos matriciales para cálculo de estructuras", Blume, 1970.
- [2] B. Suárez, "Libro de Estructuras II", Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Cataluña, Gran Capitán s/n, Barcelona, España.
- [3] Libro de la Asignatura: "Introducción al Método de los Elementos Finitos", Oñate Ibáñez, Eugenio y Zárte, Francisco; CIMNE

Realización de prácticas sobre cálculo matricial de estructuras con el programa de ordenador educativo Ed-Tridim entregado con la documentación del Programa. (**Ed-Tridim**: Programa educativo para análisis de estructuras de barras por métodos matriciales, CIMNE, Barcelona 1999).

1.3 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS
- 2) CONCEPTOS FUNDAMENTALES DEL ANÁLISIS MATRICIAL DE ESTRUCTURAS DE BARRAS
- 3) ANALOGÍA CON EL ANÁLISIS MATRICIAL DE OTROS SISTEMAS DISCRETOS
- 4) ETAPAS FUNDAMENTALES DEL ANÁLISIS MATRICIAL DE UN SISTEMA

DISCRETO

- 5) MÉTODO DIRECTO DE OBTENCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ Y EL VECTOR DE FUERZAS GLOBALES
- 6) INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS PARA ANÁLISIS DE SISTEMAS CONTINUOS

1.4 PLAN DE ESTUDIO DEL TEMA 1

1.4.1 Recapitulación de conceptos sobre análisis matricial de sistemas discretos (Aptdo. 1.1)

- Estudiar los conceptos de matriz de rigidez y de vector de fuerzas en los nudos de un elemento discreto y el ensamblaje del sistema de ecuaciones matriciales global
- Realización del Problema 1.1
- Resolver diversos problemas de análisis matricial de estructuras de barra utilizando el programa educativo Ed-Tridim

1.4.2 Introducción al MEF (Aptdo. 1.2)

- Estudiar las etapas del MEF y su analogía con las del análisis de sistemas discretos por técnicas matriciales.

1.5 CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS EN EL TEMA 1

- Análisis de sistemas discretos por métodos matriciales. Teoría y práctica
 - Concepto general sobre el MEF
-

Tema 2

RESOLUCIÓN POR EL MEF DE PROBLEMAS UNIDIMENSIONALES. APLICACIÓN A LA ECUACIÓN DE POISSON

2.1 OBJETIVOS

Se estudia la técnica general para transformar las ecuaciones diferenciales que gobiernan un sistema continuo en una forma integral equivalente utilizando el método de residuos ponderados (MRP). Para mayor concreción se estudia la solución de problemas gobernados por la ecuación de Poisson unidimensional, combinando el MRP con aproximaciones de la incógnita por desarrollos de Fourier y polinomios. Tras estos problemas, se estudia el MEF como un caso particular del procedimiento anterior, en el que el MRP se combina con aproximaciones polinómicas definidas localmente dentro de cada elemento. Se estudia con detalle la solución del problema de Poisson 1D con elementos finitos de dos nodos y se estudian varios problemas de aplicación.

2.2 CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

- Se requiere un buen conocimiento sobre análisis de sistemas discretos para métodos matriciales (Tema 1)
- Se requiere un buen conocimiento sobre diferenciación e integración (a nivel de estudios universitarios)

2.2.1 Bibliografía utilizada

- [1] O.C. Zienkiewicz y R.L. Taylor, "El método de elementos finitos", Vol. I, CIMNE/McGraw Hill, Barcelona 1994.
- [2] O.C. Zienkiewicz and K. Morgan, "Finite elements and approximations", J.Wiley, 1980.
- [3] Libro de la Asignatura: "Introducción al Método de los Elementos Finitos", Oñate Ibáñez, Eugenio y Zárate, Francisco; CIMNE

2.3 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) INTRODUCCIÓN: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS 1D POR EL MEF
- 2) MÉTODO DE RESIDUOS PONDERADOS
 - i) Aproximación de la incógnita. Residuos ponderados
 - ii) Aplicación del MRP a la resolución de la ecuación unidimensional de transmisión de calor por conducción
 - iii) Definición global de las funciones de forma

- iv) Método de colocación puntual
- v) Método de colocación por subdominios
- vi) Método de Galerkin
- vii) Método de mínimos cuadrados
- 3) PLANTEAMIENTO DE LA SOLUCIÓN GENERAL DEL PROBLEMA
- 4) CONDICIÓN DE INTEGRABILIDAD
- 5) FORMA DÉBIL DEL MÉTODO DE RESIDUOS PONDERADOS
 - i) Condición de contorno natural
 - ii) Discretización de la forma débil
- 6) DEDUCCIÓN DEL PRINCIPIO DE LOS TRABAJOS VIRTUALES A TRAVÉS DEL MÉTODO DE LOS RESIDUOS PONDERADOS
- 7) EL PTV EN PROBLEMAS DE POISSON
- 8) EL MEF EN PROBLEMAS DE POISSON UNIDIMENSIONALES
 - i) Discretización del dominio. Definición "local" de las funciones de forma
 - ii) Obtención del sistema de ecuaciones algebraicas. Solución de la ecuación de Poisson 1D con un elemento de dos nodos
 - iii) Solución de la ecuación de Poisson 1D con dos elementos de dos nodos
- 9) GENERALIZACIÓN DE LA SOLUCIÓN CON VARIOS ELEMENTOS DE DOS NODOS

2.4 PLAN DE ESTUDIO DEL TEMA 2

2.4.1 La ecuación de Poisson (Aptdo. 2.2)

- Estudiar la obtención de la ecuación de Poisson utilizando técnicas de balance de flujo sobre un dominio unidimensional

2.4.2 Método de residuos ponderados (Aptdos. 2.3, 2.4 y 2.5)

- Estudiar las distintas variables del método de residuos ponderados (MRP) y su aplicación a la solución del problema de Poisson 1D utilizando aproximaciones de la incógnita por series de Fourier

2.4.3 Forma débil del MRP (Aptdo. 2.6)

- Estudiar la obtención de la forma débil del MRP y las diferentes condiciones de continuidad, así como el concepto de condición de contorno natural.

2.4.4 Discretización de la forma débil (Aptdo. 2.7)

- Estudiar la obtención de las ecuaciones de la discretización a partir de la forma débil del MRP. Resolver los Problemas 2.4 y 2.5.

2.4.5 Deducción de principio de los trabajos virtuales a partir del MRP (Aptdos. 2.7b y 2.8)

- Estudiar la obtención del principio de los trabajos virtuales a partir de la forma débil del método de residuos ponderados. Estudiar el proceso de análisis para una barra de tracción (Aptdo. 2.7) y un problema de flujo (Aptdo. 2.8).

2.4.6 El método de elementos finitos en problemas unidimensionales (Aptdos. 2.9 y 2.10)

- Estudiar la obtención de las ecuaciones del MEF para el problema de Poisson 1D utilizando elementos matriciales de dos nodos partiendo de la forma débil del MRP. Estudiar la obtención de las funciones de forma (Aptdo. 2.9.1) y la del sistema de ecuaciones global resolviendo el Problema de la Figura 2.10 con mallas de uno y dos elementos de dos nodos (Aptdos. 2.9.2 y 2.9.3)
- Estudiar también el proceso de generalización de la solución del MEF utilizando varios elementos de dos nodos (Aptdo. 2.9.4)

2.5 CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS EN EL TEMA 2

- Concepto y aplicación del método de residuos ponderados (MRP) para la solución de ecuaciones diferenciales
 - Ventajas de la forma débil del MRP. Aplicación a la obtención del principio de los trabajos virtuales
 - Solución de la ecuación de Poisson 1D con elementos finitos unidimensionales de dos nodos
-

Tema 3

ELEMENTOS FINITOS UNIDIMENSIONALES MÁS AVANZADOS

3.1 OBJETIVOS

Se estudia la obtención general de funciones de forma de elementos unidimensionales de órdenes de aproximación superior (cuadrático, cúbico, etc.). Se estudia el concepto de interpolación paramétrica e isoparamétrica y el de integración numérica para cálculo numérico de las integrales del elemento. Finalmente, se describen las condiciones que deben cumplir la aproximación del MEF y los tipos de error más usuales en el MEF.

3.2 CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

- Tema 2
- Concepto de derivada e integral a nivel de estudios universitarios
- Concepto de error de una aproximación

3.2.1 Bibliografía utilizada

- [1] O.C. Zienkiewicz y R.L. Taylor, "El método de elementos finitos", Vol. I, CIMNE/McGraw Hill, Barcelona 1994.
- [2] O.C. Zienkiewicz and K. Morgan, "Finite elements and approximations", J. Wiley, 1980.
- [3] R.D. Cook, D.S. Malkus and M.E. Pleska, "Concepts and applications of finite element analysis", 4 ed., J. Wiley, 1989.
- [4] A. Ralston, "Introducción al análisis numérico", Limusa-Wiley, 1970.
- [5] Libro de la Asignatura: "Introducción al Método de los Elementos Finitos", Oñate Ibáñez, Eugenio y Zárte, Francisco; CIMNE.

3.3 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) INTRODUCCIÓN: ELEMENTOS FINITOS 1D AVANZADOS
- 2) ELEMENTOS UNIDIMENSIONALES DE CLASE C^0 . ELEMENTOS LAGRANGIANOS
- 3) FORMULACIÓN ISOPARAMÉTRICA E INTEGRACIÓN NUMÉRICA
 - i) Concepto de interpolación paramétrica
 - ii) Formulación isoparamétrica del elemento de dos nodos
 - iii) Formulación isoparamétrica del elemento cuadrático de tres nodos
- 4) INTEGRACIÓN NUMÉRICA
- 5) CÁLCULO DE LAS MATRICES Y VECTORES DE UN E-LLEMENTO

ISOPARAMÉTRICO UNIDIMENSIONAL PARA SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE POISSON

- i) Interpolación de la incógnita
- ii) Interpolación de la geometría
- iii) Interpolación del gradiente
- iv) Cálculo del flujo
- v) Matriz de rigidez del elemento
- vi) Vector de fuerzas nodales equivalentes
- 6) ORGANIZACIÓN FUNDAMENTAL DE UN PROGRAMA DE ELEMENTOS FINITOS PARA SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE POISSON 1D
- 7) SELECCIÓN DEL TIPO DE ELEMENTO
- 8) REQUISITOS PARA LA CONVERGENCIA DE LA SOLUCIÓN
- 9) OTROS REQUISITOS DESEABLES PARA LA APROXIMACIÓN DE ELEMENTOS FINITOS
 - i) Condición de estabilidad
 - ii) Condición de invarianza
- 10) CONSIDERACIONES SOBRE COMPATIBILIDAD Y EQUILIBRIO DE LA SOLUCIÓN
- 11) CONDICIONES PARA LA CONVERGENCIA DE LOS ELEMENTOS ISOPARAMÉTRICOS
- 12) TIPOS DE ERROR EN LA SOLUCIÓN DE ELEMENTOS FINITOS
 - i) Error de discretización
 - ii) Error de aproximación de la geometría
 - iii) Error en el cálculo de las integrales del elemento
 - iv) Errores en la solución del sistema de ecuaciones
 - v) Errores asociados a la ecuación constitutiva

3.4 PLAN DE ESTUDIO DEL TEMA 3

3.4.1 Obtención de las funciones de forma de elementos unidimensionales lagrangianos de clase C^0 (Aptdo. 3.2)

- Estudiar el concepto de aproximación de Lagrange y de elemento Lagrangiano. Practicar la obtención de las funciones de forma de los elementos unidimensionales lineal, cuadrático y cúbico. Resolver el Problema 3.1

3.4.2 Formulación isoparamétrica (Aptdo. 3.3)

- Estudiar el concepto de interpolación paramétrica e isoparamétrica. Resolver el Problema 3.4. Formular los elementos de dos y tres nodos en forma isoparamétrica.

3.4.3 Integración numérica (Aptdo. 3.4)

- Estudiar el concepto de integración numérica
- Ampliar el concepto utilizando el libro de Ralston (ver bibliografía) Resolver los Problemas del Problema 3.4.

3.4.4 Obtención de las matrices y vectores de un elemento unidimensional isoparamétrico para la solución de la ecuación de Poisson (Aptdos. 3.5 y 3.6)

- Estudiar la metodología para la interpretación de la incógnita, la geometría, el gradiente y el flujo, así como para el cálculo de la matriz de rigidez y el vector de fuerzas nodales equivalentes en elementos unidimensionales utilizando una formulación isoparamétrica. Resolver el Problema 3.4 y estudiar la organización fundamental de un programa de ordenador para solución de la ecuación de Poisson con elementos isoparamétricos unidimensionales.

3.4.5 Selección del tipo de elemento y requisitos de la aproximación del MEF (Aptdos. 3.7 - 3.11)

- Estudiar las normas generales para la selección de un elemento finito (Aptdo. 3.7) y los requisitos que debe cumplir la aproximación del MEF para obtener convergencia en la solución (Aptdo. 3.8). Practicar el criterio de la parcela en el Problema 3.5. Estudiar otros requisitos deseables para la aproximación del MEF (Aptdo. 3.9), las condiciones usuales de compatibilidad y equilibrio de la solución del MEF (Aptdo. 3.10) y las condiciones de convergencia de los elementos isoparamétricos (Aptdo. 3.11).

3.4.6 Tipos de error en el MEF (Aptdo. 3.12)

- Estudiar los tipos de error más usuales en la solución del MEF.

3.5 CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS EN EL TEMA 3

- Obtención general de las funciones de forma de elementos unidimensionales lagrangianos
- Elementos isoparamétricos unidimensionales
- Integración numérica
- Formulación general de un elemento unidimensional isoparamétrico para la solución de la ecuación de Poisson
- Condiciones de la aproximación del MEF
- Tipos de error más usuales en el MEF

Tema 4

APLICACIÓN DEL MEF A LA ECUACIÓN DE POISSON EN DOS DIMENSIONES

4.1 OBJETIVOS

Estudiar la obtención general de las ecuaciones del MEF para la solución de la ecuación de Poisson en dominios bidimensionales, partiendo de la forma débil del método de residuos ponderados. Particularizar todas las expresiones para el sencillo elemento triangular de tres nodos

4.2 CONOCIMIENTOS PREVIOS

- Temas 1, 2 y 3
- Concepto de derivada e integral a nivel de estudios universitarios

4.2.1 Bibliografía utilizada

- [1] O.C. Zienkiewicz y R.L. Taylor, "El método de elementos finitos", Vol. I, CIMNE/McGraw Hill, Barcelona 1994.
- [2] O.C. Zienkiewicz and K. Morgan, "Finite elements and approximations", J. Wiley, 1980.
- [3] Libro de la Asignatura: "Introducción al Método de los Elementos Finitos", Oñate Ibáñez, Eugenio y Zárte, Francisco; CIMNE

4.3 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) INTRODUCCIÓN: APLICACIÓN DEL MEF A LA ECUACIÓN DE POISSON 2D
- 2) ECUACIÓN ESTACIONARIA DE POISSON EN DOS DIMENSIONES
- 3) RESOLUCIÓN POR EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS
 - i) Forma integral del MRP
 - ii) Discretización por el MEF
- 4) ELEMENTO TRIANGULAR DE TRES NODOS
 - i) Matriz de rigidez elemental
 - ii) Vector de flujos equivalentes nodales

4.4 PLAN DE ESTUDIO DEL TEMA 4

4.4.1 Ecuación de Poisson en dos dimensiones (Aptdo. 4.2)

- Obtener la ecuación de Poisson y sus condiciones de contorno bidimensionales mediante balance de flujos en dominios infinitesimales con ayuda de la Figura 3.1
- Resolución de la ecuación de Poisson en 2D por el MEF (Aptdo. 4.3)

- Estudiar la forma débil del MRP para la ecuación de Poisson 2D. Obtener las ecuaciones generales de la matriz de rigidez y del vector de fuerzas nodales equivalentes para un elemento finito bidimensional genérico.

4.4.2 Elemento triangular de tres nodos para el problema de Poisson 2D (Aptdo. 4.4)

- Obtener las funciones de forma del triángulo de tres nodos, así como las expresiones de la matriz de rigidez y del vector de fuerzas nodales equivalentes. Resolver el Problema 4.1.

4.5 CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS EN EL TEMA 4

- Formulación del problema de Poisson en 2D
 - Obtención general de las ecuaciones del MEF para el problema de Poisson en 2D
 - Particularización de las expresiones del MEF para el elemento triangular de tres nodos
-

Tema 5

APLICACIÓN DEL MEF A LA ECUACIÓN DE POISSON EN TRES DIMENSIONES

5.1 OBJETIVOS

Obtener de forma general las ecuaciones del MEF para la solución de la ecuación de Poisson en 3D. Particularizar las expresiones para el tetraedro de cuatro nodos

5.2 CONOCIMIENTOS PREVIOS

- Temas 1, 2, 3 y 5
- Conceptos de derivada e integral a nivel de estudios universitarios

5.2.1 Bibliografía utilizada

- [1] O.C. Zienkiewicz y R.L. Taylor, "El método de elementos finitos", Vol. I, CIMNE/McGraw Hill, Barcelona 1994.
- [2] O.C. Zienkiewicz and K. Morgan, "Finite elements and approximations", J. Wiley, 1980.
- [3] Libro de la Asignatura: "Introducción al Método de los Elementos Finitos", Oñate Ibáñez, Eugenio y Zárte, Francisco; CIMNE

5.3 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) INTRODUCCIÓN: APLICACIÓN DEL MEF A LA ECUACIÓN DE POISSON 3D
- 2) ECUACIÓN ESTACIONARIA DE POISSON EN TRES DIMENSIONES
- 3) RESOLUCIÓN POR EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS
 - i) Forma integral débil
 - ii) Discretización en elementos finitos
- 4) ELEMENTO TETRAÉDRICO DE CUATRO NODOS

5.4 PLAN DE ESTUDIO DE TEMA 5

5.4.1 Ecuación de Poisson en tres dimensiones (Aptdo. 5.2)

- Obtener la ecuación de Poisson y sus condiciones de contorno en un dominio tridimensional mediante balance de flujo en dominios infinitesimales.

5.4.2 Resolución de la ecuación de Poisson 3D por el MEF (Aptdo. 5.3)

- Obtener la forma débil del MRP para la ecuación de Poisson 3D. Obtener las ecuaciones generales de la matriz de rigidez y del vector de fuerzas nodales equivalentes para un elemento finito tridimensional genérico.

5.4.3 Elemento tetraédrico de cuatro nodos para el problema de Poisson 3D (Aptdo. 5.4)

- Obtener las funciones de forma del tetraedro de cuatro nodos, así como las expresiones de la matriz de rigidez y del vector de fuerzas nodales equivalentes.

5.5 CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS EN EL TEMA 5

- Formulación del problema de Poisson en 3D
 - Obtención general de las ecuaciones del MEF para el problema de Poisson en 3D
 - Particularización de las expresiones del MEF para el tetraedro de cuatro nodos
-

Tema 6

FORMULACIÓN MATRICIAL DE LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE POISSON POR EL MEF

6.1 OBJETIVOS

Plantear la solución general del problema de Poisson en 1D, 2D y 3D por el MEF utilizando una formulación matricial

6.2 CONOCIMIENTOS PREVIOS

- Temas 1-5
- Conceptos de álgebra matricial

6.2.1 Bibliografía utilizada

- [1] O.C. Zienkiewicz y R.L. Taylor, "El método de elementos finitos", Vol. I, CIMNE/McGraw Hill, Barcelona 1994.
- [2] E. Hinton and D.R. Owen, "An introduction to the finite element computations", Pineridge Press, 1979.
- [3] Libro de la Asignatura: "Introducción al Método de los Elementos Finitos", Oñate Ibáñez, Eugenio y Zárte, Francisco; CIMNE.

6.3 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) INTRODUCCIÓN: FORMULACIÓN MATRICIAL POR EL MEF DE LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE POISSON
- 2) PLANTEAMIENTO MATRICIAL DE LA ECUACIÓN DE POISSON
- 3) FORMA INTEGRAL DÉBIL
- 4) FORMA MATRICIAL DE LAS ECUACIONES DEL MEF
- 5) OBTENCIÓN DE LAS ECUACIONES MATRICIALES DE EQUILIBRIO A PARTIR DE LA SUMA DE FLUJOS NODALES
 - i) Elemento unidimensional de dos nodos

6.4 PLAN DE ESTUDIO DEL TEMA 6

6.4.1 Planteamiento matricial de la ecuación de Poisson (Aptdo. 6.2)

- Obtener la forma matricial de la ecuación de Poisson y sus condiciones de contorno.

6.4.2 Expresión matricial de la forma integral débil (Aptdo. 6.3)

- Obtener la forma débil del método de residuos ponderados para la ecuación de Poisson utilizando una formulación matricial.

6.4.3 Forma matricial de las ecuaciones del MEF (Aptdo. 6.4)

- Obtener mediante la formulación matricial las ecuaciones generales de la aproximación del MEF para el problema de Poisson, incluyendo la expresión de la matriz de rigidez y del vector de fuerzas nodales equivalentes del elemento.

6.4.4 Obtención de las ecuaciones matriciales de equilibrio a partir de la suma de flujos nodales (Aptdo. 6.5)

- Estudiar la obtención de las ecuaciones matriciales de equilibrio global en el MEF a partir del concepto de equilibrio de flujos en cada uno de los nodos. Estudiar la aplicación al elemento unidimensional de dos nodos y al triángulo de tres nodos.

6.5 CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS EN EL TEMA 6

- Planteamiento matricial de la ecuación de Poisson
 - Obtención de la expresión matricial de la forma integral débil del método de residuos ponderados
 - Obtención de las ecuaciones matriciales de equilibrio a partir de la suma de flujos nodales
-

Tema 7

OBTENCIÓN DE LAS FUNCIONES DE FORMA DE ELEMENTOS BI Y TRIDIMENSIONALES DE CLASE C^0

7.1 OBJETIVOS

En este tema se estudia la obtención de las funciones de forma de elementos bi y tridimensionales de clase C^0 . En un Tema posterior se estudia la utilización de dichos elementos al caso de elementos con lados y caras curvas haciendo uso del concepto de interpolación isoparamétrica.

7.2 CONOCIMIENTOS PREVIOS

- Temas 1-6
- Conceptos de interpolación polinomial

7.2.1 Bibliografía utilizada

- [1] O.C. Zienkiewicz y R.L. Taylor, "El método de elementos finitos", Vol. I, CIMNE/McGraw Hill, Barcelona 1994.
- [2] Libro de la Asignatura: "Introducción al Método de los Elementos Finitos", Oñate Ibáñez, Eugenio y Zárate, Francisco; CIMNE.

7.3 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) INTRODUCCIÓN: OBTENCIÓN DE LAS FUNCIONES DE FORMA DE ELEMENTOS 2D Y 3D DE CLASE C^0
- 2) POLINOMIOS COMPLETOS EN DOS DIMENSIONES TRIÁNGULO DE PASCAL
- 3) FUNCIONES DE FORMA DE ELEMENTOS RECTANGULARES DE CLASE C^0 COORDENADAS NATURALES EN DOS DIMENSIONES
- 4) ELEMENTOS RECTANGULARES LAGRANGIANOS
 - i) Elemento rectangular lagrangiano de cuatro nodos
 - ii) Elemento rectangular lagrangiano cuadrático de nueve nodos
 - iii) Elemento rectangular lagrangiano cúbico de dieciséis nodos
 - iv) Otros elementos rectangulares de la familia de Lagrange
- 5) ELEMENTOS RECTANGULARES SERENDÍPITOS
 - i) Elemento rectangular serendípito cuadrático de ocho nodos
 - ii) Elemento rectangular serendípito cúbico de doce nodos
 - iii) Elemento rectangular serendípito de cuarto grado de diecisiete nodos
- 6) FUNCIONES DE FORMA DE ELEMENTOS TRIANGULARES

- i) Coordenadas de área
- ii) Expresión general de las funciones de forma de un elemento triangular completo
- iii) Funciones de forma del elemento triangular lineal de tres nodos
- iv) Funciones de forma del elemento triangular cuadrático de seis nodos
- v) Funciones de forma del elemento triangular cúbico de diez nodos
- vi) Utilización de coordenadas naturales
- 7) FUNCIONES DE FORMA DE ELEMENTOS TRIDIMENSIONALES
- 8) ELEMENTOS HEXAÉDRICOS RECTOS
- 9) ELEMENTOS HEXAÉDRICOS RECTOS LAGRANGIANOS
 - i) Elemento hexaédrico recto lagrangiano lineal de ocho nodos
 - ii) Elemento hexaédrico recto lagrangiano cuadrático de veintisiete nodos
 - iii) Otros elementos hexaédricos rectos lagrangianos de órdenes superiores
- 10) ELEMENTOS HEXAÉDRICOS RECTOS SERENDÍPITOS
 - i) Elemento hexaédrico recto serendípito de veinte nodos
 - ii) Elemento hexaédrico recto serendípito cúbico de treinta y dos nodos
- 11) ELEMENTOS TETRAÉDRICOS DE LADOS RECTOS
 - i) Coordenadas de volumen
 - ii) Funciones de forma del elemento tetraédrico cuadrático de diez nodos
 - iii) Funciones de forma del elemento tetraédrico cúbico de veinte nodos

7.4 PLAN DE ESTUDIO DEL TEMA 7

7.4.1 Elementos rectangulares lagrangianos (Aptdo. 7.4)

- Estudiar la obtención de las funciones de forma de los elementos rectangulares lagrangianos de 4, 9 y 16 nodos.

7.4.2 Elementos rectangulares serendípitos (Aptdo. 7.5)

- Estudiar la obtención de las funciones de forma de los elementos rectangulares de 4, 8, 12 y 17 nodos.

7.4.3 Funciones de forma de elementos triangulares (Aptdo. 7.6)

- Estudiar la obtención de las funciones de forma de los elementos triangulares de 3, 6 y 10 nodos. Estudiar asimismo el concepto de coordenadas de área y coordenadas naturales en elementos triangulares.

7.4.4 Elementos hexaédricos lagrangianos (Aptdo. 7.7-7.9)

- Estudiar la obtención de las funciones de forma de los elementos hexaédricos lagrangianos de 8 y 27 nodos.

7.4.5 Elementos hexaédricos rectos serendípitos (Aptdo. 7.10)

- Estudiar la obtención de las funciones de forma de los elementos hexaédricos serendípitos de 8 y 20 y 32 nodos.

7.4.6 Elementos tetraédricos de lados rectos (Aptdo. 7.11)

- Estudiar el concepto de coordenadas de volumen y coordenadas naturales en tetraedros. Detallar la obtención de las funciones de forma de los elementos tetraédricos de 4 y 10 nodos.

7.5 CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS EN EL TEMA 7

- Concepto de elemento rectangular lagrangiano y serendípito
 - Funciones de forma de elementos rectangulares lagrangianos y serendípitos de clase C^0
 - Concepto de coordenadas de áreas naturales y triangulares
 - Funciones de forma de elementos triangulares de clase C^0
 - Funciones de forma de elementos hexaédricos lagrangianos y serendípitos de clase C^0
 - Concepto de coordenadas de volumen y naturales en tetraedros
 - Funciones de forma de elementos tetraédricos de clase C^0
-

Tema 8

ELEMENTOS ISOPARAMÉTRICOS BI Y TRIDIMENSIONALES

8.1 OBJETIVOS

Se estudia el concepto de interpolación isoparamétrica para formular elementos con geometría arbitraria en dos y tres dimensiones. Se explica el concepto de integración numérica para el cálculo de las integrales elementales de un programa de ordenador para análisis del problema de Poisson en elementos de geometría arbitraria.

8.2 CONOCIMIENTOS PREVIOS

- Temas 1-7
- Concepto de interpolación polinomial
- Concepto de interpolación numérica

8.2.1 Bibliografía utilizada

- [1] O.C. Zienkiewicz y R.L. Taylor, "El método de elementos finitos", Vol. I, CIMNE/McGraw Hill, Barcelona 1994.
- [2] E. Hinton and D.R. Owen, "An introduction to the finite element computations", Pineridge Press, 1979.
- [3] Libro de la Asignatura: "Introducción al Método de los Elementos Finitos", Oñate Ibáñez, Eugenio y Zárata, Francisco; CIMNE.

8.3 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) INTRODUCCIÓN: ELEMENTOS ISOPARAMÉTRICOS 2D Y 3D
- 2) ELEMENTOS CUADRILÁTEROS ISOPARAMÉTRICOS
- 3) ELEMENTOS TRIANGULARES ISOPARAMÉTRICOS
- 4) INTEGRACIÓN NUMÉRICA EN DOS DIMENSIONES
 - i) Integración numérica en dominios cuadriláteros isoparamétricos
 - ii) Integración numérica sobre dominios triangulares isoparamétricos
- 5) SELECCIÓN DEL ORDEN DE INTEGRACIÓN
- 6) INTEGRACIÓN NUMÉRICA DE LAS MATRICES Y VECTORES DEL ELEMENTO
- 7) HEXAEDROS ISOPARAMÉTRICOS
- 8) TETRAEDROS ISOPARAMÉTRICOS
- 9) INTEGRACIÓN NUMÉRICA EN TRES DIMENSIONES
 - i) Elementos hexaédricos
 - ii) Elementos tetraédricos

- 10) INTEGRACIÓN NUMÉRICA DE LAS MATRICES Y VECTORES DE ELEMENTOS TRIDIMENSIONALES
 - i) Elementos hexaédricos
 - ii) Elementos tetraédricos
- 11) PROGRAMACIÓN DEL CÁLCULO DE K y f
 - i) Subrutina para cálculo de la matriz de rigidez K
 - ii) Subrutina para cálculo del vector de flujos nodales debidos a fuentes distribuidas

8.4 PLAN DE ESTUDIO DEL TEMA 8

8.4.1 Elementos cuadriláteros isoparamétricos (Aptdo. 8.2)

- Formular los elementos cuadriláteros isoparamétricos. Detallar la obtención de las matrices de rigidez de cuadriláteros isoparamétricos.

8.4.2 Elementos triangulares isoparamétricos (Aptdo. 8.3)

- Formular los elementos triangulares isoparamétricos. Detallar la obtención de las matrices de rigidez de triángulos isoparamétricos.

8.4.3 Integración numérica en dos dimensiones (Aptdos. 8.4-8.6)

- Estudiar el concepto de integración numérica sobre dominios bidimensionales. Explicar la integración numérica de la matriz de rigidez y el vector de fuerzas nodales equivalentes en elementos cuadriláteros y triangulares.

8.4.4 Hexaedros y tetraedros isoparamétricos (Aptdo. 8.7 y 8.8)

- Formular los elementos hexaédricos y tetraédricos isoparamétricos, detallándose la obtención de la matriz de rigidez elemental.

8.4.5 Integración numérica en tres dimensiones (Aptdo. 8.9 y 8.10)

- Estudiar el concepto de integración numérica de la matriz de rigidez y el vector de fuerzas experimentales nodales en elementos hexaédricos y tetraédricos.

8.4.6 Programación del cálculo de la matriz de rigidez y el vector de fuerzas nodales (Aptdo. 8.11)

- Estudiar los conceptos generales para programar el cálculo de la matriz de rigidez y el vector de fuerzas equivalentes nodales en elementos isoparamétricos.

8.5 CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS EN EL TEMA 8

- Concepto de cuadrilátero y triángulo isoparamétrico
- Integración numérica de las matrices y vectores en elementos bidimensionales isoparamétricos
- Concepto de hexaedro y tetraedro isoparamétrico
- Integración numérica de las matrices y vectores de elementos isoparamétricos tridimensionales

- Programación de la matriz de rigidez y del vector de fuerzas nodales en elementos isoparamétricos.
-

Tema 9

PROBLEMAS DE ELASTICIDAD BIDIMENSIONAL

9.1 OBJETIVOS

Se introducen los conceptos esenciales para la solución de problemas de elasticidad bidimensional (tensión y deformación plana) por el MEF. Se detalla la obtención de las ecuaciones de rigidez para el elemento triangular de tres nodos. Este tema es introductorio para el estudio del cálculo de estructuras por el MEF.

9.2 CONOCIMIENTOS PREVIOS

- Temas 1-8
- Conocimiento de mecánica del sólido
- Conocimiento de cálculo matricial de estructuras

9.2.1 Bibliografía utilizada

- [1] O.C. Zienkiewicz y R.L. Taylor, "El método de elementos finitos", Vol. I, CIMNE/McGraw Hill, Barcelona 1994.
- [2] Libro de la Asignatura: "Introducción al Método de los Elementos Finitos", Oñate Ibáñez, Eugenio y Zárte, Francisco; CIMNE.

9.3 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) INTRODUCCIÓN: PROBLEMAS DE ELASTICIDAD 2D
- 2) ESTADO DE TENSIÓN PLANA Y DE DEFORMACIÓN PLANA
- 3) CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE LA TEORÍA DE LA ELASTICIDAD BIDIMENSIONAL
 - i) Campo de desplazamientos
 - ii) Campo de deformaciones
 - iii) Relación entre tensiones y deformaciones
- 4) OBTENCIÓN DEL PRINCIPIO DE LOS TRABAJOS VIRTUALES
- 5) DISCRETIZACIÓN CON TRIÁNGULOS LINEALES
 - i) Discretización del campo de desplazamientos
 - ii) Discretización del campo de deformaciones
 - iii) Discretización del campo de tensiones
 - iv) Conclusión
 - v) Obtención de las relaciones de equilibrio y ecuaciones de la discretización
 - vi) Ensamblaje
 - vii) Particularización de las ecuaciones para el elemento triangular de tres nodos
 - viii) Vectores de fuerzas nodales equivalentes del elemento

- ix) Consideraciones finales
 - x) Breve ejemplo de ensamblaje
- 6) ETAPAS FUNDAMENTALES EN LA APLICACIÓN DEL MEF EN PROBLEMAS DE ELASTICIDAD BIDIMENSIONAL

9.4 PLAN DE ESTUDIO DEL TEMA 9

9.4.1 Conceptos fundamentales de la teoría de elasticidad bidimensional (Aptlo. 9.2 y 9.3)

- Estudiar el concepto de tensión y deformación plana. Obtener las ecuaciones cinemáticas y constitutivas en problemas de elasticidad bidimensional.

9.4.2 Obtención del principio de trabajos virtuales (Aptdo. 9.4)

- Obtener la forma integral del principio de trabajos virtuales a partir de las ecuaciones diferenciales de equilibrio y el método de residuos ponderados.

9.4.3 Análisis de problemas de elasticidad plana con triángulos lineales (Aptdos. 9.5)

- Estudiar la obtención de las expresiones matriciales fundamentales. Profundizar en los conceptos de función de forma, matriz de deformación, matriz de rigidez y vector de fuerzas nodales equivalentes para la solución de problemas de tensión y deformación plana con elementos triangulares de tres nodos.

9.5 CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS EN EL TEMA 9

- Concepto de tensión y deformación plana
- Obtención del principio de trabajos virtuales a partir del método de residuos ponderados
- Formulación del triángulo lineal para análisis de problemas de elasticidad bidimensional.

MASTER EN MÉTODOS NUMÉRICOS PARA CÁLCULO Y DISEÑO EN INGENIERÍA

GUÍA DE LA ASIGNATURA TÉCNICAS DE CÁLCULO NUMÉRICO

Profesores
Antonio Huerta
Antonio Rodríguez-Ferrán

TEMARIO DE LA ASIGNATURA

TÉCNICAS DE CÁLCULO NUMÉRICO **Presentación y objetivos de la asignatura**

Tema 1: **ERRORES**

Tema 2: **SISTEMAS LINEALES DE ECUACIONES**

Tema 3: **APROXIMACIÓN E INTERPOLACIÓN**

Tema 4: **INTEGRACIÓN NUMÉRICA**

Tema 5: **EL MÉTODO DE LAS DIFERENCIAS FINITAS**

TÉCNICAS DE CÁLCULO NUMÉRICO

PRESENTACIÓN Y OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA

Técnicas de Cálculo Numérico es una asignatura de la primera parte del Master. El objetivo consiste en estudiar los métodos numéricos que tienen mayor relevancia en el cálculo y diseño en ingeniería: los problemas de contorno y valor inicial para ecuaciones de conservación.

La asignatura consta de cinco temas. Se empieza con el estudio de los *Errores* asociados a la utilización de ordenadores digitales –y, por consiguiente, de precisión finita– como herramienta de cálculo. Se sigue con *Sistemas lineales de ecuaciones*, el tema fundamental de la asignatura, ya que los sistemas de ecuaciones están presentes en casi todas las aplicaciones de los métodos numéricos en ingeniería. A continuación se estudian la *Aproximación e interpolación* y la *Integración numérica*, dos temas de carácter auxiliar pero al mismo tiempo fundamentales para conocer los errores de aproximación. Para terminar, se aborda el *Método de las diferencias finitas*, una técnica clásica de resolución numérica de ecuaciones en derivadas parciales, que permite discutir la problemática asociada a la discretización espacial y la discretización temporal que se plantea también en el método de los elementos finitos.

Esta asignatura tiene muchos puntos de conexión con la asignatura *Programación y Cálculo Matricial*. De hecho, las aplicaciones prácticas de los métodos estudiados en *Técnicas de Cálculo Numérico* se hacen en los trabajos prácticos de *Programación y Cálculo Matricial*.

Para cada tema, se indican los objetivos, la bibliografía y el plan de estudios. El plan de estudios está dividido en unidades diseñadas de forma tal que puedan ser abordadas por el estudiante de manera adecuada. Se resuelven también una serie de problemas prácticos de carácter numérico.

Una vez completado el plan de estudios correspondiente a un tema, es necesario desarrollar una serie de trabajos prácticos tendientes a aplicar los conceptos numéricos aprendidos.

El profesor responsable de la asignatura es Antonio Huerta. Otros profesores de la asignatura son Pedro Díez, Antonio Rodríguez-Ferran y Josep Sarraute.

El conjunto de Temas equivale a una docencia de 4,5 créditos (45 horas) y se espera que el alumno dedique un esfuerzo adicional importante de estudio, debido a la complejidad de los temas.

Tema 1. Errores

Objetivos

- Estudiar la aritmética finita empleada por los ordenadores para el almacenamiento de números, y los conceptos asociados: errores de redondeo; overflow; underflow; cifras significativas correctas.
- Estudiar los tipos de errores en cálculo numérico: errores de redondeo, errores inherentes y errores de truncamiento.
- Discutir las reglas prácticas de control y reducción de errores.

Bibliografía Utilizada

- [1] Huerta, A.; Sarrate, J.; Rodríguez-Ferran, A. *Métodos numéricos. Introducción, aplicaciones y programación*. Edicions UPC, 1999.

Plan de Estudio

Almacenamiento de números en el ordenador (referencia [1], apartado 4.2)

- Estudiar la expresión de un número en una base de numeración.
- Estudiar el almacenamiento de números enteros en el ordenador (subapartado 4.2.1).
- Estudiar el almacenamiento de números reales en el ordenador (subapartado 4.2.2).
- Estudiar los conceptos de overflow y underflow.
- Resolución de la serie de problemas 4.1.

Nociones fundamentales sobre errores (referencia [1], apartado 4.4)

- Estudiar las nociones de error absoluto y error relativo (subapartado 4.4.1).
- Estudiar el concepto de cifras significativas correctas y asociarlo al de error relativo (subapartado 4.4.1).
- Estudiar los tipos de errores en cálculo numérico: de redondeo o almacenamiento, inherentes o experimentales y de truncamiento (subapartado 4.4.2).
- Resolución de la serie de problemas 4.3

Control y reducción de errores (referencia [1], apartados 4.5 y 4.6)

- Estudiar cómo se propagan los errores en una operación (subapartados 4.5.1 a 4.5.6)
- Estudiar cómo se propagan los errores en una secuencia de operaciones (apartado 4.6)
- Resolución de la serie de problemas 4.4, 4.5 y 4.6

Tema 2. Sistemas lineales de ecuaciones

Objetivos

- Estudiar y clasificar los métodos numéricos de resolución de sistemas lineales de ecuaciones: métodos directos y métodos iterativos.
- Estudiar en detalle los métodos directos más utilizados: de eliminación (Gauss, Gauss-Jordan) y de descomposición o factorización (Crout, Cholesky).
- Estudiar los métodos iterativos clásicos (Jacobi, Gauss-Seidel).
- Estudiar en detalle los métodos iterativos específicos para matrices simétricas y definidas positivas (máximo descenso, gradientes conjugados).

Bibliografía Utilizada

- [1] Huerta, A.; Sarrate, J.; Rodríguez-Ferran, A. *Métodos numéricos. Introducción, aplicaciones y programación*. Edicions UPC, 1999.
- [2] Kincaid; D.; Cheney, W. *Análisis numérico. Las matemáticas del cálculo científico*. Addison-Wesley Iberoamericana, 1994.

Plan de Estudio

Introducción (referencia [1], apartado 6.1)

- Estudiar las nociones y notaciones fundamentales del álgebra lineal: vectores, matrices, producto escalar, norma euclídea (subapartado 6.1.1).
- Estudiar las estrategias clásicas de resolución de sistemas lineales (cálculo explícito de la matriz inversa, método de Cramer), y discutir su aplicabilidad para grandes sistemas de ecuaciones (subapartados 6.1.2 y 6.1.3).
- Estudiar un enfoque global de la resolución numérica de sistemas de ecuaciones (subapartado 6.1.4).

Métodos directos: resolución de sistemas triviales (referencia [1], apartado 6.2)

- Estudiar la clasificación de los métodos directos (subapartado 6.2.1).
- Estudiar los métodos de resolución de sistemas con solución inmediata: resolución desacoplada de cada ecuación, para matrices diagonales; sustitución hacia atrás, para matrices triangulares superiores; sustitución hacia adelante, para matrices triangulares inferiores (subapartado 6.2.2).

Métodos directos de eliminación (referencia [1], apartado 6.2)

- Estudiar los métodos de eliminación de Gauss y de Gauss-Jordan (subapartado 6.2.3.).
- Resolución del bloque de problemas 6.1.

Análisis matricial del método de Gauss (referencia [1], apartado 6.2)

- Estudiar el análisis matricial del método de Gauss, que lleva al método de Gauss compacto (subapartado 6.2.3).
- Estudiar las condiciones de aplicabilidad del método de Gauss sin pivotamiento (subapartado 6.2.3).

Métodos directos de descomposición (referencia [1], apartado 6.2)

- Estudiar el planteamiento general de los métodos de descomposición o factorización (subapartado 6.2.4).
- Estudiar el método de Crout, para matrices no simétricas (subapartado 6.2.3).
- Estudiar el método de Cholesky, para matrices simétricas y definidas positivas (subapartado 6.2.3).
- Resolución del bloque de problemas 6.3

Condicionamiento de una matriz (referencia [2], apartado 4.4)

- Estudiar las normas vectoriales y matriciales más usuales en cálculo numérico.

- Estudiar los conceptos de número de condición de una matriz, matriz mal condicionada (con número de condición alto) y matriz bien condicionada (número de condición pequeño), y relacionarlos con los errores de redondeo en la resolución numérica de un sistema de ecuaciones.

Métodos iterativos clásicos (referencia [2], apartado 4.6)

- Estudiar el planteamiento general y los conceptos fundamentales de resolución de sistemas lineales mediante métodos iterativos.
- Estudiar los métodos iterativos clásicos: Richardson, Jacobi y Gauss-Seidel.
- Estudiar la convergencia de los métodos iterativos clásicos, asociada al radio espectral de la matriz de iteración (teorema 5).
- Resolución de la serie de problemas 4.6.

Métodos iterativos para matrices simétricas y definidas positivas: introducción (referencia [2], apartado 4.7)

- Estudiar las propiedades de las matrices simétricas y definidas positivas, muy habituales en el cálculo numérico.
- Estudiar la equivalencia entre la resolución de un sistema de ecuaciones con matriz simétrica y definida positiva y la minimización de una forma cuadrática asociada.
- Estudiar el método del descenso más rápido, también llamado método del máximo descenso o del gradiente.
- Resolución de la serie de problemas 4.7.

El método del gradiente conjugado (referencia [2], apartado 4.7)

- Estudiar la noción de direcciones conjugadas asociadas a una matriz simétrica y definida positiva.
- Estudiar la convergencia en un número finito de iteraciones de los métodos de direcciones conjugadas (teorema 1).
- Estudiar en detalle el método del gradiente conjugado (o de los gradientes conjugados): planteamiento, algoritmo formal, código.
- Resolución de la serie de problemas 4.7.

Tema 3. Aproximación e interpolación

Objetivos

- Estudiar los principales métodos numéricos de aproximación de funciones, y clasificarlos según el tipo de función de aproximación (polinomios, funciones trigonométricas, splines) y según el criterio de aproximación (interpolación pura, mínimos cuadrados).
- Estudiar la interpolación polinómica pura (método de Lagrange y método de Newton) y discutir el error de truncamiento.
- Estudiar la aproximación por mínimos cuadrados.
- Estudiar la interpolación seccional (splines), empleada en el método de los elementos finitos.

Bibliografía

- [1] Burden, R.L.; Faires, J.D. *Análisis numérico*. Sexta edición. International Thomson Editores, 1998.
- [2] Kincaid; D.; Cheney, W. *Análisis numérico. Las matemáticas del cálculo científico*. Addison-Wesley Iberoamericana, 1994.

Plan de Estudio

Interpolación polinómica: introducción (referencia [1])

- Estudiar el polinomio de Taylor (tema 1, teorema 1.14)
- Estudiar la aproximación de una función, a partir del valor de la función y de sus derivadas en un punto, mediante un polinomio de Taylor (tema 3, introducción)
- Resolución del bloque de problemas 1.1.

Interpolación polinómica pura de Lagrange (referencia [1], apartado 3.1)

- Estudiar la interpolación polinómica pura: aproximación de una función mediante un polinomio a partir del valor de la función en varios puntos.
- Estudiar la obtención del polinomio interpolante de Lagrange y la expresión del error de truncamiento (teorema 3.3).
- Resolución del bloque de problemas 3.1.

Interpolación polinómica pura de Newton (referencia [1], apartado 3.2)

- Estudiar la notación de diferencias divididas.
- Estudiar la obtención del polinomio interpolante de Newton mediante diferencias divididas.
- Resolución del bloque de problemas 3.2.

Aproximación por mínimos cuadrados: introducción (referencia [1], apartado 8.1)

- Estudiar la regresión lineal, caso particular de aproximación por mínimos cuadrados: ajuste de un conjunto de datos mediante una recta (polinomio de grado 1). Interpretar la obtención de la recta, a partir de las llamadas ecuaciones normales, como la minimización de un error, definido como la suma de los cuadrados de las distancias entre los datos y la recta.
- Estudiar la aproximación por mínimos cuadrados para ajustar un conjunto de datos mediante un polinomio de grado superior a 1 (parábola, cúbica, etc.): definición del error para el problema discreto y obtención de las ecuaciones normales.
- Resolución del bloque de problemas 8.1.

Mínimos cuadrados: polinomios ortogonales (referencia [1], apartado 8.2)

- Estudiar la aproximación por mínimos cuadrados de una función cualquiera mediante un polinomio: definición del error para el problema continuo, obtención de las ecuaciones normales, dificultades numéricas causadas por el malcondicionamiento de la matriz de las ecuaciones normales (matriz de Hilbert).
- Estudiar los conceptos de funciones independientes, funciones ortogonales y funciones ortogonales.

- Estudiar la utilización de un conjunto de funciones ortogonales para efectuar una aproximación por mínimos cuadrados: procedimiento de ortogonalización de Gram-Schmidt, polinomios de Legendre, obtención de una matriz diagonal sin problemas de malcondicionamiento.
- Resolución del bloque de problemas 8.2.

Interpolación seccional o por splines (referencia [2], apartado 6.4)

- Estudiar la noción de función spline.
- Estudiar la obtención de splines de grado 0 y de grado 1.
- Estudiar la obtención de splines cúbicos (de grado 3): continuidad de la función y de sus derivadas primera y segunda en los nudos; condiciones adicionales en los nudos extremos; obtención de un sistema tridiagonal de ecuaciones que permite determinar la segunda derivada en los nudos interiores.
- Estudiar el spline cúbico natural (con segunda derivada nula en los nudos extremos) y sus propiedades de suavidad.
- Resolución de la serie de problemas 6.4.

Tema 4. Integración numérica

Objetivos

- Estudiar la integración numérica a partir de dos técnicas numéricas: el método de las aproximaciones rectangulares y la regla compuesta del trapecio.
- Estudiar la cuadratura numérica, los puntos de integración y los pesos de integración.
- Estudiar las cuadraturas de Newton-Cotes (puntos de integración equiespaciados).
- Estudiar las cuadraturas de Gauss (puntos de integración no equiespaciados), utilizadas en el método de los elementos finitos.

Bibliografía Utilizada

- [1] Huerta, A.; Sarrate, J.; RodríguezFerran, A. *Métodos numéricos. Introducción, aplicaciones y programación*. Edicions UPC, 1999.
- [2] Burden, R.L.; Faires, J.D. *Análisis numérico*. Sexta edición. International Thomson Editores, 1998.

Plan de Estudio

Nociones fundamentales de integración numérica (referencia [1], Capítulo 8)

- Estudiar la interpretación de la integral definida como área y estudiar dos técnicas de integración numérica: el método de las aproximaciones rectangulares (inferior y superior) y la regla compuesta del trapecio.
- Resolución de las series de problemas 8.1 y 8.2.

Cuadraturas de Newton-Cotes (referencia [2], apartado 4.3)

- Estudiar el enfoque de la integración numérica basado en la interpolación polinómica de Lagrange, mediante las reglas del trapecio (polinomio de grado 1) y de Simpson (polinomio de grado 2).
- Estudiar las cuadraturas (o fórmulas) cerradas de Newton-Cotes (puntos de integración equiespaciados, incluyendo los extremos del intervalo de integración). Interpretar las reglas del trapecio y de Simpson como casos particulares de las cuadraturas de Newton-Cotes, y estudiar la segunda regla de Simpson (o regla de Simpson 3/8, con polinomio de grado 2).
- Estudiar las cuadraturas abiertas de Newton-Cotes (puntos de integración equiespaciados, sin incluir los extremos del intervalo de integración).
- Resolución del bloque de problemas 4.3.

Reglas compuestas de integración numérica (referencia [2], apartado 4.4)

- Estudiar las reglas compuestas de integración numérica, basadas en subdividir el intervalo de integración en varios subintervalos.
- Interpretar la regla compuesta del trapecio, ya estudiada, como un caso particular (con polinomios de grado 1 en cada subintervalo).
- Resolución del bloque de problemas 4.4

Cuadraturas de Gauss (referencia [2], apartado 4.7)

- Estudiar el enfoque de las cuadraturas gaussianas, basadas en escoger de forma óptima los puntos de integración (en lugar de tomar puntos equiespaciados).
- Estudiar las cuadraturas de Gauss con 2, 3, 4 y 5 puntos de integración, utilizadas para el cálculo de matrices de rigidez en el método de los elementos finitos
- Resolución del bloque de problemas 4.7.

Tema 5. El método de las diferencias finitas

Objetivos

- Estudiar las nociones sobre ecuaciones en derivadas parciales (EDP).
- Estudiar las ideas principales del método de las diferencias finitas para la resolución numérica de EDP. En particular, la relación entre la discretización espacial y la temporal.
- Estudiar los métodos de diferencias finitas más utilizados para ecuaciones parabólicas, elípticas e hiperbólicas.

Bibliografía Utilizada

- [1] Hoffman, J.D. *Numerical methods for engineers and scientists*. McGraw-Hill, 1992.
- [2] Kincaid; D.; Cheney, W. *Análisis numérico. Las matemáticas del cálculo científico*. Addison-Wesley Iberoamericana, 1994.

Plan de Estudio

Preliminares sobre ecuaciones en derivadas parciales (referencia [1], parte III)

- Estudiar las nociones fundamentales relacionadas con las ecuaciones en derivadas parciales (EDP): orden de una EDP, condiciones iniciales, condiciones de contorno, EDP lineales, cuasi-lineales o no lineales, EDP típicas en la física matemática, etc. (referencia [1], apartados III.1 y III.2).
- Estudiar la clasificación de las EDP, según el signo del discriminante, en EDP parabólicas, elípticas e hiperbólicas (referencia [1], apartado III.3).
- Estudiar la clasificación de los problemas físicos en problemas de equilibrio, problemas de valores propios y problemas de propagación o evolución (referencia [1], apartado III.4).
- Estudiar los tipos de condiciones iniciales y de contorno más habituales (referencia [1], apartado III.9) y el concepto de problema bien puesto (referencia [1], apartado III.10).

Ecuaciones parabólicas: método explícito (referencia [2], apartado 9.1)

- Estudiar, tomando como modelo la ecuación del calor, las ideas principales del método de las diferencias finitas para la resolución numérica de EDP: discretización del dominio espacial y temporal mediante una malla; aproximación de las derivadas parciales mediante cocientes de diferencias; obtención de ecuaciones en diferencias cuyas incógnitas son los valores nodales de la temperatura, etc.
- Estudiar el método explícito, consistente en aproximar la derivada temporal mediante diferencias finitas hacia delante.
- Estudiar, según el método matricial y el método de Fourier, las condiciones de estabilidad del método explícito.
- Resolución de la serie de problemas 9.1.

Ecuaciones parabólicas: métodos implícitos (referencia [2], apartado 9.2)

- Estudiar el método completamente implícito, consistente en aproximar la derivada temporal mediante diferencias finitas hacia atrás.
- Estudiar el método de Crank-Nicolson, consistente en combinar los métodos explícito y completamente implícito.
- Estudiar la estabilidad de los métodos completamente implícitos y Crank-Nicolson.

Ecuaciones parabólicas: otros aspectos (referencia [1], Capítulo 11)

- Estudiar cómo se tratan las condiciones de contorno de Neumann en el método de las diferencias finitas (apartado 11.7).
- Estudiar el método implícito de direcciones alternadas para resolver ecuaciones parabólicas multidimensionales (apartado 11.8).

Ecuaciones elípticas (referencia [2], apartado 9.3)

- Estudiar, tomando como modelo la ecuación de Laplace, la resolución mediante diferencias finitas de ecuaciones elípticas: discretización del dominio espacial; aproximación de las derivadas parciales mediante cocientes de diferencias; obtención de un sistema lineal de ecuaciones; resolución del sistema mediante métodos iterativos.

Ecuaciones hiperbólicas (referencia [1], Capítulo 12)

- Estudiar, tomando como modelo la ecuación de convección, el concepto de líneas características de una EDP hiperbólica y el método de las características (apartados 12.1 y 12.2).
- Estudiar el método explícito (apartado 12.3). Este método no puede aplicarse puesto que es incondicionalmente inestable. Sirve para ilustrar las dificultades numéricas asociadas a las EDP hiperbólicas.
- Estudiar dos métodos específicos para EDP hiperbólicas de primer orden: el método de Lax (apartado 12.4) y el método upwind, basado en una aproximación no centrada a la derivada espacial (apartado 12.6).

MASTER EN MÉTODOS NUMÉRICOS PARA CÁLCULO Y DISEÑO EN INGENIERÍA

GUÍA DE LA ASIGNATURA LEYES DE COMPORTAMIENTO DE MATERIALES

**Profesor
Pere Prat**

TEMARIO DE LA ASIGNATURA:

LEYES DE COMPORTAMIENTO DE MATERIALES

Presentación y objetivos de la asignatura

Tema 1: INTRODUCCIÓN A LA MATERIA

Tema 2: ELASTICIDAD

Tema 3: VISCOELASTICIDAD

Tema 4: PLASTICIDAD

Tema 5: MODELOS DE DAÑO CONTINUO

Tema 6: MODELOS DE MICROPLANOS

BIBLIOGRAFIA UTILIZADA

Leyes de comportamiento de materiales

PRESENTACIÓN Y OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA

En esta asignatura se estudian las leyes de comportamiento de los materiales, o "leyes constitutivas," que servirán para el establecimiento de relaciones tensión – deformación en un programa de elementos finitos.

En todo programa de cálculo por el método de los elementos finitos es necesario especificar la relación existente entre las componentes de los tensores de deformación y de tensión. Estas relaciones serán distintas para materiales distintos, y conviene disponer de modelos con características adecuadas para todos aquellos materiales con los cuales se trabaja habitualmente en ingeniería.

En esta asignatura se estudian extensamente los modelos clásicos de la mecánica del medio continuo (elasticidad, plasticidad), así como otros modelos de más reciente generación como son los modelos de daño distribuido, o los modelos microestructurales. Estos últimos modelos, aún en desarrollo, son posibles gracias a la disponibilidad de ordenadores de gran capacidad, que permiten utilizar modelos más sofisticados, a costa de una mayor demanda de tiempo y almacenamiento computacional.

En el Tema 2 se estudia la teoría clásica de la elasticidad lineal y las ecuaciones constitutivas para materiales ideales tales como el sólido lineal elástico (en el sentido de Hooke).

En el Tema 3 se estudian los modelos viscoelásticos, una extensión del tema de elasticidad para incluir fenómenos dependientes del tiempo. En este tema se estudian los problemas de fluencia y relajación, y su descripción matemática a través de modelos.

En el Tema 4 se estudia de forma amplia la teoría de la plasticidad utilizando la teoría del potencial plástico, y se estudian las condiciones de fluencia clásicas.

Los Temas 5 y 6 están dedicados a estudiar modelos constitutivos recientes, que forman parte de los temas actuales de investigación en el campo de las ecuaciones constitutivas. En el Tema 5 se estudia la teoría del daño continuo, mientras que en el Tema 6 se estudian los modelos de microplanos, de desarrollo reciente e intenso en los últimos quince años.

Esta asignatura, que puede considerarse fundamental dentro del conjunto de disciplinas del Programa de Métodos Numéricos, es esencialmente teórica. Sin embargo es importante que el alumno se familiarice bastante con esta disciplina ya que deberá ser usada como fundamento de cualquier método numérico.

El conjunto de temas de la asignatura, equivale a una docencia de 3,0 créditos (30 horas) y se espera que el alumno dedique un esfuerzo adicional importante de estudio, debido a la complejidad de los temas.

Tema 1

INTRODUCCIÓN

1.1 OBJETIVOS

En este tema se estudia globalmente la asignatura de Comportamiento de Materiales, la metodología a seguir, y aquellos conceptos teóricos de partida que se consideran fundamentales. Se discute también la problemática "materiales reales" – "modelos de comportamiento", y se justifica la importancia de los modelos de comportamiento en un programa de cálculo numérico.

1.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) El "medio continuo" y el "medio real"
-

Tema 2

ELASTICIDAD

2.1 OBJETIVOS

En este tema se estudian, los conceptos fundamentales de la Teoría de la Elasticidad. Estos conceptos son importantes tanto en si mismos como por el hecho de ser la base para modelos de comportamiento más complejos que se ven en temas siguientes.

2.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Tensiones y deformaciones
- 2) Elasticidad, hiperelasticidad, hipoelasticidad
 - i) Materiales elásticos de Cauchy
 - ii) Materiales hiperelásticos
 - iii) Materiales hipoelásticos
 - iv) Problemas
- 3) Relación elástica lineal general
 - i) Material elástico lineal isótropo (clásico)
 - ii) Relaciones alternativas
 - iii) Propiedades de la ley isótropa
 - iv) Limitaciones a los parámetros de la ley
- 4) Forma matricial de las relaciones tensión–deformación
 - i) Caso general
 - ii) Tensión plana
 - iii) Deformación plana
 - iv) Axisimetría
 - v) Material transversalmente anisótropo
- 5) Relaciones entre las constantes elásticas
- 6) Elasticidad no lineal
 - i) Introducción y conceptos fundamentales
 - ii) Formulación de leyes elásticas no lineales
- 7) Relaciones incrementales en elasticidad
 - i) Por diferenciación de relaciones del tipo $\epsilon = f(\sigma)$
 - ii) Por modificación de la formulación lineal isótropa
 - iii) Por formulación hipoelástica general
- 8) Fluidos
 - i) Fluido en reposo — condiciones hidrostáticas
 - ii) Fluidos ideales no viscosos
 - iii) Fluidos viscosos
 - iv) Fluidos lineales o newtonianos

Tema 3

VISCOELASTICIDAD

3.1 OBJETIVOS

En este tema se estudian los conceptos de fluencia y relajación, y con ellos el factor tiempo en las leyes constitutivas. Se desarrollan diversos modelos basados en analogías mecánicas (muelles, amortiguadores), que se generalizan a modelos más complicados en tres dimensiones.

3.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Modelos reológicos
 - i) Modelo de Kelvin-Voigt
 - ii) Modelo de Maxwell
 - iii) Sólido lineal Standard
 - 2) Modelos Generalizados
 - i) Kelvin-Voigt generalizado
 - ii) Maxwell generalizado
 - v) Respuesta frente a tensión variable en el tiempo. Principio de superposición.
-

Tema 4

PLASTICIDAD

4.1 OBJETIVOS

En este tema se estudia la teoría de la plasticidad: conceptos fundamentales, modelos clásicos, matriz de rigidez elasto-plástica, etc. También se estudian modelos más complicados basados en la plasticidad, y se estudia la implementación de una ley constitutiva elasto-plástica en un programa de elementos finitos.

4.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción: Plasticidad
 - 2) Conceptos fundamentales de la teoría de la plasticidad
 - i) Hipótesis de aditividad
 - ii) Superficie de fluencia
 - iii) Ley de fluencia
 - iv) Ley de endurecimiento
 - 3) Ecuación general de la plasticidad
 - i) Cálculo del incremento de deformación plástica
 - ii) Ejemplo: Bloque rígido a fricción
 - iii) Generalización a plasticidad con N superficies de fluencia
 - 4) Modelos de plasticidad perfecta
 - i) Modelo de Von Mises
 - ii) Modelo de Tresca
 - iii) Modelo de Drucker-Prager
 - iv) Modelo de Mohr-Coulomb
 - 5) Modelos de plasticidad endurecible
 - i) Rigidización isótropa
 - ii) Rigidización cinemática
 - 6) Definición de Drucker de material estable
 - 7) Formulación de la plasticidad para elementos finitos
 - i) Cálculo de la matriz de rigidez elastoplástica
 - ii) Condición para que la matriz de rigidez sea simétrica
-

Tema 5

MODELOS DE DAÑO CONTINUO

5.1 OBJETIVOS

En este tema se estudia el concepto de "daño" (*damage*), para representar el comportamiento de materiales que son susceptibles a experimentar deterioro de sus propiedades resistentes debido a procesos de fisuración. Estos materiales que, en realidad no son continuos, pueden estudiarse como tales mediante modificaciones de las leyes constitutivas de la mecánica del medio continuo.

5.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción: mecánica del daño continuo
 - 2) Concepto de daño y definiciones
 - 3) Concepto de tensión efectiva
 - 4) Hipótesis de equivalencia de deformaciones
 - 5) Modelos de daño isótropo tridimensional
 - i) Problemas de potencial de disipación
 - 6) Aplicaciones
 - i) Modelo escalar (Mazars, 1984)
 - ii) Modelo de daño para cargas de compresión altas (Pijaudier, 1985)
-

Tema 6

MODELO DE MICROPLANOS

6.1 OBJETIVOS

En este tema se estudia un modelo de generación reciente, en el cual se formulan las ecuaciones constitutivas mediante técnicas basadas en el comportamiento microestructural de los materiales.

6.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción: modelo de microplanos
 - 2) Formulación del modelo en términos macroscópicos
 - 3) Leyes constitutivas en los microplanos
 - i) Ley volumétrica
 - ii) Ley desviadora
 - iii) Ley tangencial
 - 4) Anisotropía
 - i) Comentarios finales al modelo
-

Bibliografía Utilizada

Bibliografía fundamental

- **Chen, W.F. y Saleeb, A.F.** (1982). *Constitutive equations for engineering materials. Vol.1. Elasticity and Modeling*. Wiley.
- **Desai, C.S. y Siriwardane, H.J.** (1984). *Constitutive laws for engineering materials*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- **Malvern, L.E.** (1969). *Introduction to the mechanics of a continuous medium*. Prentice Hall
- **Oliver, X. y Agelet, C.** (2000). *Mecánica de medios continuos para ingenieros*. Edicions UPC, Barcelona.

Referencias adicionales

Modelos basados en elasticidad o plasticidad

- **Boyle, J.T. y Spencer, J.** (1983). *Stress Analysis for Creep*. Butterworths, London.
- **Britto, A.M. y Gunn, M.J.** (1987). *Critical state soil mechanics via finite elements*. Ellis Horwood.
- **Chen, W.F.** (1982). *Plasticity of Reinforced Concrete*. McGraw Hill, New York.
- **Chen, W.F. y Baladi, G.Y.** (1985). *Soil Plasticity. Theory and implementation*. Elsevier
- **Christian, J.F. y Desai, C.S.** (1977). Constitutive laws for geologic media. *Numerical Methods in Geotechnical Engineering*. Desai, C.S. & Christian, J.T. (eds.) McGraw-Hill.
- **Constructed Facilities Division, M.I.T.** (1975). *Proceedings of the foundation deformation prediction Symposium*. M.I.T. Civil Engineering Department. Vol.2. U.S. Department of Transportation.
- **Corneau, I.** (1975). Numerical stability in quasi-static elasto/visco-plasticity. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. Vol.9, 109-127.
- **Cottrell, A.H.** (1964). *The Mechanical Properties of Matter*. John Wiley and Sons, New York.
- **Dafalias, H.F. y Herrmann, L.R.** (1982). Bounding surface formulation of soil plasticity. *Soil Mechanics — Transient and cyclic loads*. Pande, G.N. & Zienkiewicz, O.C. (eds.) Wiley. Tema 10.
- **Drucker, O.C. y Prager, N.** (1962). Soil mechanics and plastic analysis of limit design. *Quarterly Applied Math.* Vol.10, pp.157-164.
- **Duncan, J.M. y Chang, C.Y.** (1970). Non-linear analysis of stress and strain in soils. *Proceedings of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, Vol.96, pp.1629-1653.
- **Hindley, W.N, Lai, J.S. y Onaran, K** (1976). *Creep and Relations of Nonlinear Viscoelastic Materials*. North Holland, Amsterdam.
- **Fung, G.Y.C.** (1965). *Foundations of solid mechanics*. Prentice Hall.
- **Gens, A., Carol, I. y Alonso, E.E.** (1990). A Constitutive Model for Rock Joints. Formulation and Numerical Implementation. *Computers and Geotechnics*, (9):3-20.

- **Gens, A. y Potts, D.M.** (1987). The use of critical state models in numerical analysis of geotechnical problems: A review. *Proceedings, First International Conference on Computational Plasticity*, Barcelona, Vol.2, pp.1491-1525.
- **Gudehus, G.** (1985). Requirements for constitutive relations for soils. *Mechanics of Geomaterials. Rocks, Concrete, Soils*. Bazant, Z.P. (ed.) Wiley. Cap. 4.
- **Gudehus, G., Darve, F. y Vardoulakis, I.** (1982). Constitutive relations for soils. *International Workshop on constitutive relations for soils*. Grenoble, Sept.1982. Balkema.
- **JSSMFE Subcommittee on Constitutive Laws of Soils** (1985). *Constitutive laws of soils*. Muruyama, S. (ed.) Japan Society for Soil Mechanics and Foundation Engineering.
- **Kachanov, L.M.** (1974). *Fundamentals of the Theory of Plasticity*. Mir Publ., Moscow.
- **Lemaitre, J. y Chaboche, J.L.** (1985). *Mecanique des Materiaux Solides*. Ed. Bordas-Dunod, Paris.
- **Lin, T.H.** (1968). *Theory of Inelastic Structures*. John Wiley and Sons, New York.
- **Lubliner, J.** (1985). *Thermomechanics of deformable bodies*. University of California, Berkeley.
- **Marques, J.M.M.C.** (1984). Stress computation in elastoplasticity. *Engineering Computations*. Vol. 1, pp. 42-51.
- **Mouratidis, A. y Magnan, J.P.** (1983). Un modele elasto-plastique anisotrope avec ecrouissage pour les argilles molles naturelles: Melanie. *Revue Française de Geotechnique*. Vol.25, pp.55-62.
- **Mróz, Z.** (1967). On the description of anisotropic hardening. *J. Mech. Phys. Solids*. Vol.15, pp.163-165.
- **Mróz, Z.** (1973). Mathematical models of inelastic material behavior. *Report, Soil Mechanics Division*. University of Waterloo, Ontario, Canada.
- **Mroz, Z., Norris, V.A. y Zienkiewicz, O.C.** (1978). An anisotropic hardening model for soils and its application to cyclic loading *Int. Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. Vol.2, pp.203-221.
- **Mróz, Z.** (1980). On hypoelasticity and plasticity approaches to constitutive modelling on inelastic behavior of soils. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. Vol.4, pp.45-55.
- **Nayak, G.C. y Zienkiewicz, O.C.** (1972). Elastoplastic stress analysis. A generalization for various constitutive relations including strain-softening. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. Vol.5, pp.113-135.
- **Naylor, D.J. y Pande, F.N.** (1981). *Finite elements in geotechnical engineering*. Pineridge Press. Tamas 4, 5 y 7.
- **Nova, R. y Wood, D.M.** (1979). A constitutive model for sand in triaxial compression. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. Vol.3, pp.255-278.
- **Ortiz, M. y Popov, E.P.** (1985). Accuracy and stability of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. Vol. 21, pp.1561-1576.

- **Ortiz, M. y Simó, J.C.** (1986). An analysis of a new class of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. Vol. 23, pp.353-366.
- **Owen, D.R.J. y Hinton, E.** (1980). *Finite elements in plasticity*. Pineridge Press.
- **Pande, G.N., Zienkiewicz, O.C. y Leung, K.H.** (1985). Simple model of transient soil loading in earthquake analysis. II: Non-associative model for sands. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. Vol.9, pp. 477-498.
- **Perzyna, P.** (1966). Fundamental problems in viscoplasticity. *Advanced Applied Mechanics*. Vol.9, pp.243-377.
- **Potts, D.M. y Gens, A.** (1984). The effect of the plastic potential in boundary value problems involving plane strain deformation. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. Vol.8, pp.259-286.
- **Potts, D.M. y Gens, A.** (1985). A critical assessment of methods of correcting for drift from the yield surface in elastoplastic finite element analysis. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. Vol.9, pp.149-159.
- **Prager, W.** (1961). *Introduction to the Mechanics of Continua*. Ginn & Co., Boston, Mass.
- **Roscoe, K.H. y Burland, J.B.** (1963). On the generalized stress-strain behaviour of 'wet' clay. *Engineering Plasticity*. Cambridge University Press, pp.535-609.
- **Runesson, K.** (1987). Implicit integration of elastoplastic relations with reference to soils. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. Vol.11, pp.715-721.
- **Schofield, A.N. y Wroth, C.P.** (1968). *Critical state soil mechanics*. McGraw Hill.
- **Scott, R.F.** (1985). Plasticity and constitutive relations in soil mechanics. *J. Geotech. Engrg. ASCE*, Vol.111, pp.559-605.
- **Sloan, S.W.** (1987). Substepping schemes for the numerical integration of elastoplastic stress-strain relations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. Vol.24, pp.893-911.
- **Sokolnikoff, I.S.** (1983). *Mathematical Theory of Elasticity*. McGraw-Hill, Inc.
- **Valanis, K.C. y Lee, C.E.** (1984). Endochronic plasticity: physical basis and applications. *Mechanics of engineering materials*. Desai, C.S. & Gallagher, R.H. (eds.) Wiley. Tema 30.
- **Van Eekelen, H.A.M.** (1980). Isotropic yield surface in three dimensions for use in soil mechanics. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. Vol.4, pp.89-101.
- **Wood, D.M.** (1984). Choice of models for geotechnical problems. *Mechanics of engineering materials*. Desai, C.S. & Gallagher, R.H. (eds.) Wiley. Tema 32.
- **Wood, D.M.** (1990). *Soil Behaviour and Critical State Soil Mechanics*. Cambridge University Press.
- **Wroth, C.P.** (1977). The predicted performance of soft clay under a trial embankment loading based on the Cam-clay model. *Finite elements in Geomechanics*. Gudehus, G. (ed.) Wiley. Tema 6.

- **Yong, R.K. y Ko, H.Y.** (1981). Limit equilibrium, plasticity and generalized stress-strain in Geotechnical Engineering. *Proceedings ASCE Workshop*, McGill University, Montreal, Quebec, Canada. ASCE.
- **Zienkiewicz, O.C. y Corneau, I.** (1974). Viscoplasticity-plasticity and creep in elastic solids – a unified numerical solution approach *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. Vol.8, pp.821-845.
- **Zienkiewicz, O.C. y Pande, G.N.** (1977). Some useful forms of isotropic yield surfaces for soil and rock mechanics. *Finite elements in Geomechanics*. Gudehus, G. (ed.) Wiley. Tema 5.
- **Zienkiewicz, O.C. y Mróz, Z.** (1984). Generalized plasticity formulation and applications to Geomechanics. *Mechanics of engineering materials*. Desai, C.S. & Gallagher, R.H. (eds.) Wiley. Tema 33.
- **Zubelewicz, A. y Bazant, Z.P.** (1987). Constitutive Model with Rotating Active Plane and True Stress. *J Eng Mech, ASCE*, 113(3), pp. 398-416.
- **Zytinski, M., Randolph, M.F, Nova, R. y Wroth, C.P.** (1978). On modelling the unloading-reloading behaviour of soils. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. Vol.2, pp.87-93.

Mecánica del daño continuo y mecánica de fractura

- **Bazant, Z.P. (Ed.)** (1985). *Mechanics of Distributed Cracking*. John Wiley and Sons, New York.
- **Bazant, Z.P. (Ed.)** (1992). *Fracture Mechanics of Concrete Structures*. Elsevier Applied Science.
- **Bazant, Z.P., Bittnar, Z., Jirásek, M. y Mazars, J. (Eds.)** (1994). *Fracture and Damage in Quasi-Brittle Structures*. E&FN Spon.
- **Carol, I., Rizzi, E. y Willam, K.** (1994). A Unified Theory of Elastic Degradation and Damage based on a Loading Surface. *Int. J. of Solids and Structures*, 31(20):2835-2865.
- **Carol, I., Rizzi, E. y Willam, K.** (2000). On the formulation of anisotropic elastic degradation. I: Theory based on a pseudo-logarithmic damage tensor rate. *Int. J. of Solids and Structures*, en prensa.
- **Carol, I., Rizzi, E. y Willam, K.** (2000). On the formulation of anisotropic elastic degradation. II: Generalized pseudo-Rankine model for tensile damage. *Int. J. of Solids and Structures*, en prensa.
- **Carol, I. y Willam, K.** (1996). Spurious energy dissipation/generation in stiffness recovery models for elastic degradation and damage. *Int. J. of Solids and Structures*, 33(20):2939-2957.
- **Cherepanov, G.P.** (1979). *Mechanics of Brittle Fracture*. McGraw Hill, New York.
- **Feenstra, P.H.** (1993). Computational aspects of biaxial stress in plain and reinforced concrete. Ph.D. Thesis. Technische Universiteit Delft.
- **Haggard-Nielsen, A.B.** (1997). *Mathematical Modelling and Experimental Analysis of Early Age Concrete*. Ph.D. Thesis. Department of Structural Engineering and Materials, Technical University of Denmark, Series R, No. 35.

- **Mazars, J. y Bazant, Z.P. (Eds.)** (1988). *Cracking and Damage: Strain Localization and Size Effect*. Elsevier Applied Science.
- **Oliver, X., Elices, M., Oñate, E. y Astiz, M.A. (Eds.)** (1988). *Métodos numéricos aplicados a la mecánica de fractura*. CIMNE, Barcelona.
- **Prat, P.C. y Bazant, Z.P.** (1997). Tangential stiffness of elastic materials with systems of growing and closing cracks. *J. Mech. Phys. Solids*, 45(4):611-636.
- **Rizzi, E., Carol, I. y Willam, K.** (1995). Localization analysis of elastic degradation with application to scalar damage. *J. Engrg. Mechanics, ASCE*. 121(4):541-554.
- **Rots, J.G.** (1988). Computational Modelling of Concrete Fracture. PhD. Thesis. Technische Universiteit Delft.
- **Schellekens, J.C.J.** (1992). Computational Strategies for Composite Structures. PhD. Thesis. Technische Universiteit Delft.
- **Schlangen, E.** (1993). Experimental and Numerical Analysis of Fracture Processes in Concrete. PhD. Thesis. Technische Universiteit Delft.
- **Shah, S.P. (Ed.)** (1991). *Toughening Mechanisms in Quasi-Brittle Materials*. NATO ASI Series E. Vol. 195. Kluwer Academic Publishers.
- **Steinmann, P. y Carol, I.** (1998). A framework for geometrically nonlinear continuum damage mechanics. *Int. J. of Engineering Science*, 36:1793:1814.
- **Tetelman, A.S. y McEvily, R.J.** (1967). *Fracture of Structural Materials*. John Wiley and Sons, New York.
- **Zubelewicz, A. y Bazant, Z.P.** (1987). Interface Element Modeling of Fracture in Aggregate Composites. *J Eng Mech, ASCE* 113(11), pp.1619-1630.

Modelo de microplanos

- **Bazant, Z.P. y Prat, P.C.** (1987). Creep of anisotropic clay: New microplane model. *J. Eng. Mech. ASCE*, 103(7):1050-1064.
- **Bazant, Z.P. y Prat, P.C.** (1987). Microplane Model for Brittle-Plastic Material: I. Theory, II. Verification. *J. Eng. Mech. ASCE*, 114(10):1672-1702.
- **Bazant, Z.P., Xiang, Y. y Prat, P.C.** (1996). Microplane Model for Concrete: I. Stress-strain Boundaries and Finite Strain. *J. Eng. Mech. ASCE*, 122(3):245-262.
- **Bazant, Z.P., Xiang, Y., Adley, M.D., Prat, P.C. y Ackers, S.A.** (1996). Microplane Model for Concrete: II. Data delocalization and verification. *J. Eng. Mech. ASCE*, 122(3):263-268.
- **Bazant, Z.P., Caner, F.C., Carol, I., Adley, M.D. y Ackers, S.A.** (2000). Microplane model M4 for concrete: I. Formulation with work-conjugate deviatoric stress. *J. Eng. Mech. ASCE*, en prensa.
- **Bazant, Z.P., Adley, M.D., Carol, I., Jirásek, M., Ackers, S.A., Cargile, J.D., Rohani, B. y Caner, F.C.** (2000). Large-strain generalization of microplane constitutive model for concrete. *J. Eng. Mech. ASCE*, en prensa.
- **Carol, I. y Bazant, Z.P.** (1997). Damage and plasticity in microplane theory. *Int. J. of Solids and Structures*, 34(29):3807-3835.
- **Carol, I., Bazant, Z.P. y Prat, P.C.** (1991). Geometric Damage Tensor based on Microplane Model. *J. Eng. Mech. ASCE*, 117(10):2429-2448.

- **Carol, I., Jirásek, M. y Bazant, Z.P.** (2000). A thermodynamically consistent approach to microplane theory. Part I: Free energy and consistent microplane stresses. *Int. J. of Solids and Structures*, en prensa.
- **Carol, I., Prat, P.C. y Bazant, Z.P.** (1992). New explicit microplane model for concrete: theoretical aspects and numerical implementation. *Int. J. Solids and Structures*, 29(9):1173-1191.
- **Carol, I., Prat, P.C. y Gettu, R.** (1993). Numerical analysis of mixed-mode fracture of quasi-brittle materials using a multicrack constitutive model. *Mixed-mode fatigue and fracture*, ESIS Publication 14. Mechanical Engineering Publications Ltd., London, pp.319-332.
- **Kuhl, E., Carol, I. y Steinmann, P.** (2000). A thermodynamically consistent approach to microplane theory. Part II: Dissipation and inelastic constitutive equations. *Int. J. of Solids and Structures*, en prensa.
- **Pande, G.N. y Sharma, K.G.** (1982). Multilaminate Model of Clays — a Numerical Evaluation of the Influence of Rotation of the Principal Axes. *Proceedings, Symposium on the implementation of computer procedures and stress-strain laws in geotechnical engineering*, Desai & Saxena (eds.). Acorn Press, Durham, pp.575-590.
- **Pande, G.N. y Xiong, W.** (1982). An improved multilaminate model of jointed rock masses. *Proceedings First Int. Symposium on Numerical Models in Geomechanics*, Dungar, Pande and Studer (eds.). Balkema Publishers, Rotterdam, pp.218-226.
- **Prat, P.C. y Bazant, Z.P.** (1991). Microplane Model for Triaxial Deformation of Saturated Cohesive Soils. *J Geotech Eng ASCE*, 117(6), pp.891-912.
- **Prat, P.C., Sánchez, F. y Gens, A.** (1997). Equivalent continuum anisotropic model for rock. Theory and application to finite element analysis. *Numerical Models in Geomechanics (NUMOG VI)*, Balkema, pp. 159-166.

MASTER EN MÉTODOS NUMÉRICOS PARA CÁLCULO Y DISEÑO EN INGENIERÍA

GUÍA DE LA ASIGNATURA MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS

Profesores
X. Oliver C. Agelet de Saracibar
María Dolores Pulido

TEMARIO DE LA ASIGNATURA:

MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS

Presentación y objetivos de la asignatura

Tema 1:

ELEMENTOS DE SISMOLOGÍA

Tema 2:

CONCEPTOS DE DINÁMICA ESTRUCTURAL

Tema 3:

ECUACIONES DEL MOVIMIENTO

Tema 4:

CARACTERÍSTICAS DINÁMICAS Y DE AMORTIGUAMIENTO DE LAS ESTRUCTURAS

Tema 5:

SISTEMAS LINEALES CON UN GRADO DE LIBERTAD

Tema 6:

SISTEMAS LINEALES CON VARIOS GRADOS DE LIBERTAD

Tema 7:

ANÁLISIS SÍSMICO NO LINEAL

Tema 8:

ESTRUCTURAS SOMETIDAS A ACCIONES SÍSMICAS ALEATORIAS

Tema 9:

DEFINICIÓN NUMÉRICA DE LA ACCIÓN SÍSMICA

Tema 10:

INTERACCIÓN SUELO – ESTRUCTURA - FLUIDO

Tema 11:

ESTRUCTURAS CON AISLAMIENTO SÍSMICO

Tema 12: **CONTROL ACTIVO DE ESTRUCTURAS**

MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS

PRESENTACIÓN Y OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA

La asignatura "Mecánica de los Medios Continuos" es una de las asignaturas que se imparten dentro de la primera parte del Master en "Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería".

Los objetivos fundamentales de la asignatura son: 1) proporcionar al estudiante una visión detallada y unificada de la Mecánica de Sólidos Deformables y de la Mecánica de Fluidos en la Ingeniería y 2) proveerle de los conocimientos específicos necesarios para que puedan ser utilizados en otras materias que se verán durante la segunda parte del programa.

La asignatura se ha estructurado en tres partes. En una primera parte se estudian todos los conceptos que intervienen en la descripción de un medio continuo: movimientos, deformaciones, tensiones y los principios de conservación-balance. Los conceptos que se estudian en esta primera parte son una base muy importante y son válidos para cualquier material.

En la segunda parte de la asignatura se estudian problemas físicos concretos relacionados con la Ingeniería y modelos constitutivos que permiten caracterizar el comportamiento termomecánico de distintos Medios Continuos. En primer lugar se estudia el problema de transmisión del calor, y en especial un modelo lineal de conducción de calor. En el segundo tema de esta segunda parte, dedicado a la Mecánica de Sólidos, se hace un estudio de los modelos constitutivos partiendo del modelo constitutivo más sencillo, correspondiente a un modelo elástico lineal. En el tercer y último tema de esta segunda parte, dedicado a la Mecánica de Fluidos, se estudia el modelo constitutivo, correspondiente al modelo Newtoniano.

La tercera y última parte de la asignatura se dedica al Cálculo variacional, que es una herramienta matemática que permite trabajar con la forma integral o forma débil de las ecuaciones diferenciales de gobierno de un problema.

El libro de la asignatura que se proporciona a los alumnos al inicio del programa, cubre todos los temas de la misma, abarcando, además, otros temas adicionales de estudio que son de complemento para los alumnos.

Además del libro de la asignatura, al alumno se le hace entrega de una colección ordenada por temas, de problemas interesantes de ingeniería y cuestiones, que son una base fundamental en la comprensión y aplicación de los medios continuos a casos prácticos de la ingeniería.

El conjunto de temas de la asignatura, equivale a una docencia de 4,5 créditos (45 horas) y se espera que el alumno dedique un esfuerzo adicional importante de estudio, debido a la complejidad de los temas.

Tema 1. Descripción del movimiento

Objetivos

Descripción matemática del movimiento de un medio continuo. Se obtiene la ecuación del movimiento y se estudian las descripciones material y espacial de propiedades o funciones asociadas al movimiento de un medio continuo. Otros conceptos importantes que se estudian son los de derivada material, local y convectiva y el concepto de estacionariedad. Se definen velocidad y aceleración, en su descripción material y espacial y se estudia la definición y expresión matemática de las curvas, superficies o volúmenes que intervienen en la descripción de un medio continuo. En particular, se estudian los conceptos de trayectorias, líneas de corriente, tubo de corriente, líneas de traza, superficie y volumen material y superficie y volumen de control.

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Definición de medio continuo
- 2) Ecuaciones del movimiento
- 3) Descripciones del movimiento
 - i) Descripción material
 - ii) Descripción espacial
- 4) Derivadas temporales: local, material, convectiva
- 5) Velocidad y aceleración
- 6) Estacionariedad
- 7) Trayectoria
 - i) Ecuación diferencial de las trayectorias.
- 8) Línea de corriente
 - i) Ecuación diferencial de las líneas de comente.
- 9) Tubo de Corriente
 - i) Ecuación del tubo de corriente
- 10) Línea de traza
 - i) Ecuación de la línea de traza
- 11) Superficie material
- 12) Superficie de control
- 13) Volumen material
- 14) Volumen de control

Plan de Estudio

Estudio de los 14 apartados del tema. Con el objetivo de fijar los conceptos, se incluye en cada apartado, distintos ejemplos y problemas que ayudan a una mejor comprensión de los conceptos que se van estudiando.

Se siguen todos los apartados en el orden fijado en el texto y como ejercicio de prácticas se realizan los problemas y cuestiones que se encuentran en el libro de "Problemas y Cuestiones de Mecánica de Medios Continuos" correspondientes al tema.

Tema 2. Descripción de la deformación

Objetivos

Descripción matemática de la deformación de un medio continuo. Se estudia en primer lugar la teoría general de grandes deformaciones, sin limitación en la magnitud de los desplazamientos y rotaciones, utilizando tensores materiales y espaciales de deformación. A continuación, se estudian las hipótesis de la teoría de deformaciones infinitesimales y se particularizan las expresiones generales para éste caso.

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción
- 2) Tensor gradiente de deformación
 - i) Tensor gradiente de la deformación inverso
- 3) Desplazamientos
 - i) Tensores gradiente material y espacial de los desplazamientos
- 4) Tensores de deformación
 - i) Tensor material de deformación (tensor de deformación de Green-Lagrange)
 - ii) Tensor espacial de deformación (tensor de deformación de Almansi)
 - iii) Expresión de los tensores de deformación en términos de los (gradientes de los) desplazamientos
- 5) Variación de las distancias: Estiramiento Alargamiento unitario
 - i) Estiramientos, alargamientos unitarios y los tensores de deformación
- 6) Variación de ángulos
 - i) Interpretación física de los tensores de deformación
 - ii) Tensor material de deformación
 - iii) Tensor espacial de deformación
- 7) Descomposición polar
- 8) Variación de volumen. Variación del área
- 9) Deformación infinitesimal
 - i) Tensores de deformación Tensor de deformación infinitesimal
 - ii) Estiramiento Alargamiento unitario
 - iii) Interpretación física de las deformaciones infinitesimales
 - iv) Deformaciones Ingenieriles Vector de deformaciones ingenieriles
 - v) Variación del ángulo entre dos segmentos diferenciales en deformación infinitesimal
 - vi) Descomposición polar
- 10) Deformación volumétrica
- 11) Velocidad de deformación
 - i) Tensor gradiente de la velocidad
 - ii) Tensor velocidad de deformación y tensor spin
 - iii) Interpretación física del tensor velocidad de deformación
 - iv) Interpretación física del tensor velocidad de rotación w
- 12) Derivadas materiales de los tensores de deformación y otras magnitudes

- i) Tensor gradiente de la deformación F y gradiente de la deformación inverso
 - ii) Tensores de deformación E y e
 - iii) Derivadas materiales de diferenciales de volumen y de área
- 13) Movimientos y deformaciones en coordenadas cilíndricas y esféricas
- i) Coordenadas cilíndricas
 - ii) Coordenadas esféricas

Plan de Estudio

Estudio de los 13 apartados del tema. Con el objetivo de fijar los conceptos se incluye en cada apartado una serie de ejemplos y problemas representativos que ayudan a una mejor comprensión de los distintos conceptos e ideas que se van estudiando en el tema.

Se siguen todos los apartados en el orden fijado en el texto y como ejercicio de prácticas se realizan los problemas y cuestiones que se encuentran en el libro de "Problemas y Cuestiones de Mecánica de Medios Continuos" correspondientes al tema.

Tema 3. Tensiones

Objetivos

Se estudia el concepto de tensión a partir de la aplicación de la segunda ley de Newton a un volumen diferencial de medio continuo, definido por un tetraedro con vértice en un punto arbitrario del medio. Se estudian las ecuaciones de Cauchy, las de equilibrio interno como caso particular, y las de equilibrio en el contorno.

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Fuerzas másicas y superficiales
 - i) Fuerzas másicas
 - ii) Fuerzas superficiales
 - iii) Postulados de Cauchy
- 2) Tensor de tensiones
 - i) Preliminares; aplicación de la 2a ley de Newton a un medio continuo.
 - ii) Tensor de tensiones
 - iii) Representación gráfica del estado tensional en un punto.
 - iv) Propiedades del tensor de tensiones
 - i) Ecuación de Cauchy. Ecuación de equilibrio interno.
 - ii) Ecuación de equilibrio en el contorno
 - iii) Simetría del tensor de tensiones de Cauchy
 - iv) Diagonalización. Tensiones y direcciones principales
 - v) Tensión media y presión media
 - vi) Descomposición del tensor de tensiones en sus partes esférica y desviadora.⁸⁹
 - vii) Invariantes tensoriales
- 5) Tensor de tensiones en coordenadas curvilíneas ortogonales
 - i) Coordenadas cilíndricas
 - ii) Coordenadas esféricas

Plan de Estudio

Estudio de los 5 apartados del tema. Con el objetivo de fijar los conceptos se incluye en cada apartado una serie de ejemplos y problemas representativos que ayudan a una mejor comprensión de los distintos conceptos e ideas que se van estudiando en el tema.

Se siguen todos los apartados en el orden fijado en el texto y como ejercicio de prácticas se realizan, los problemas y cuestiones que se encuentran en el libro de "Problemas y Cuestiones de Mecánica de Medios Continuos" correspondientes al tema.

Tema 4. Ecuaciones de conservación-balance

Objetivos

Se estudian en este tema los principios de conservación balance y las restricciones introducidas por el segundo principio de la termodinámica. Finalmente se plantea la solución de un problema de mecánica de medios continuos, analizándose el número de ecuaciones del que se dispone y el número de incógnitas que intervienen.

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Postulados de conservación-balance
- 2) Flujo por transporte de masa o flujo convectivo
- 3) Derivada local y derivada material de una integral de volumen
 - i) Derivada local
 - ii) Derivada material
- 4) Conservación de la masa Ecuación de continuidad
 - i) Forma espacial del principio de la conservación de la masa Ecuación de la continuidad
 - ii) Forma material del principio de la conservación de la masa
- 5) Ecuación de balance Teorema del transporte de Reynolds
 - i) Lema de Reynolds
 - ii) Teorema de Reynolds
- 6) Expresión general de las ecuaciones de balance
- 7) Balance de la cantidad de movimiento
 - i) Forma global del principio de balance de la cantidad de movimiento
 - ii) Forma local del principio de balance de la cantidad de movimiento
- 8) Balance del momento de la cantidad de movimiento (momento angular)
 - i) Forma global del principio de conservación del momento angular
 - ii) Forma local espacial del principio de conservación del momento angular
- 9) Potencia
 - i) Potencia mecánica Teorema de las fuerzas vivas
 - ii) Potencia calorífica
- 10) Balance de la energía
 - i) Conceptos de termodinámica
 - ii) Primer principio de la termodinámica
- 11) Procesos reversibles e irreversibles
- 12) Segundo principio de la termodinámica Entropía
 - i) Segundo principio de la termodinámica Forma global
 - ii) Interpretación física del segundo principio de la termodinámica
 - iii) Reformulación del segundo principio de la termodinámica
 - iv) Forma local del segundo principio de la termodinámica Ecuación de Clausius-Plank-
 - v) Formas alternativas del segundo principio de la termodinámica
- 13) Ecuaciones de la mecánica de medios continuos Ecuaciones constitutivas
 - i) Problema termo-mecánico desacoplado

Plan de Estudio

Estudio de los 13 apartados del tema. Con el objetivo de fijar los conceptos se incluye en cada apartado una serie de ejemplos y problemas representativos que ayudan a una mejor comprensión de los distintos conceptos e ideas que se van estudiando en el tema.

Se siguen todos los apartados en el orden fijado en el texto y como ejercicio de prácticas se realizan, los problemas y cuestiones que se encuentran en el libro de "Problemas y Cuestiones de Mecánica de Medios Continuos" correspondientes al tema.

Tema 5. Transmisión del calor

Objetivos

Se estudia en este tema el problema de transmisión del calor para un medio continuo. Se considera el problema desacoplado. Se estudia la ecuación de gobierno del problema de transmisión del calor y las condiciones de contorno iniciales que definen el problema.

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Formas de transmisión del calor
- 2) Transporte del calor por convección
- 3) Transporte del calor por conducción
 - i) Ley de Fourier de conducción del calor
- 4) Transporte del calor por radiación
- 5) Ecuación de conducción del calor
 - i) Régimen transitorio y régimen estacionario.
 - ii) Condiciones de contorno en el espacio.
 - iii) Condiciones iniciales

Plan de Estudio

Estudio de los 5 apartados del tema. Con el objetivo de fijar los conceptos se incluye en cada apartado una serie de ejemplos y problemas representativos que ayudan a una mejor comprensión de los distintos conceptos e ideas que se van estudiando en el tema.

Se siguen todos los apartados en el orden fijado en el texto y como ejercicio de prácticas se realizan, los problemas y cuestiones que se encuentran en el libro de "Problemas y Cuestiones de Mecánica de Medios Continuos" correspondientes al tema.

Tema 6. El problema elástico

Objetivos

Se estudia en este tema el planteamiento del problema elástico lineal.

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Hipótesis de la elasticidad lineal
- 2) Planteamiento del problema elástico lineal
 - i) Ecuaciones de gobierno.
 - ii) Condiciones de contorno
 - iii) El problema cuasi-estático
- 3) Resolución del problema elástico lineal. Ecuaciones de Navier.

Plan de Estudio

Estudio de los 3 apartados del tema. Con el objetivo de fijar los conceptos se incluye en cada apartado una serie de ejemplos y problemas representativos que ayudan a una mejor comprensión de los distintos conceptos e ideas que se van estudiando en el tema.

Se siguen todos los apartados en el orden fijado en el texto y como ejercicio de prácticas se realizan, los problemas y cuestiones que se encuentran en el libro de "Problemas y Cuestiones de Mecánica de Medios Continuos" correspondientes al tema.

Tema 7. Hidrodinámica. Fluidos Newtonianos

Objetivos

Se estudia en este tema el planteamiento del problema de hidrodinámica y en particular se obtiene la ecuación de Navier-Stokes para la solución de fluidos Newtonianos.

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Ecuación constitutiva de un fluido Newtoniano
- 2) Ecuaciones de gobierno del problema mecánico
- 3) Condiciones de contorno
 - i) Condiciones de contorno en velocidades
 - ii) Condiciones de contorno en presiones
 - iii) Condiciones de contorno en el vector-tracción
- 4) Ecuaciones de Navier-Stokes

Plan de Estudio

Estudio de los 4 apartados del tema. Con el objetivo de fijar los conceptos se incluye en cada apartado una serie de ejemplos y problemas representativos que ayudan a una mejor comprensión de los distintos conceptos e ideas que se van estudiando en el tema.

Se siguen todos los apartados en el orden fijado en el texto y como ejercicio de prácticas se realizan, los problemas y cuestiones que se encuentran en el libro de "Problemas y Cuestiones de Mecánica de Medios Continuos" correspondientes al tema.

Tema 8. Principios Variacionales

Objetivos

En éste tema se aborda la problemática de la imposición en forma débil de las ecuaciones de equilibrio interno (de Cauchy) y de equilibrio en el contorno, a través de Principios Variacionales, con vistas a su resolución por Métodos Numéricos. Se consideran el Principio de los Trabajos Virtuales y el Principio de Minimización de la Energía Potencial.

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Preliminares.
 - i) Funcionales. Derivadas funcionales.
 - ii) Extremos de funcionales. Principios variacionales. Ecuaciones de Euler-Lagrange
- 2) Principio (Teorema) de los trabajos virtuales
 - i) Interpretación del Principio de los Trabajos Virtuales
 - ii) Principio de los Trabajo Virtuales en función de los vectores de tensión y de deformación
- 3) Energía potencial. Principio de minimización de la energía potencial.

Plan de Estudio

Estudio de los 3 apartados del tema. Con el objetivo de fijar los conceptos se incluye en cada apartado una serie de ejemplos y problemas representativos que ayudan a una mejor comprensión de los distintos conceptos e ideas que se van estudiando en el tema.

Se siguen todos los apartados en el orden fijado en el texto y como ejercicio de prácticas se realizan, los problemas y cuestiones que se encuentran en el libro de "Problemas y Cuestiones de Mecánica de Medios Continuos" correspondientes al tema.

MASTER EN MÉTODOS NUMÉRICOS PARA CÁLCULO Y DISEÑO EN INGENIERÍA

GUÍA DE LA ASIGNATURA TÉCNICAS DE PRE Y POSTPROCESO GRÁFICO

**Profesor
Gabriel Bugada**

TEMARIO DE LA ASIGNATURA

TÉCNICAS DE PRE Y POSTPROCESO GRÁFICO

Presentación y objetivos de la asignatura

Tema 1:

CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE CAD

Tema 2:

TÉCNICAS DE GENERACIÓN DE MALLAS

Tema 3:

ESTIMACIÓN DE ERROR Y ADAPTIBILIDAD

Tema 4:

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PRÁCTICOS DE INGENIERÍA, INTERPRETACIÓN Y VISUALIZACIÓN DE RESULTADOS

TÉCNICAS DE PRE Y POSTPROCESO

PRESENTACIÓN Y OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA

Se presenta a continuación la asignatura Técnicas de Pre y Postproceso correspondiente a la primera fase del Master de Métodos Numéricos en Ingeniería.

El objetivo fundamental de esta asignatura es proporcionar todas las bases teóricas y prácticas sobre las que se basan todo un conjunto de herramientas que si bien no forman parte de lo que se entiende por análisis, resultan imprescindibles para llevar a cabo el estudio numérico del comportamiento de la gran mayoría de los casos reales con interés industrial. Dichas herramientas son imprescindibles para realizar todas aquellas operaciones tanto previas (generación de mallas, aplicación de condiciones de contorno, construcción de geometrías complejas mediante CAD, etc.) como posteriores (visualización de resultados, estimación del error de discretización, adaptabilidad de mallas) al propio análisis.

Al final de la asignatura se pretende que el alumno sea capaz de utilizar de forma práctica las herramientas estudiadas en la asignatura a través de la utilización del programa GID (Generador Integrado de Datos) junto con los programas de análisis utilizados durante el programa.

Junto con la documentación de la asignatura, se encuentran siete Tutoriales con toda la información necesaria para reproducir los problemas de pre-proceso con el programa GID. Estos manuales son una herramienta fundamental para el desarrollo del Tema 4 de esta asignatura.

En el Tema 1 se estudian los **conceptos relacionados con el CAD**. Es un Tema fundamentalmente teórico. El libro de la asignatura contiene un apéndice en el que se describe el tipo más poderoso de curva utilizado en el CAD que son los B-splines.

En el Tema 2 se estudian las **Técnicas de generación de mallas estructuradas y no estructuradas**.

En el Tema 3 se profundiza en el estudio de **estimación y corrección de errores por el Método de los Elementos Finitos y la adaptabilidad**.

El Tema 4 particulariza en la **resolución de problemas prácticos de ingeniería, interpretación y visualización de resultados**. Este tema es, desde el punto de vista práctico, el más importante de la asignatura. Las herramientas a utilizar para el mismo son el propio programa GID y todos los manuales que lo acompañan.

Los tres primeros temas contienen, de hecho, explicaciones teóricas importantes sobre las herramientas proporcionadas por GID. En el Tema 4 se desarrollan problemas prácticos de

interés ingenieril. Se requiere entonces, del desarrollo de un trabajo práctico que consiste en el planteamiento, resolución e interpretación de resultados de un problema de ingeniería. El objetivo de este trabajo es el afianzamiento en la utilización de las herramientas de preproceso, análisis y postproceso.

Para cada tema tratado se explicitan los objetivos fundamentales del mismo, las referencias bibliográficas utilizadas y el plan de estudios necesario para seguir adecuadamente la asignatura contemplando los contenidos.

El conjunto de temas de la asignatura, equivale a una docencia de 3,0 créditos (30 horas) y se espera que el alumno dedique un esfuerzo adicional importante de estudio, debido a la complejidad de los temas.

TEMA 1: CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE CAD

OBJETIVOS:

Estudio de los aspectos más esenciales y fundamentales del CAD. Formulación matemática de las curvas y superficies más comúnmente utilizadas para la representación de objetos en tres dimensiones.

REFERENCIAS UTILIZADAS:

- ① Libro de la Asignatura: Bugada, Gabriel; Técnicas de Pre y Postproceso Gráfico, CIMNE
- ② D. Faux & M. J. Faux; Computational Geometry for Design and Manufacture.
- ③ G. Farin; Curves and Surfaces for Computer Aided Geometry Design. A Practical Guide.

PLAN DE ESTUDIO:

Conceptos teórico-prácticos
① Tema 2, Apéndice A
② Tema 1
- CAD
- Definición de Contornos por:
Splines Polinómicos
Splines Paramétricos
B- Splines

Tema 2: TÉCNICAS PARA LA GENERACIÓN DE MALLAS

OBJETIVOS:

Estudiar los algoritmos de generación de mallas más utilizados en la práctica destacando las principales características de cada uno y su mayor o menor adecuación a cada caso particular. Se distinguirá entre generadores de mallas estructuradas y no estructuradas. Se enfatiza en diversos aspectos relacionados con la comunicación entre la definición geométrica obtenida mediante un CAD y los generadores de mallas, así como en la calidad de las mallas y el control del tamaño de sus elementos.

REFERENCIAS UTILIZADAS:

- ① Libro de la Asignatura: Bugada, Gabriel; Técnicas de Pre y Postproceso Gráfico, “*Técnicas para la generación automática de Mallas*”, CIMNE
- ② Reference Manual, “Generador Integrado de Datos, GID”; R. Ribó, M. de Riera, E. Escolano y V. Bayarri, CIMNE
- ② Manual de utilización, Generador Integrado de Datos, GID”; N. Domínguez y P. Soler, CIMNE

PLAN DE ESTUDIO:

Conceptos teórico-prácticos	
① Tema 3	<ul style="list-style-type: none"> - TÉCNICAS DE GENERACIÓN DE MALLAS ESTRUCTURADAS Generación de mallas mediante resolución de ecuaciones en derivadas parciales Generación de mallas mediante transformaciones conformes Generación de mallas mediante esquemas de interpolación Generación de mallas utilizando multibloques
① Tema 4	<ul style="list-style-type: none"> - TÉCNICAS DE GENERACIÓN DE MALLAS NO ESTRUCTURADAS Definición de las características de la malla Método del avance frontal <ul style="list-style-type: none"> Generación de puntos sobre el contorno Construcción del frente de generación inicial Generación de los elementos triangulares Introducción del alargamiento Estructura de la información

Operaciones de "cosmética"
Método de triangulación de Delaunay
Generación previa de los nodos
Triangulación de Delaunay

GID: Ejemplos y Problemas

② Estudio de Ejemplos y desarrollo de problemas con el Programa GID

Tema 3: ESTIMACIÓN DE ERROR Y ADAPTABILIDAD

OBJETIVOS:

Estudio analítico del error cometido al discretizar por elementos finitos. Expresiones de distintos estimadores de error. Estudio de distintas estrategias para controlar el error de discretización mediante la utilización de mallas adaptables de elementos finitos.

REFERENCIAS UTILIZADAS:

- ① Libro de la Asignatura: Bugada, Gabriel; Técnicas de Pre y Postproceso Gráfico, CIMNE
- ② Bugeda, Gabriel; Estimación y Corrección del Error en el Análisis Estructural por el Método de Elementos Finitos, CIMNE
- ③ CALSEF: Programa de Ordenador, CIMNE

PLAN DE ESTUDIO:

Conceptos teórico-prácticos
<p>① Temas 5 y 6</p> <ul style="list-style-type: none"> - ESTUDIO DE LA ADAPTABILIDAD DE LAS MALLAS MÉTODOS HÍBRIDOS - ESTUDIO DE LA METODOLOGÍA PARA LA CONSTRUCCIÓN DE UN GENERADOR DE MALLAS PROGRAMA 2DUMG <ul style="list-style-type: none"> Información necesaria para el programa de generación <ul style="list-style-type: none"> Información sobre la forma del dominio Información sobre cargas y coacciones Información sobre la malla de referencia Salida de los resultados del proceso de generación Ejercicios de generación de mallas <ul style="list-style-type: none"> Ejercicio nº- 1. Espécimen de laboratorio Ejercicio nº- 8. Viga entallada Ejercicio nº- 3. Perfil de ala de avión Ejercicio nº- 4- Morro de avión a velocidad supersónica
<p>② Temas 4, 5 y 6</p> <ul style="list-style-type: none"> - ANÁLISIS DEL ERROR <ul style="list-style-type: none"> Normas de Medición de Error

Velocidad de Convergencia
Estimadores e Indicadores de Error

- INDICADORES DE ERROR

- ESTIMADORES DE ERROR

Estimador de Error de Babuska, Rheinboldt, Zienkiewicz, Kelly Y Gago
Estimadores Derivados de los Indicadores de Error
Estimador Local de Error de Specht

CALSEF

③ Resolución de Problemas con el Programa

Tema 4: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PRÁCTICOS DE INGENIERÍA, INTERPRETACIÓN Y VISUALIZACIÓN DE RESULTADOS

OBJETIVOS:

Resolución e interpretación de los resultados para diversos casos prácticos de ingeniería, mediante la utilización de las técnicas de pre y postproceso disponibles con GID y los programas de cálculo CALSEF, CALTEP, EMANT y FLASH.

REFERENCIAS UTILIZADAS:

- ① Reference Manual, “Generador Integrado de Datos, GID”; R. Ribó, M. de Riera, E. Escolano y V. Bayarri, CIMNE
- ② Manual de utilización, Generador Integrado de Datos, GID”; N. Domínguez y P. Soler, CIMNE
- ③ CALSEF: Programa de Ordenador, CIMNE
- ④ CALTEP: Programa de ordenador, CIMNE
- ⑤ EMANT: Programa de ordenador, CIMNE
- ⑥ FLASH: Programa de ordenador, CIMNE

PLAN DE ESTUDIO:

Resolución de Problemas de Ingeniería
③ ④ ⑤ ⑥ *Programas*

MASTER EN MÉTODOS NUMÉRICOS PARA CÁLCULO Y DISEÑO EN INGENIERÍA

GUÍA DE LA ASIGNATURA

ORDENADORES

(Programación y Cálculo Matricial)

Profesores
Antonio Huerta
Antonio Rodríguez-Ferrán

TEMARIO DE LA ASIGNATURA

ORDENADORES (Programación y Cálculo Matricial)

Presentación y objetivos de la asignatura

Tema 1:

INTRODUCCIÓN A LA PROGRAMACIÓN EN FORTRAN

Tema 2:

SISTEMAS LINEALES DE ECUACIONES

Tema 3:

VECTORES, MATRICES Y PROGRAMACIÓN ESTRUCTURADA

Tema 4:

ASPECTOS COMPUTACIONALES DE LA RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES

Tema 5:

INTRODUCCIÓN AL MAPLE

Tema 6:

RECURSOS AVANZADOS DE MAPLE

ORDENADORES (Programación y Cálculo Matricial)

PRESENTACIÓN Y OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA

Esta es una asignatura de la primera parte del Master. Para seguir esta asignatura se requiere tener buenos conocimientos de algoritmación y conocer tanto el funcionamiento de un ordenador personal como de la utilización de hojas de cálculo. Sin embargo, los capítulos 1 y 2 del libro de la asignatura están dedicados a estos temas.

El objetivo de esta asignatura es doble. Por una parte, se pretende proporcionar al estudiante las herramientas de programación necesarias para el resto de asignaturas del Master. Por otra parte, se desea proporcionar una visión detallada de los métodos numéricos para la resolución de sistemas lineales de ecuaciones.

El lenguaje de programación que se estudia en esta asignatura es el FORTRAN puesto que es el que se utiliza fundamentalmente en el cálculo y diseño en ingeniería. Así mismo, se estudia el manipulador algebraico MAPLE ya que es un entorno amigable para el cálculo científico.

En la asignatura se desarrollan varios trabajos prácticos por cada tema, de tal manera que es necesario disponer de un compilador de FORTRAN, de Maple y de Matlab.

La asignatura consta de seis temas principalmente. Se empieza con el estudio del lenguaje de programación Fortran, su sintaxis y demás. A continuación se trata la resolución numérica de los Sistemas lineales de Ecuaciones, que es el tema fundamental de la asignatura, ya que los sistemas de ecuaciones están presentes en casi todas las aplicaciones de los métodos numéricos en ingeniería. Seguidamente, se estudia el tratamiento de vectores y matrices en el lenguaje Fortran así como el desarrollo de programación estructurada. Después se estudian los aspectos computacionales más avanzados en la resolución de sistemas de ecuaciones. Para terminar, se dedica un tema al MAPLE y otro a la estudio de los recursos avanzados de este manipulador algebraico.

Para cada tema, se indican los objetivos, la bibliografía y el plan de estudios. Una vez completado el plan de estudios correspondiente a cada tema, el estudiante debe desarrollar una serie de trabajos prácticos.

El conjunto de temas de la asignatura, equivale a una docencia de 4,5 créditos (45 horas) y se espera que el alumno dedique un esfuerzo adicional importante de estudio, debido a la complejidad de los temas.

El profesor responsable de la asignatura es Josep Sarrate. Otros profesores de la asignatura son Pedro Díaz y Antonio Rodríguez-Ferran.

Tema 1. Introducción a la Programación en Fortran

Objetivos

- Describir las fases del desarrollo de un programa en FORTRAN.
- Presentar y analizar los elementos de la sintaxis del lenguaje de programación FORTRAN.

Bibliografía Utilizada

- [2] Huerta, A.; Sarrate, J.; RodríguezFerran, A. Libro de la Asignatura: *Métodos numéricos. Introducción, aplicaciones y programación*. 3ª Edición. Colección Aula Politécnica. Ediciones UPC, 2001.

Plan de Estudio

Conceptos generales sobre la programación en FORTRAN (referencia [1], apartados 3.1 y 3.2)

- Presentar las fases del desarrollo de un programa FORTRAN (apartados 3.1 y 3.2)
- Analizar la organización de un programa FORTRAN (apartado 3.3)

Introducción al lenguaje Fortran (referencia [1], apartados 3.3 a 3.5)

- Estudiar la utilización de los diferentes tipos de constantes y variables en un programa FORTRAN (apartado 3.4)
- Estudiar los diferentes tipos de funciones que existen en el lenguaje FORTRAN (apartado 3.5).
- Analizar la sintaxis de las instrucciones de entrada y salida en FORTRAN (apartado 3.6).
- Familiarizarse con el uso del compilador FORTRAN desarrollando los programas propuestos desde el 3.1 hasta el 3.6.
- Estudiar las diferentes funciones intrínsecas
- Resolución de los problemas 3.1 y 3.2.

Sentencias de Control (referencia [1], apartados 3.6)

- Estudiar y analizar las propiedades de las sentencias de control (apartado 3.7)
- Resolución de la serie de problemas 3.3, 3.4 y 3.5

Tema 2. Sistemas lineales de ecuaciones

Objetivos

- Estudiar y clasificar los métodos numéricos de resolución de sistemas lineales de ecuaciones: métodos directos y métodos iterativos.
- Estudiar en detalle los métodos directos más utilizados: de eliminación (Gauss, Gauss-Jordan) y de descomposición o factorización (Crout, Cholesky).
- Estudiar los métodos iterativos clásicos (Jacobi, Gauss-Seidel).
- Estudiar en detalle los métodos iterativos específicos para matrices simétricas y definidas positivas (máximo descenso, gradientes conjugados).

Bibliografía Utilizada

- [1] Huerta, A.; Sarrate, J.; Rodríguez-Ferran, A. Libro de la Asignatura: *Métodos numéricos. Introducción, aplicaciones y programación*. 3ª Edición. Colección Aula Politécnica. Ediciones UPC, 2001.
- [3] Kincaid; D.; Cheney, W. *Análisis numérico. Las matemáticas del cálculo científico*. Addison-Wesley Iberoamericana, 1994.

Plan de Estudio

Introducción (referencia [1], apartado 6.1)

- Estudiar las nociones y notaciones fundamentales del álgebra lineal: vectores, matrices, producto escalar, norma euclídea (subapartado 6.1.1).
- Estudiar las estrategias clásicas de resolución de sistemas lineales (cálculo explícito de la matriz inversa, método de Cramer), y discutir su aplicabilidad para grandes sistemas de ecuaciones (subapartados 6.1.2 y 6.1.3).
- Estudiar un enfoque global de la resolución numérica de sistemas de ecuaciones (subapartado 6.1.4).

Métodos directos: resolución de sistemas triviales (referencia [1], apartado 6.2)

- Estudiar la clasificación de los métodos directos (subapartado 6.2.1).
- Estudiar los métodos de resolución de sistemas con solución inmediata: resolución desacoplada de cada ecuación, para matrices diagonales; sustitución hacia atrás, para matrices triangulares superiores; sustitución hacia adelante, para matrices triangulares inferiores (subapartado 6.2.2).

Métodos directos de eliminación (referencia [1], apartado 6.2)

- Estudiar los métodos de eliminación de Gauss y de Gauss-Jordan (subapartado 6.2.3.).
- Resolución del bloque de problemas 6.1.

Análisis matricial del método de Gauss (referencia [1], apartado 6.2)

- Estudiar el análisis matricial del método de Gauss, que lleva al método de Gauss compacto (subapartado 6.2.3).
- Estudiar las condiciones de aplicabilidad del método de Gauss sin pivotamiento (subapartado 6.2.3).

Métodos directos de descomposición (referencia [1], apartado 6.2)

- Estudiar el planteamiento general de los métodos de descomposición o factorización (subapartado 6.2.4).
- Estudiar el método de Crout, para matrices no simétricas (subapartado 6.2.3).
- Estudiar el método de Cholesky, para matrices simétricas y definidas positivas (subapartado 6.2.3).
- Resolución del bloque de problemas 6.3

Condicionamiento de una matriz (referencia [2], apartado 4.4)

- Estudiar las normas vectoriales y matriciales más usuales en cálculo numérico.
- Estudiar los conceptos de número de condición de una matriz, matriz mal condicionada (con número de condición alto) y matriz bien condicionada (número de condición

pequeño), y relacionarlos con los errores de redondeo en la resolución numérica de un sistema de ecuaciones.

Métodos iterativos clásicos (referencia [2], apartado 4.6)

- Estudiar el planteamiento general y los conceptos fundamentales de resolución de sistemas lineales mediante métodos iterativos.
- Estudiar los métodos iterativos clásicos: Richardson, Jacobi y Gauss-Seidel.
- Estudiar la convergencia de los métodos iterativos clásicos, asociada al radio espectral de la matriz de iteración (teorema 5).
- Resolución de la serie de problemas 4.6.

Métodos iterativos para matrices simétricas y definidas positivas: introducción (referencia [2], apartado 4.7)

- Estudiar las propiedades de las matrices simétricas y definidas positivas, muy habituales en el cálculo numérico.
- Estudiar la equivalencia entre la resolución de un sistema de ecuaciones con matriz simétrica y definida positiva y la minimización de una forma cuadrática asociada.
- Estudiar el método del descenso más rápido, también llamado método del máximo descenso o del gradiente.
- Resolución de la serie de problemas 4.7.

El método del gradiente conjugado (referencia [2], apartado 4.7)

- Estudiar la noción de direcciones conjugadas asociadas a una matriz simétrica y definida positiva.
- Estudiar la convergencia en un número finito de iteraciones de los métodos de direcciones conjugadas (teorema 1).
- Estudiar en detalle el método del gradiente conjugado (o de los gradientes conjugados): planteamiento, algoritmo formal, código.
- Resolución de la serie de problemas 4.7.

Tema 3. Vectores, Matrices y Programación Estructurada

Objetivos

- Estudiar y analizar las propiedades de la utilización de vectores y matrices.
- Estudiar el concepto de programación estructurada (funciones y subrutinas).

Bibliografía

- [1] Huerta, A.; Sarrate, J.; Rodríguez-Ferran, A. Libro de la Asignatura: *Métodos numéricos. Introducción, aplicaciones y programación*. 3ª Edición. Colección Aula Politécnica. Ediciones UPC, 2001.

Plan de Estudio

Interpolación polinómica: introducción (referencia [1])

- Estudiar el dimensionamiento de vectores y matrices (subapartado 7.1.1)
- Estudiar el concepto de programación estructurada y la utilización de subrutinas (subapartado 7.1.2)
- Analizar como los dos conceptos anteriores se pueden aplicar a la resolución de sistemas de ecuaciones con solución inmediata (apartado 7.2)
- Resolución del problema 7.1.

Otros aspectos de la programación estructurada (referencia [1], apartado 5.7)

- Estudiar la sentencia function (apartado 5.7).
- Analizar como la utilización de la sentencia function se puede utilizar en la búsqueda de los ceros de una función (apartado 5.7).

Para poder realizar los trabajos prácticos correspondientes a este tema, debe haberse estudiado la resolución de sistemas de ecuaciones mediante métodos directos correspondiente al tema 2 de la asignatura de Técnicas de Cálculo Numérico que se cursa paralela con esta asignatura.

Tema 4. Aspectos computacionales de la resolución del sistema de ecuaciones

Objetivos

- Estudiar el concepto de dimensionamiento dinámico.
- Presentar los esquemas de almacenamiento para diferentes tipos de matrices.

Bibliografía Utilizada

- [1] Huerta, A.; Sarrate, J.; RodríguezFerran, A. Libro de la Asignatura: *Métodos numéricos. Introducción, aplicaciones y programación*. 3ª Edición. Colección Aula Politécnica. Ediciones UPC, 2001.

Plan de Estudio

Introducción al dimensionamiento dinámico (referencia [1], apartado 7.3)

- Analizar los diferentes tipos de memoria que hay en un ordenador (subapartado 7.3.1)
- Estudiar el concepto de dimensionamiento dinámico (subapartado 7.3.2)
- Desarrollo de un programa que realice el producto de una matriz por un vector utilizando dimensionamiento dinámico, tomando como referente los ejemplos desarrollados del tema.

Esquemas de almacenamiento de matrices (referencia [1], apartado 7.4)

- Estudiar dos esquemas de almacenamiento para matrices llenas: almacenamiento por filas y por columnas (subapartados 7.4.1 y 7.4.2).
- Estudiar el esquema de almacenamiento para matrices simétricas o triangulares (subapartado 7.4.3).
- Estudiar el esquema de almacenamiento para matrices en banda (subapartado 7.4.4).
- Estudiar el esquema de almacenamiento en skyline (subapartado 7.4.5).
- Estudiar el esquema de almacenamiento compacto para matrices vacías (subapartado 7.4.6)
- Resolución del bloque de problemas 7.2, 7.3, 7.4, 7.5 y 7.6.

Tema 5. Introducción al MAPLE V

Objetivos

- Presentar las propiedades fundamentales de Maple V.
- Estudiar la asignación de valores a variables algebraicas y numéricas.
- Presentar la realización de operaciones elementales en el entorno Maple V.
- Estudiar las sentencias de lectura y escritura.
- Presentar las sentencias elementales para gráficos.

Bibliografía Utilizada

- [1] Char, B.W., Geddes, K.O., Gonnet, G.H., Leong, B.L., Monagan, M.B. y Watt, S.M. (1993, First leaves: a Tutorial Introduction to MAPLE V. SpringerVerlag. New York.

Plan de Estudio

Nociones generales sobre Maple V (referencia [1], Capítulo 0)

- Analizar las posibilidades de cálculo que ofrece Maple V (capítulo 0).
- Desarrollar y manipular seis de los ejercicios que se presentan en este capítulo. Prestar especial atención a aquellos ejercicios que hagan referencia a las prestaciones gráficas de Maple V.

Utilización de Maple V (referencia [1], capítulo 1)

- Estudiar la utilización de Maple V como manipulador algebraico como herramienta computacional (apartados 1.10, 1.11 y 1.12).
- Estudiar cómo escribir resultados desde Maple V (apartado 1.17).
- Analizar cómo manipular funciones en Maple V (apartados 1.18, 1.19 y 1.20).
- Analizar las prestaciones gráficas elementales de Maple V (apartado 1.13).
- Estudiar las sumas de sucesiones numéricas (apartado 1.22).
- Resolución de los ejercicios de los apartados citados.

Para poder realizar los trabajos prácticos correspondientes a este tema, debe haberse estudiado el tema 2 de la asignatura de Técnicas de Cálculo Numérico que se cursa paralela con esta asignatura.

Tema 5. RECURSOS AVANZADOS DE MAPLE V

Objetivos

- Estudiar el manejo de la programación en el entorno de MAPLE V.
- Estudiar las opciones gráficas avanzadas.

Bibliografía Utilizada

- [1] Char, B.W., Geddes, K.O., Gonnet, G.H., Leong, B.L., Monagan, M.B. y Watt, S.M. (1993, First leaves: a Tutorial Introduction to MAPLE V. SpringerVerlag. New York.

Plan de Estudio

Programación en Maple V (referencia [1], apartados 3.1 - 3.5)

- Estudiar la implementación de bucles: instrucciones `for..from..to..do..od..`.
- Estudiar las sentencias de control: instrucciones `while..if..else..fi.`
- Implementar todos los ejercicios que se proponen en los apartados 3.1 - 3.5.

Presentaciones gráficas avanzadas de Maple V (referencia [1], apartados 4.1 y 4.2)

- Estudiar cómo superponer varias curvas en un mismo gráfico.
- Estudiar el trazado de gráficos 3D.
- Implementar y manipular el ejercicio 110 y el ejemplo de la figura 20 del apartado 4.2.

Para poder realizar los trabajos prácticos correspondientes a este tema, debe haberse estudiado los temas 3 y 4 de la asignatura de Técnicas de Cálculo Numérico que se cursa paralela con esta asignatura.

PROGRAMA ACADÉMICO DE LAS ASIGNATURAS DE LA FASE DE ESPECIALIDAD DEL MASTER

- **Análisis de Estructuras**
- **Problemas Geotécnicos**
- **Mecánica de Fluidos**
- **Problemas de Dinámica**
- **Transmisión del Calor**
- **Métodos Numéricos Avanzados**
- **Hidrología Subterránea**
- **Mecánica de Fractura**
- **Técnicas de Optimización en Ingeniería**
- **Cálculo Paralelo**
- **Ingeniería Marítima**
- **Electromagnetismo**

MASTER EN MÉTODOS NUMÉRICOS PARA CÁLCULO Y DISEÑO EN INGENIERÍA

GUÍA DE LA ASIGNATURA ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS

Profesores

**Miguel Cervera
Benjamín Suárez
Daniel Di Capua**

TEMARIO DE LA ASIGNATURA:

ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS

Presentación y objetivos de la asignatura

Tema 1:

SISTEMAS DISCRETOS Y CONTINUOS

Tema 2:

ELEMENTOS FINITOS DE BARRA. CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Tema 3:

ELEMENTOS DE BARRA MÁS AVANZADOS

Tema 4:

SÓLIDOS BIDIMENSIONALES

Tema 5:

SÓLIDOS DE REVOLUCIÓN

Tema 6:

SÓLIDOS TRIDIMENSIONALES

Tema 7:

FLEXIÓN DE VIGAS

Tema 8:

PLACAS DELGADAS Y GRUESAS

Tema 9:

ANÁLISIS DE LÁMINAS CON ELEMENTOS PLANOS

Tema 10:

LÁMINAS DE REVOLUCIÓN Y ARCOS

Tema 11:

ANÁLISIS DE LÁMINAS CON ELEMENTOS DE SÓLIDO DEGENERADOS

Tema 12:
PIEZAS CURVAS Y RIGIDIZADORES EN LÁMINAS

Tema 13:
MÉTODOS DE LA BANDA FINITA Y DEL PRISMA FINITO

Tema 14:
**RESTRICCIÓN DE MOVIMIENTOS, CONDENSACIÓN NODAL,
ESTIMACIÓN DEL ERROR, MALLAS ADAPTABLES Y OTROS
TEMAS DE INTERÉS**

Tema 15:
**PROGRAMACIÓN DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS
PARA CÁLCULO DE ESTRUCTURAS**

ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS

PRESENTACIÓN Y OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA

Esta asignatura estudia las posibilidades del Método de Elementos Finitos (MEF) para el análisis elástico lineal de las estructuras más usuales. En cada tema se ha intentado conseguir un equilibrio entre los aspectos teóricos de cada tipología estructural, tales como la descripción cinemática y tenso-deformacional y la ecuación de equilibrio expresada por el principio de los trabajos virtuales, y los problemas derivados del análisis de la estructura por el MEF. Asimismo, se presta especial atención a los detalles de la programación del MEF y se desarrollan problemas de aplicación práctica en el entorno ingenieril.

La asignatura va principalmente dirigida a los alumnos interesados en el análisis y diseño de estructuras. Los conocimientos previos que se recomiendan para la asignatura son los de matemáticas, en particular cálculo numérico y álgebra matricial, elasticidad, análisis matricial de estructuras de barras y programación en ordenador, que se imparten en las carreras de ingeniería.

En el Tema 1 se estudia el cálculo matricial de estructuras de barras. Este tema incluye muchos de los conceptos que aparecen en la aplicación del MEF a otras tipologías estructurales, tales como los de elemento, equilibrio elemental, ensamblaje, solución del sistema de ecuaciones global, etc., y por ello es muy adecuado para estudiar las ideas generales del MEF.

Los Temas 2 y 3 se dedican a tratar con detalle las bases del MEF en su aplicación a sencillos problemas de tracción de barras. Esto permite explicar con claridad conceptos tales como discretización, interpolación, función de forma, integración numérica, aproximación, tipos de error, etc.

Los Temas 4, 5 y 6 se dedican a estructuras que pueden analizarse con las hipótesis de la elasticidad. Así, en el Tema 4 se estudia el caso de estructuras que cumplen las hipótesis de la elasticidad bidimensional (tensión y deformación plana). Esta circunstancia se aprovecha para estudiar conceptos propios de la aproximación por el MEF en dos dimensiones tales como los de funciones de forma bidimensionales, elemento isoparamétrico, e integración numérica en 2D entre otros. En el Tema 5 se estudia el caso bidimensional de sólidos con geometría y cargas de revolución, y en el 6 se estudia el problema más general del análisis de sólidos en tres dimensiones. En cada uno de estos tres capítulos se incluyen diversos problemas de aplicaciones del MEF a diferentes estructuras analizadas como sólidos bi o tridimensionales, tales como presas de gravedad, presas bóveda, depósitos, etc.

En el Tema 7 se estudia la aplicación del MEF a problemas de flexión de vigas. En la primera parte del tema se estudian elementos basados en la clásica teoría de vigas de Euler-Bernoulli, y en la segunda se estudian los elementos de vigas de Timoshenko que incluyen el efecto de la

deformación por cortante. El tema tiene un gran interés pues se estudian conceptos tales como el de aproximación Hermítica y el de bloqueo de la solución por efecto del cortante, así como los métodos para evitarlo utilizando integración reducida y deformaciones de cortante impuestas. La mayor parte de estos conceptos aparecen de nuevo al tratar posteriormente la flexión de placas, de ahí la importancia de su estudio y comprensión.

El Tema 8 está dedicado al estudio de la flexión de placas. Se trata la formulación de elementos basados en la clásica teoría de placas de Kirchhoff, y se aborda el análisis de placas con elementos basados en la teoría más avanzada de Reissner-Mindlin, que incluye el efecto de la deformación por cortante. En particular se destaca la coincidencia entre la mayor parte de los conceptos que aparecen en este tema y los del de flexión de vigas (Tema 7).

Los Temas 9, 10 y 11, se dedican al estudio de estructuras laminares formadas por elementos planos, como sucede en muchos puentes, cubiertas y piezas de ingeniería mecánica. La formulación de los elementos de lámina plana combina los conceptos de la flexión de placas con los de tensión plana, de ahí el interés del estudio de los capítulos anteriores. En el Tema 10 se estudia el análisis de láminas con geometría y cargas de revolución, y en el 11 se aborda la formulación de elementos de lámina de forma arbitraria en base a una degeneración de los elementos tridimensionales estudiados en el Tema 6.

El Tema 12 se dedica al estudio de piezas curvas y elementos de rigidización en láminas. En el Tema 13 se estudia el análisis de estructuras prismáticas por los métodos de la banda finita, válido para estructuras laminares prismáticas, y del prisma finito, adecuado para sólidos prismáticos.

En el Tema 14 se abordan diversos temas no estudiados en capítulos anteriores, tales como la restricción de movimientos, el tratamiento de apoyos inclinados, la consideración de apoyos sobre un medio elástico, el efecto de simetrías, el cálculo de tensiones en los nodos, la estimación del error de la solución, y la utilización de técnicas de remallado adaptable.

Finalmente, en el Tema 15 se dan todo tipo de detalles sobre la programación del MEF, presentándose además un programa de ordenador escrito en FORTRAN para análisis de diferentes tipologías estructurales, con una descripción completa de sus diferentes subrutinas y ejemplos de su utilización práctica.

Se utiliza como material de estudio el libro “Cálculo de Estructuras por Método de Elementos Finitos - Análisis estático lineal” del Dr. Eugenio Oñate y el Plan de estudios está basado en este.

El libro de la asignatura se completa con una colección de problemas y ejemplos de aplicación del MEF a las tipologías de estructuras que se estudian. Dichos problemas y ejemplos pueden realizarse utilizando el programa de ordenador que se entrega a los alumnos del programa.

Se incluye en la documentación de este curso de Estructuras, una presentación multimedia de la mayor parte de los capítulos del libro y se entrega al estudiante un *texto de ejemplos y problemas* que hacen parte de sumaterial de estudio. Este texto se encuentra disponible en el espacio que cada alumno tiene en el Centro Virtual de Estudios

El conjunto de temas de la asignatura, equivale a una docencia de 3,5 créditos (35 horas) y se espera que el alumno dedique un esfuerzo adicional importante de estudio, debido a la complejidad de los temas.

Tema 1

SISTEMAS DISCRETOS Y CONTINUOS

OBJETIVOS

Estudiar el cálculo matricial de estructuras de barra y otros sistemas discretos. Se estudian también los lineamientos esenciales sobre el análisis de estructuras por el MEF.

CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

- ? Resistencia de Materiales y Cálculo de Estructuras.
- ? Análisis matricial de estructuras de barras
- ? Álgebra Matricial

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Sistemas discretos. Estructuras de barras
 - i) Conceptos fundamentales del análisis matricial de estructuras de barras
 - ii) Analogía con el análisis matricial de otros sistemas discretos
 - iii) Etapas fundamentales del análisis matricial de un sistema discreto
 - iv) Método directo de obtención de la matriz de rigidez global
- 2) Obtención de las ecuaciones de equilibrio de la barra por el principio de los trabajos virtuales
- 3) Estructuras articuladas y reticuladas planas
 - i) Estructuras articuladas planas
 - ii) Estructuras reticuladas planas
- 2) Tratamiento de los desplazamientos restringidos y cálculo de reacciones
- 3) Introducción al método de los elementos finitos para cálculo de estructuras

BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA

- 1) Libro de la Asignatura: “Cálculo de Estructuras por el Método de Elementos Finitos – Análisis estático lineal” del Dr. Eugenio Oñate, CIMNE, Barcelona, 1992.
- 2) R. W. Livesley, *Métodos Matriciales para Cálculo de Estructuras*.
- 3) B. Suarez, *Libro de Estructuras II*. Escuela Técnica Superior de Caminos Canales y Puertos de Barcelona.
- 4) SOFTEC: Vigas, Pórticos y Tridim
- 5) Programa RETPLA

PRESENTACIÓN MULTIMEDIA DEL CAPÍTULO

El contenido del tema puede seguirse utilizando la presentación multimedia incluida en la documentación del programa. Dicha presentación se encuentra disponible en el espacio que cada alumno tiene en el Centro Virtual de Estudios.

EJEMPLOS Y PROBLEMAS

Los Ejemplos resueltos a estudiar son:

- Ejemplo 1-1: Estructura de tres barras alineadas.
- Ejemplo 1-2: Estructuras de cuatro barras alineadas

Realización de los siguientes problemas:

- Problema 1-1: Estructura de cinco barras alineadas.
- Problema 1-2: Estructura de barras articuladas.

CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS

Finalizado el estudio del Tema 1 el alumno habrá adquirido los conocimientos siguientes:

- ? Actualización de conceptos sobre cálculo matricial de estructuras de barras.
- ? Conceptos de matriz de rigidez, vector de fuerzas nodales del elemento y global.
- ? Concepto y práctica de ensamblaje de matrices y vectores locales en las expresiones globales.
- ? Principio de Trabajos Virtuales.
- ? Etapas fundamentales de aplicación del MEF al cálculo de estructuras.

Tema 2

ELEMENTOS FINITOS DE BARRA. CONCEPTOS FUNDAMENTALES

OBJETIVOS

- ? Explicar los detalles de la formulación de elementos finitos de barra sometida a tracción o compresión.
- ? Adquirir una idea precisa del cálculo de las matrices y vectores elementales a partir del Principio de Trabajos Virtuales y del ensamblaje de las ecuaciones de rigidez globales.
- ? Estudiar la formulación matricial del MEF.

CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

- ? Tema 1
- ? Resistencia de Materiales y Cálculo de Estructuras.
- ? Análisis matricial de estructuras de barras
- ? Álgebra Matricial

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción
- 2) Barra sometida a fuerzas axiales
- 3) Barra de sección constante. Discretización en un elemento lineal
- 4) Obtención de las ecuaciones de la discretización a partir de la definición global del campo de desplazamientos
- 5) Barra de sección constante. Discretización en dos elementos lineales
- 6) Generalización de la solución con varios elementos de dos nodos
- 7) Extrapolación de la solución a partir de los resultados de dos mallas
- 8) Formulación matricial de las ecuaciones del elemento
 - i) Matriz de funciones de forma
 - ii) Matriz de deformación
 - iii) Matriz constitutiva
 - iv) Expresión del principio de los trabajos virtuales
 - v) Matriz de rigidez y vector de fuerzas nodales equivalentes
 - vi) Resumen de las etapas del análisis de una estructura por el método de elementos finitos

BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA

- 1) Libro de la Asignatura: “Cálculo de Estructuras por el Método de Elementos Finitos – Análisis estático lineal” del Dr. Eugenio Oñate, CIMNE, Barcelona, 1992.
- 2) E. Hinton, D. J. Owen, *An Introduction to Finite Element Computations*.

3) B. Suarez, *Libro de Estructuras II*. Escuela Técnica Superior de Caminos Canales y Puertos de Barcelona.

PRESENTACIÓN MULTIMEDIA DEL CAPÍTULO

El contenido del tema puede seguirse utilizando la presentación multimedia incluida en la documentación del programa. Dicha presentación se encuentra disponible en el espacio que cada alumno tiene en el Centro Virtual de Estudios.

EJEMPLOS Y PROBLEMAS

Los ejemplos resueltos a estudiar son:

- Ejemplo 2-1: Barra de sección variable sometida a carga concentrada.

Realización de los siguientes problemas:

- Problema 2-1: Interpolación paramétrica de una función cúbica.

CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS

Finalizado el estudio del Tema 2 el alumno habrá adquirido los conocimientos siguientes:

? Concepto de discretización e interpolación en el MEF

? Formulación de las matrices y vectores del elemento de barra de dos nodos.

? Ensamblaje de las ecuaciones de rigidez globales

? Formulación matricial de las expresiones elementales.

? Visión general de las etapas del análisis de una estructura por el MEF

Tema 3

ELEMENTOS DE BARRA MÁS AVANZADOS Y CONDICIONES PARA LA CONVERGENCIA DE LA SOLUCIÓN

OBJETIVOS

- ? Explicar la formulación de elementos de barra de mayor aproximación.
- ? Obtención general de funciones de forma de elementos unidimensionales lagrangianos.
- ? Obtener las ecuaciones matriciales del elemento de barra de tres nodos.
- ? Estudiar los conceptos de elemento isoparamétrico e integración numérica en una dimensión.
- ? Explicar la organización fundamental de un programa para análisis de estructuras por el MEF.

CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

- ? Temas 1 y 2
- ? Resistencia de Materiales y Cálculo de Estructuras.
- ? Análisis matricial de estructuras de barras
- ? Álgebra Matricial

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción
- 2) Elementos unidimensionales de clase C^0 Elementos lagrangianos
- 3) Formulación isoparamétrica e integración numérica
 - i) Introducción
 - ii) Interpolación paramétrica
 - iii) Formulación isoparamétrica del elemento de barra lineal
 - iv) Formulación isoparamétrica del elemento de barra cuadrático
- 4) Integración numérica
- 5) Etapas para el cálculo de las matrices y vectores de un elemento isoparamétrico de barra de N nodos
 - i) Interpolación del desplazamiento axial
 - ii) Interpolación de la geometría
 - iii) Interpolación de la deformación axial
 - iv) Cálculo del esfuerzo axial
 - v) Matriz de rigidez del elemento
 - vi) Vector de fuerzas nodales equivalentes
- 6) Organización fundamental de un programa de elementos finitos
- 7) Selección del tipo de elemento
- 8) Requisitos para la convergencia de la solución
 - i) Condición de continuidad

- ii) Condición de derivabilidad
- iii) Condición de integrabilidad
- iv) Criterio de la parcela
 - a) Condición de deformación constante
 - b) Condición de sólido rígido (deformación nula)
- 9) Otros requisitos deseables para la aproximación de elementos finitos
 - i) Condición de compatibilidad
 - ii) Condición de polinomio completo
 - iii) Condición de estabilidad
 - iv) Condición de invarianza
- 10) Consideraciones sobre compatibilidad y equilibrio de la solución
- 11) Condiciones para la convergencia de los elementos isoparamétricos
- 12) Tipos de error en la solución de elementos finitos
 - i) Error de discretización
 - ii) Error de aproximación de la geometría
 - iii) Error en el cálculo de las integrales del elemento
 - iv) Errores en la solución del sistema de ecuaciones
 - v) Errores asociados a la ecuación constitutiva

BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA

- 1) Libro de la Asignatura: “Cálculo de Estructuras por el Método de Elementos Finitos – Análisis estático lineal” del Dr. Eugenio Oñate, CIMNE, Barcelona, 1992.
- 2) E. Hinton, D. J. Owen, *An Introduction to Finite Element Computations*.
- 3) O. C. Zienkiewicz, *El Método de los Elementos Finitos*.
- 4) SOFTEC: ELAS2D

PRESENTACIÓN MULTIMEDIA DEL CAPÍTULO

El contenido del tema puede seguirse utilizando la presentación multimedia incluida en la documentación del programa. Dicha presentación se encuentra disponible en el espacio que cada alumno tiene en el Centro Virtual de Estudios.

EJEMPLOS Y PROBLEMAS

Los ejemplos resueltos a estudiar son:

- Ejemplo 3-1: Interpolación paramétrica de una función cúbica.
- Ejemplo 3-2: Aplicaciones de las cuadraturas de Gauss Legendre
- Ejemplo 3-3: Cálculo de un coeficiente de la matriz de rigidez del elemento de barra de Timoshenko.
- Ejemplo 3-4: Barra de sección constante bajo carga uniforme y puntual.

Realización de los siguientes problemas:

- Problema 3-1: Análisis de una barra de sección variable con elementos de tres nodos.

CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS

Finalizado el estudio del Tema 3 el alumno habrá adquirido los conocimientos siguientes:

- ? Cálculo de funciones de forma de elementos lagrangianos unidimensionales (1D).
- ? Formulación del elemento de barras de tres nodos.
- ? Elementos isoparamétricos 1D.
- ? Integración numérica 1D.
- ? Organigrama de un programa de ordenador para cálculo de estructuras por el MEF.

Tema 4

SÓLIDOS BIDIMENSIONALES

OBJETIVOS

- ? Aplicación del MEF al análisis de sólidos y estructuras que pueden asimilarse a sólidos bidimensionales elásticos.
- ? Formulación de las teorías de tensión y deformación plana.
- ? Formulación del elemento de elasticidad plana triangular de tres nodos.
- ? Obtención detallada de las matrices y vectores elementales.
- ? Formulación de elementos de elasticidad plana cuadriláteros y triangulares de mayor orden.
- ? Obtención general de las funciones de forma de elementos cuadriláteros y triangulares de clase C_0 .
- ? Formulación de elementos isoparamétricos planos.
- ? Integración numérica de la matriz de rigidez y del vector de fuerzas nodales equivalentes.
- ? Conceptos de simetrías y de estructuras sobre un medio elástico

CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

- ? Temas 1-3
- ? Derivadas e integrales dobles
- ? Teoría de la elasticidad
- ? Álgebra matricial
- ? Integración numérica

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción
- 2) Teoría de la elasticidad bidimensional
 - i) Campo de desplazamientos
 - ii) Campo de deformaciones
 - iii) Campo de tensiones
 - iv) Relación tensión-deformación
 - v) Expresión del principio de los trabajos virtuales
- 3) Formulación de elementos finitos Elemento triangular de tres nodos
 - i) Discretización del campo de desplazamientos
 - ii) Discretización del campo de deformaciones
 - iii) Discretización del campo de tensiones
 - iv) Ecuaciones de equilibrio de la discretización
 - v) Particularización de la matriz de rigidez y los vectores de fuerzas para el elemento triangular de tres nodos
- 4) Otros elementos bidimensionales sencillos. Elemento rectangular de cuatro nodos
 - i) Formulación fundamental
 - ii) Consideraciones sobre el comportamiento del elemento de cuatro nodos
 - iii) Adición de modos internos

- iv) Integración reducida de los términos de deformación tangencial
- v) Adición de modos incompatibles
- vi) Imposición de un campo de deformaciones
- 5) Obtención general de las funciones de forma de elementos bidimensionales de clase C^0
 - i) Polinomios completos en dos dimensiones Triángulo de Pascal
 - ii) Funciones de forma de elementos rectangulares de clase C^0 . Coordenadas naturales en dos dimensiones
 - iii) Elementos rectangulares Lagrangianos
 - a) Elemento rectangular Lagrangiano de cuatro nodos
 - b) Elemento rectangular Lagrangiano cuadrático de nueve nodos
 - c) Elemento rectangular Lagrangiano cúbico de nodos
 - d) Otros elementos rectangulares de la familia de Lagrange
 - iv) Elementos rectangulares Serendíptos
 - a) Elemento rectangular Serendípto cuadrático de ocho nodos
 - b) Elemento rectangular Serendípto cúbico de doce nodos
 - c) Elemento rectangular Serendípto de cuarto grado de diecisiete nodos
 - v) Funciones de forma de elementos triangulares
 - a) Coordenadas de área
 - b) Expresión general de las funciones de forma de un elemento triangular completo
 - c) Funciones de forma del elemento triangular lineal de tres nodos
 - d) Funciones de forma del elemento triangular cuadrático de seis nodos
 - e) Funciones de forma del elemento triangular cúbico de diez nodos
 - f) Utilización de coordenadas naturales
- 6) Cálculo analítico de las integrales sobre elementos rectangulares y triangulares de lados rectos
- 7) Comportamiento general de los elementos triangulares y rectangulares
- 8) Elementos isoparamétricos bidimensionales
 - i) Elementos cuadriláteros
 - ii) Elementos triangulares isoparamétricos
- 9) Integración numérica en dos dimensiones
 - i) Integración numérica en dominios cuadriláteros
 - ii) Integración sobre dominios triangulares
 - iii) Selección del orden de integración
 - iv) Integración numérica de las matrices y vectores del elemento
- 10) Programación del cálculo de K y f
 - i) Subrutina para cálculo de la matriz de rigidez K
 - ii) Subrutina para cálculo del vector de fuerzas nodales másicas
- 11) Comportamiento de los elementos triangulares y cuadriláteros isoparamétricos
- 12) Aplicaciones
 - i) Análisis de presas de gravedad de hormigón
 - ii) Análisis de una presa de materiales sueltos
 - iii) Análisis de un túnel urbano

BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA

- 1) Libro de la Asignatura: “Cálculo de Estructuras por el Método de Elementos Finitos – Análisis estático lineal” del Dr. Eugenio Oñate, CIMNE, Barcelona, 1992.
- 2) E. Hinton, D. J. Owen, *An Introduction to Finite Element Computations*.
- 3) E. Hinton, D. J. Owen, *Finite Element Programming*.
- 4) SOFTEC: ELAS2D, CIMNE
- 5) CALSEF: Programa de Ordenador, CIMNE
- 6) GID: Generador Integrado de Datos, CIMNE

PRESENTACIÓN MULTIMEDIA DEL CAPÍTULO

El contenido del tema puede seguirse utilizando la presentación multimedia incluida en la documentación del programa. Dicha presentación se encuentra disponible en el espacio que cada alumno tiene en el Centro Virtual de Estudios.

EJEMPLOS Y PROBLEMAS

Los ejemplos resueltos a estudiar son:

- Ejemplo 4-1: Análisis matricial de una viga en voladizo bajo carga puntual
- Ejemplo 4-2: Análisis de una viga en voladizo bajo carga puntual con Calsef y Gid.
- Ejemplo 4-3: Laja bajo carga normal.
- Ejemplo 4-4: Laja bajo peso propio.
- Ejemplo 4-5: Presa de gravedad. Viga pared de dos tramos.
- Ejemplo 4-6: Viga pared de dos tramos.
- Ejemplo 4-7: Viga con orificio de ventilación.
- Ejemplo 4-8: Tanque de agua prismático.
- Ejemplo 4-9: Túnel.

Realización de los siguientes problemas:

- Problema 4-1: Estructura de protección de una tubería.
- Problema 4-2: Contrafuerte de una presa.
- Problema 4-3: Análisis de la interacción suelo-estructura en un tanque prismático.

CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS

Finalizado el estudio del Tema 4 el alumno habrá adquirido los conocimientos siguientes:
? Aplicación del MEF al análisis de sólidos y estructuras que pueden asimilarse a sólidos elásticos bidimensionales.

? Concepto de tensión y deformación plana.

? Obtención detallada de las matrices y vectores elementales del elemento de elasticidad plana triangular de tres nodos.

? Formulación de elementos de elasticidad plana cuadriláteros y triangulares de mayor orden.

? Obtención general de las funciones de forma de elementos cuadriláteros y triangulares de clase C_0 .

? Formulación de elementos isoparamétricos planos cuadriláteros y triangulares.

- ? Concepto de integración numérica en dos dimensiones.
- ? Ventajas de la simetría estructural
- ? Estructura sobre un medio elástico. Concepto de matriz de rigidez añadida por efecto del coeficiente de balasto.
- ? Integración numérica de la matriz de rigidez y del vector de fuerzas nodales equivalentes en elementos cuadriláteros y triangulares.

Tema 5

SÓLIDOS DE REVOLUCIÓN

OBJETIVOS

- ? Aplicación del MEF al análisis de estructuras que pueden asimilarse a un sólido con simetría de revolución.
- ? Formulación de la teoría de la elasticidad con simetría de revolución.
- ? Formulación del elemento de sólido de revolución triangular de tres nodos.
- ? Cálculo detallado de la expresión de la matriz de rigidez y del vector de fuerzas nodales equivalentes del elemento de sólido triangular de tres nodos.
- ? Elementos de sólido de revolución isoparamétricos.

CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

- ? Temas 1-4
- ? Derivadas e integrales en dominios bidimensionales
 - Integración numérica
 - Interpolación
- ? Teoría de la elasticidad con simetría de revolución
- ? Álgebra matricial

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción
- 2) Formulación fundamental
 - i) Campo de desplazamientos
 - ii) Campo de deformaciones
 - iii) Campo de tensiones
 - iv) Ecuación constitutiva
 - v) Expresión del principio de los trabajos virtuales
- 3) Formulación de elementos finitos. Particularización para el elemento triangular de tres nodos
 - i) Discretización del campo de desplazamientos
 - ii) Discretización del campo de deformaciones y tensiones
 - iii) Matriz de rigidez del elemento
 - iv) Vectores de fuerzas nodales equivalentes
 - v) Particularización de los vectores de fuerzas nodales equivalentes para el elemento triangular de tres nodos
- 4) Otros elementos triangulares o rectangulares de lados rectos
- 5) Elementos sólidos de revolución isoparamétricos
- 6) Analogía entre las formulaciones de elementos finitos para elasticidad bidimensional y sólidos de revolución
- 7) Ejemplos de aplicación
 - i) Cilindro infinitamente largo bajo presión exterior

- ii) Tanque cilíndrico con cúpula esférica bajo presión interior
- iii) Semiespacio elástico bajo carga puntual. Problema de Boussinesq

BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA

- 1) Libro de la Asignatura: “Cálculo de Estructuras por el Método de Elementos Finitos – Análisis estático lineal” del Dr. Eugenio Oñate, CIMNE, Barcelona, 1992.
- 2) O. C. Zienkiewicz, *El Método de los Elementos Finitos*.
- 3) CALSEF: Programa de Ordenador

PRESENTACIÓN MULTIMEDIA DEL CAPÍTULO

El contenido del tema puede seguirse utilizando la presentación multimedia incluida en la documentación del programa. Dicha presentación se encuentra disponible en el espacio que cada alumno tiene en el Centro Virtual de Estudios.

EJEMPLOS Y PROBLEMAS

Los ejemplos resueltos a estudiar son:

- Ejemplo 5-1: Semiespacio elástico bajo carga puntual.
- Ejemplo 5-2: Tanque circular.
- Ejemplo 5-3: Cimentación de un silo circular.

Realización de los siguientes problemas:

- Problema 5-1: Análisis tensional de una lente.
- Problema 5-2: Tanque cilíndrico bajo presión interior.

CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS

Finalizado el estudio del Tema 5 el alumno habrá adquirido los conocimientos siguientes:

- ? Aplicación del MEF al análisis de estructuras que pueden asimilarse a un sólido con simetría de revolución.
- ? Conceptos esenciales de la teoría de la elasticidad con simetría de revolución.
- ? Cálculo detallado de la expresión de la matriz de rigidez y del vector de fuerzas nodales equivalentes del elemento de sólido de revolución de tres nodos.
- ? Elementos de sólido de revolución isoparamétricos.
- ? Integración numérica sobre elementos sólidos de revolución.
- ? Cálculo general de la matriz de rigidez y del vector de fuerzas nodales de un elemento sólido de revolución isoparamétrico.

Tema 6

SÓLIDOS TRIDIMENSIONALES

OBJETIVOS

- ? Cálculo por el MEF de sólidos y estructuras de geometría arbitraria.
- ? Resumen de ecuaciones fundamentales de la elasticidad tridimensional.
- ? Formulación del elemento tetraédrico de cuatro nodos.
- ? Obtención de la matriz de rigidez y del vector de fuerzas nodales equivalentes.
- ? Funciones de forma de elementos hexaédricos y tetraédricos.
- ? Formulación de elementos de sólido tridimensional isoparamétricos.
- ? Integración numérica en elementos de sólido 3D.

CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

- ? Conceptos fundamentales de la elasticidad tridimensional.
- ? Integración en tres dimensiones.
- ? Análisis matricial de estructuras.
- ? Álgebra Matricial.
- ? Integración numérica sobre dominios tridimensionales.
- ? Interpolación.

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción
- 2) Teoría fundamental
 - i) Campo de desplazamientos
 - ii) Campo de deformaciones
 - iii) Campo de tensiones
 - iv) Relación tensión-deformación
 - v) Expresión del principio de los trabajos virtuales
- 3) Formulación de elementos finitos. Particularización para el elemento tetraédrico de cuatro nodos
 - i) Discretización del campo de desplazamientos
 - ii) Matriz de deformación
 - iii) Matriz de rigidez del elemento
 - iv) Vector de fuerzas nodales equivalentes
- 4) Otros elementos de sólido tridimensional
- 5) Elementos hexaédricos rectos
 - i) Elementos hexaédricos rectos Lagrangianos
 - a) Elemento hexaédrico recto Lagrangiano lineal de ocho nodos
 - b) Elemento hexaédrico recto Lagrangiano cuadrático de 20 nodos
 - c) Otros elementos hexaédricos rectos Lagrangianos de órdenes superiores
 - ii) Elementos hexaédricos rectos Serendípticos

- a) Elemento hexaédrico recto Serendípito de 20 nodos
- b) Elemento hexaédrico recto Serendípito cúbico de 32 nodos
- 6) Elementos tetraédricos de lados rectos
 - i) Funciones de forma del elemento tetraédrico cuadrático de 10 nodos
 - ii) Funciones de forma del elemento tetraédrico cúbico de 20 nodos
- 7) Cálculo de las integrales sobre el elemento
 - i) Cálculo analítico de las integrales elementales
- 8) Elementos tridimensionales isoparamétricos
- 9) Integración numérica en tres dimensiones
 - i) Elementos hexaédricos
 - ii) Elementos tetraédricos
- 10) Integración numérica de las matrices y vectores del elemento
- 11) Comportamiento general de los elementos de sólido tridimensional
- 12) Ejemplos de aplicación
 - i) Análisis de una presa de gravedad
 - ii) Análisis de una presa bóveda
 - iii) Análisis de una pieza mecánica

PRESENTACIÓN MULTIMEDIA DEL CAPÍTULO

El contenido del tema puede seguirse utilizando la presentación multimedia incluida en la documentación del programa. Dicha presentación se encuentra disponible en el espacio que cada alumno tiene en el Centro Virtual de Estudios.

EJEMPLOS Y PROBLEMAS

Los ejemplos resueltos a estudiar son:

- Ejemplo 6-1: Semiespacio elástico bajo carga puntual.
- Ejemplo 6-2: Cabezal de pilotes
- Ejemplo 6-3: Cimentación de una columna de esquina.
- Ejemplo 6-4: Presa bóveda.

Realización de los siguientes problemas:

- Problema 6-1: Cabezal de pilotes.

CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS

Finalizado el estudio del Tema 7 el alumno habrá adquirido los conocimientos siguientes:

- ? Cálculo por el MEF de sólidos y estructuras tridimensional de geometría arbitraria.
- ? Resumen de ecuaciones fundamentales de la elasticidad tridimensional.
- ? Formulación del elemento tetraédrico de cuatro nodos.
- ? Obtención de la matriz de rigidez y del vector de fuerzas nodales equivalentes del tetraedro de cuatro nodos.
- ? Funciones de forma de elementos hexaédricos y tetraédricos.
- ? Formulación de elementos de sólido tridimensional isoparamétricos.

- ? Integración numérica en elementos de sólido 3D.
- ? Cálculo general de la matriz de rigidez y del vector de fuerzas nodales equivalentes de un elemento de sólido 3D isoparamétrico.

Tema 7

FLEXIÓN DE VIGAS

OBJETIVOS

- ? Análisis por el MEF de problemas de flexión de vigas utilizando la teoría de vigas clásica de Euler-Bernoulli y la más avanzada de Timoshenko.
- ? Interpolación de clase C_1 .
- ? Formulación matricial del elemento de vigas de Euler-Bernoulli de dos nodos.
- ? Analogía con las expresiones clásicas del cálculo matricial de estructuras.
- ? Formulación del elemento de vigas de Timoshenko de dos nodos.
- ? Concepto de bloqueo de la solución por efecto del esfuerzo cortante.
- ? Concepto de integración reducida.

CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

- ? Temas 1-6
- ? Resistencia de Materiales y Cálculo de Estructuras.
- ? Análisis matricial de estructuras de barras
- ? Álgebra Matricial

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción
- 2) Flexión de vigas esbeltas (teoría de Euler-Bernoulli)
 - i) Teoría fundamental
 - ii) Discretización en elementos finitos de dos nodos
- 3) Puntos óptimos para cálculo de tensiones y deformaciones
- 4) Flexión de vigas de Timoshenko
 - i) Teoría fundamental
 - ii) Elementos finitos para la flexión de vigas de Timoshenko
 - iii) Efecto de bloqueo de la solución
 - iv) Más sobre la integración reducida
- 5) Elemento de viga de Timoshenko cuadrático
- 6) Reinterpretación del concepto de bloqueo. Otras alternativas para desarrollar elementos de viga de Timoshenko
 - i) Utilización de distinta interpolación para flecha y giro
 - ii) Método de deformación de cortante impuesta

PRESENTACIÓN MULTIMEDIA DEL CAPÍTULO

El contenido del tema puede seguirse utilizando la presentación multimedia incluida en la documentación del programa. Dicha presentación se encuentra en los Documentos del tema incluidos en el Centro Virtual de Estudios.

EJEMPLOS Y PROBLEMAS

Los ejemplos resueltos a estudiar son:

- Ejemplo 7-1: Viga de un tramo bajo carga puntual

Realización de los siguientes problemas:

- Problema 7-1: Viga continua de dos tramos.

CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS

Finalizado el estudio del Tema 4 el alumno habrá adquirido los conocimientos siguientes:

- ? Formulación del elemento de vigas de Kirchhoff de dos nodos para análisis de vigas esbeltas.
- ? Concepto de puntos óptimos para cálculo de tensiones y deformaciones.
- ? Formulación del elemento de viga de Timoshenko para análisis de vigas moderadamente gruesas.
- ? Efecto de bloqueo por cortante y forma de evitarlo mediante la integración reducida.

Tema 8

PLACAS DELGADAS Y GRUESAS. TEORÍAS DE KIRCHHOF Y DE REISSNER – MINDLIN

OBJETIVOS

- ? Cálculo de placas moderadamente gruesas y delgadas por el MEF.
- ? Expresiones fundamentales de la teoría de placas delgadas de Kirchhoff.
- ? Formulación de un elemento de placa delgada rectangular de cuatro nodos.
- ? Problemas asociados a la continuidad de clase C_1 .
- ? Elementos de placa delgada conformes y no conformes triangulares y cuadriláteros.
- ? Expresiones fundamentales de la teoría de placas gruesas de Reissner-Mindlin.
- ? Formulación de elementos de placa de Reissner-Mindlin.
- ? Bloqueo por cortante y métodos para evitarlo.
- ? Formulación de un elemento cuadrilátero de cuatro nodos basado en la teoría de placas de Reissner-Mindlin.

CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

- ? Temas 1-7
- ? Derivadas e integrales sobre dominios bidimensionales
- ? Conceptos fundamentales sobre la Teoría de placas
- ? Interpolación
- ? Integración numérica sobre dominios bidimensionales

TEMAS ESTUDIADOS

PLACAS DELGADAS. TEORÍA DE KIRCHHOFF

- 1) 1 Introducción
- 2) 2 Teoría de placas de Kirchhoff
- 3) 2.1 Estado de placa
- 4) 2.2 Hipótesis fundamentales
- 5) 2.3 Campo de desplazamientos
- 6) 2.4 Campo de deformaciones, tensiones y esfuerzos
- 7) 2.5 Expresión del principio de los trabajos virtuales
- 8) 2.6 Ecuaciones de equilibrio de la placa
- 9) Formulación de elementos finitos
- 10) Elementos de placa rectangulares
 - i) Elemento rectangular de cuatro nodos no conforme MZC
 - ii) Elemento rectangular de 12 grados de libertad de Melosh
 - iii) Elementos de placa rectangulares conformes. Elemento BFS
- 11) Elementos de placa triangulares
 - i) Elementos de placa triangulares no conformes

- ii) Elementos de placa triangulares conformes
- 12) Elementos de placa cuadriláteros conformes obtenidos a partir de elementos triangulares
- 13) Elementos de placa delgada conformes obtenidos a partir de la formulación de Reissner-Mindlin
- 14) Comparación de los elementos de placa de Kirchhoff

PLACAS GRUESAS. TEORÍA DE REISSNER-MINDLIN

- 1) Introducción
- 2) Hipótesis de la teoría de placas de Reissner-Mindlin
 - i) Campo de desplazamientos
 - ii) Campo de deformaciones y tensiones
 - iii) Relación tensión-deformación
 - iv) Esfuerzos y deformaciones generalizadas
 - v) Principio de los trabajos virtuales
- 3) Formulación de elementos finitos
 - i) Discretización del campo de movimientos
 - ii) Discretización del campo de deformaciones generalizadas
 - iii) Obtención de la matriz de rigidez del elemento
 - iv) Otros vectores de fuerzas nodales equivalentes
 - v) Condiciones de contorno
- 4) Comportamiento de los elementos de placa de Reissner-Mindlin para análisis de placas delgadas
 - i) Bloqueo de la solución. Integración reducida, índice de coacción
 - ii) Mecanismos inducidos por la integración reducida
 - iii) Otros métodos para evitar el bloqueo de la solución
 - iv) Características del elemento de placa de Reissner-Mindlin ideal
- 5) Elementos de placa de Reissner-Mindlin cuadriláteros basados en técnicas de integración selectiva/reducida
 - i) Elemento de placa cuadrilátero de 4 nodos (CL4)
 - ii) Elemento de placa cuadrilátero Serendípito de 8 nodos (CS8)
 - iii) Elemento de placa cuadrilátero Lagrangiano de 9 nodos (CL9)
 - iv) Elemento de placa cuadrilátero de 9 nodos jerárquico (9J)
 - v) Generalización del elemento de 9 nodos jerárquico (9JG)
 - vi) Elemento de placa Heterosis (9H)
- 6) 5.7. Elementos de placa cuadriláteros de 12 y 16 nodos
- 7) Formulación consistente de elementos de placa de Reissner-Mindlin utilizando deformaciones de cortante impuestas
 - i) Conceptos generales
 - ii) Selección del campo de deformaciones impuestas
 - iii) Obtención de la matriz de deformación de cortante transversal sustitutiva
- 8) Elementos de placa de Reissner-Mindlin cuadriláteros basados en campos de deformaciones de cortante transversales impuestas
 - i) Elemento de placa cuadrilátero de 4 nodos con deformaciones de cortante lineales CLLL

- ii) Elemento de placa Serendípito de 8 nodos con deformaciones de cortante cuadráticas (CCCC-S)
- iii) Elemento de placa Lagrangiano de 9 nodos con deformaciones de cortante cuadráticas (CCCC-L)
- iv) Elementos cuadriláteros de placa de 12 y 16 nodos con campos de deformaciones impuestas
- v) Elemento cuadrilátero de cuatro nodos de Tessler-Hughes
- vi) Elemento de placa cuadrilátero cuadrático de Crisfield
- 9) Elementos de placa de Reissner-Mindlin triangulares
 - i) Elemento de placa triangular cuadrático de seis nodos con un campo de deformaciones de cortante lineal (TCCL)
 - ii) Elemento triangular lineal/cuadrático (TLCL)
- 10) Otros elementos basados en campos de deformaciones de cortante impuestas
- 11) Elementos de placa delgada DK
 - i) Elemento de placa triangular DKT de tres nodos
 - ii) Elementos de placa DK cuadriláteros
- 12) Problemas
 - i) Comportamiento de los elementos de placa basados en deformaciones de cortante impuestas
 - ii) Efecto del esfuerzo cortante sobre una placa tri-apoyada bajo carga en laja sobre el borde libre

PRESENTACIÓN MULTIMEDIA DEL CAPÍTULO

El contenido del tema puede seguirse utilizando la presentación multimedia incluida en la documentación del programa. Dicha presentación se encuentra en los Documentos del tema incluidos en el Centro Virtual de Estudios.

EJEMPLOS Y PROBLEMAS

Los ejemplos resueltos a estudiar son:

- Ejemplo 8-1: Placa empotrada con carga uniforme.
- Ejemplo 8-2: Placa empotrada con carga concentrada.
- Ejemplo 8-3: Placa delgada con agujero interior.
- Ejemplo 8-4: Placa gruesa circular con agujero interior.

Realización de los siguientes problemas:

- Problema 8-1: Placa de forma arbitraria.
- Problema 8-2: Placa de forma circular.

CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS

Finalizado el estudio del Tema 8 el alumno habrá adquirido los conocimientos siguientes:

- ? Cálculo de placas delgadas por el MEF.
- ? Expresiones fundamentales de la teoría de placas delgadas de Kirchhoff.
- ? Formulación de un elemento de placa delgada rectangular de cuatro nodos.

- ? Problemas asociados a la continuidad de clase C_1 .
- ? Elementos de placa delgada conformes y no conformes triangulares y cuadriláteros.
- ? Ideas fundamentales sobre los elementos de placa delgada obtenidos a partir de la teoría de Reissner-Mindlin
- ? Comparación de diversos elementos de placa delgada
- ? Recomendaciones sobre la utilización de los elementos de placa delgada.
- ? Teoría de placas gruesas de Reissner-Mindlin.
- ? Formulación general de elementos de placas de Reissner-Mindlin.
- ? Matriz de rigidez y vector de fuerzas nodales equivalentes.
- ? Concepto de bloqueo por cortante en placas y métodos para evitarlo.
- ? Formulación de un elemento de placa cuadrilátero de cuatro nodos.

Tema 9

ANÁLISIS DE LÁMINAS CON ELEMENTOS PLANOS

OBJETIVOS

- ? Cálculo de láminas con elementos de lámina plana de Reissner-Mindlin.
- ? Formulación de elementos finitos de lámina plana de Reissner-Mindlin.
- ? Obtención de las matrices y vectores elementales en ejes locales.
- ? Concepto de ensamblaje en ejes globales.
- ? Transformación a ejes globales de las matrices y vectores locales.
- ? Conceptos fundamentales sobre el bloqueo de la solución numérica por efectos de cortante y membrana y cómo evitarlo.
- ? Elementos de lámina plana de Reissner-Mindlin más populares.
- ? Teoría de láminas planas de Kirchhoff.
- ? Conceptos fundamentales sobre la formulación de elementos de láminas planas de Kirchhoff.

CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

- ? Temas 1-8
- ? Derivadas e integrales sobre dominios bidimensionales
- ? Ideas fundamentales sobre estructuras laminares
- ? Interpolación
- ? Álgebra matricial
- ? Integración numérica sobre dominios bidimensionales

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción
- 2) Teoría de láminas planas
- 3) Formulación de láminas planas de Reissner-Mindlin
 - i) Elemento de placa triangular DKT de tres nodos
 - ii) Campo de desplazamientos
 - iii) Campo de deformaciones
 - iv) Campo de tensiones. Ecuación constitutiva
 - v) Esfuerzos
 - vi) Expresión del principio de los trabajos virtuales
- 4) Formulación de elementos finitos
 - i) Discretización del campo de movimientos
 - ii) Discretización del campo de deformaciones generalizadas
 - iii) Obtención de la matriz de rigidez local
- 5) Ensamblaje de las ecuaciones de rigidez
- 6) Consideraciones sobre el cálculo de la matriz de rigidez y el vector de fuerzas nodales equivalentes
- 7) Cálculo de los cosenos directores locales
 - i) Obtención de los ejes locales a partir de la dirección de un lado del elemento

- ii) Obtención de los ejes locales por intersección con un plano coordenado
- iii) Obtención de los ejes locales definiendo un eje local paralelo a uno global
- 8) Tratamiento de nodos coplanares. Alternativas para evitar la singularidad de la matriz de rigidez
 - i) Ensamblaje selectivo en ejes locales
 - ii) Adición de una rigidez rotacional ficticia
 - iii) Utilización de elementos de placa especiales con giros normales definidos en puntos intermedios de los lados
 - iv) Utilización de elementos de membrana que incorporan un giro en el plano adicional
 - v) Problemas de cuasi-coplanaridad en el análisis de láminas curvas de superficie lisa
- 9) Elementos de lámina plana de Reissner-Mindlin más usuales. Efecto de bloqueo de membrana
 - i) Elementos de lámina plana de Reissner-Mindlin
 - ii) Efecto de bloqueo por cortante y membrana
- 10) Teoría de láminas planas de Kirchhoff
 - i) Campos de movimientos, deformaciones generalizadas y esfuerzos. Expresión del PTV
 - ii) Elementos finitos de lámina plana de Kirchhoff
 - iii) Selección del tipo de elemento de lámina plana de Kirchhoff. Problemas de incompatibilidad
 - iv) Incompatibilidades entre elementos de placa y membrana
- 11) Elementos de lámina plana rebajada
- 12) Ejemplos de aplicación
 - i) Comportamiento de diferentes elementos de lámina plana de Reissner-Mindlin
 - ii) Análisis de diversas estructuras celulares
 - iii) Análisis de estructuras de vagones de ferrocarril

PRESENTACIÓN MULTIMEDIA DEL CAPÍTULO

El contenido del tema puede seguirse utilizando la presentación multimedia incluida en la documentación del programa. Dicha presentación se encuentra en los Documentos del tema incluidos en el Centro Virtual de Estudios.

EJEMPLOS Y PROBLEMAS

Los ejemplos resueltos a estudiar son:

- Ejemplo 9-1: Lámina cilíndrica bajo carga concentrada.
- Ejemplo 9-2: Escalera empotrada en sus extremos.
- Ejemplo 9-3: Puente de carretera.

Realización de los siguientes problemas:

- Problema 9-1: Cubierta cilíndrica.
- Problema 9-2: Cubierta de forma de paraboloides hiperbólicos.

CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS

Finalizado el estudio del Tema 9 el alumno habrá adquirido los conocimientos siguientes:

- ? Cálculo de láminas con elementos de láminas plegadas de Reissner-Mindlin.
- ? Formulación de elementos finitos de lámina plana.
- ? Obtención de las matrices y vectores elementales en ejes locales.
- ? Concepto de ensamblaje en ejes globales.
- ? Transformación a ejes globales de las matrices y vectores locales.
- ? Concepto de nodos coplanares y no coplanares.
- ? Concepto de la singularidad de la matriz de rigidez asociada a los nodos coplanares.
- ? Elementos de lámina plana de Reissner-Mindlin más populares.
- ? Teoría de lámina plana de Kirchhoff.
- ? Formulación de elementos de lámina plana de Kirchhoff.
- ? Recomendaciones sobre el tipo de elemento de lámina plana a utilizar en la práctica.

Tema 10

LÁMINAS DE REVOLUCIÓN Y ARCOS

OBJETIVOS

- ? Cálculo de láminas de revolución, placas de revolución y arcos con elementos unidimensionales.
- ? Conceptos fundamentales de la teoría de láminas troncocónicas de Reissner-Mindlin.
- ? Formulación del elemento de lámina de revolución de dos nodos.
- ? Efecto de bloqueo de la solución numérica.
- ? Expresión de la matriz de rigidez y del vector de fuerzas nodales equivalentes del elemento troncocónico de dos nodos con integración reducida de un punto.
- ? Formulación del elemento de placa de revolución de dos nodos.
- ? Formulación del elemento de arco de dos nodos.

CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

- ? Temas 1-9
- ? Interpolación
- ? Álgebra matricial
- ? Integración numérica sobre dominios bidimensionales
- ? Derivadas e integrales sobre dominios bidimensionales
- ? Ideas fundamentales sobre Estructuras laminares

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción
- 2) Descripción geométrica de una lámina de revolución
- 3) Teoría de láminas de revolución de Reissner-Mindlin
 - i) Campo de desplazamientos
 - ii) Vector de deformaciones
 - iii) Tensiones y esfuerzos
 - iv) Expresión de los trabajos virtuales
- 4) Discretización en elementos troncocónicos
 - i) Interpolación de movimientos y deformaciones generalizadas
 - ii) Matriz de rigidez local
 - iii) Transformación a ejes globales
- 5) Utilización práctica de los elementos troncocónicos de Reissner-Mindlin
- 6) Consideraciones sobre el efecto de bloqueo por cortante y membrana Técnicas de integración selectiva/reducida
- 7) Otras técnicas para evitar el bloqueo en elementos troncocónicos de Reissner-Mindlin
- 8) Ejemplos de aplicación del elemento troncocónico de dos nodos de Reissner-Mindlin
 - i) Análisis de un casquete esférico empotrado bajo presión uniforme
 - ii) Análisis de un toro bajo presión interior
 - iii) Análisis de un depósito cilíndrico con cúpula esférica bajo presión interior

- iv) Análisis de un depósito elevado para agua
- 9) Elementos de lámina de revolución curvos de Reissner-Mindlin
 - i) Campo de movimientos y deformaciones generalizadas
 - ii) Cálculo de derivadas curvilíneas, radio de curvatura e integrales del elemento
- 10) Formulación de láminas de revolución de Kirchhoff
 - i) Introducción
 - ii) Formulación fundamental
 - iii) Elementos finitos troncocónicos de Kirchhoff
 - a) Elementos troncocónicos de dos nodos
 - b) Elementos curvos de Kirchhoff
- 11) Elementos de lámina de revolución obtenidos por degeneración de elementos de sólido
- 12) Placas de revolución
- 13) Arcos planos
- 14) Láminas de revolución y arcos rebajados
- 15) Consideraciones sobre el bloqueo por membrana

PRESENTACIÓN MULTIMEDIA DEL CAPÍTULO

El contenido del tema puede seguirse utilizando la presentación multimedia incluida en la documentación del programa. Dicha presentación se encuentra en los Documentos del tema incluidos en el Centro Virtual de Estudios.

EJEMPLOS Y PROBLEMAS

Los ejemplos resueltos a estudiar son:

- Ejemplo 10-1: Tanque cilíndrico.
- Ejemplo 10-2: Losa circular.
- Ejemplo 10-3: Tanque Intze.

Realización de los siguientes problemas:

- Problema 10-1: Láminas cilíndricas con cúpula esférica.

CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS

Finalizado el estudio del Tema 11 el alumno habrá adquirido los conocimientos siguientes:

- ? Conceptos fundamentales de la teoría de láminas troncocónicas de Reissner-Mindlin.
- ? Formulación del elemento de lámina de revolución de dos nodos.
- ? Bloqueo de la solución numérica por cortante y membrana.
- ? Expresión de la matriz de rigidez del elemento troncocónico de dos nodos con integración reducida de un punto.
- ? Expresión del vector de fuerzas nodales equivalentes.
- ? Formulación del elemento de placa de revolución de dos nodos.
- ? Formulación del elemento de arco de dos nodos.
- ? Cálculo de láminas de revolución, placas de revolución y arcos con elementos unidimensionales.

Tema 11

ANÁLISIS DE LÁMINAS CON ELEMENTOS DE SÓLIDO DEGENERADOS

OBJETIVOS

Estudiar la formulación de elementos de lámina por degeneración de elementos de sólido. Las hipótesis que se establecen para dicha degeneración son esencialmente las mismas que para los elementos de placa y lámina plana de Reissner – Mindlin. Por consiguiente los elementos de lámina degenerados sufren de los mismos inconvenientes para análisis de láminas de pequeño espesor que los de placa y lámina plana estudiados en los capítulos precedentes y de nuevo hay que hacer uso de técnicas de integración selectiva y de deformaciones de cortante (y membrana) impuestas para mejorar su comportamiento.

La mayor parte del tema está dedicada a la obtención de elementos de lámina por degeneración de elementos de sólido tridimensional. Se estudia la formulación de elementos de lámina de revolución a partir de la degeneración de los correspondientes elementos de sólido de revolución.

CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

- ? Temas 1-10
- ? Análisis matricial de estructuras.
- ? Interpolación
- ? Álgebra matricial
- ? Derivadas e integrales sobre dominios bidimensionales
- ? Integración numérica sobre dominios bidimensionales
- ? Integración numérica sobre dominios tridimensionales.
- ? Elasticidad tridimensional.
- ? Estructuras laminares

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción
- 2) Conceptos generales
- 3) Sistemas de coordenadas
 - i) Sistema de coordenadas global xyz
 - ii) Sistema de coordenadas nodal $\bar{V}_{1i}, \bar{V}_{2i}, \bar{V}_{3i}$
 - iii) Sistema de coordenadas curvilíneo o natural $\xi\eta\zeta$
 - iv) Sistema de coordenadas local $x'y'z'$
- 4) Descripción geométrica
- 5) Campo de desplazamientos
- 6) Matriz de deformaciones locales
- 7) Vector de tensiones y ecuación constitutiva

- 8) Matriz de rigidez y vector de fuerzas nodales equivalentes
- 9) Cálculo de esfuerzos
- 10) Láminas con plegamientos
- 11) Integración sobre el espesor en la matriz de rigidez
- 12) Técnicas para mejorar los elementos de lámina degenerados
 - i) Técnicas de integración selectiva /reducida
 - ii) Utilización de campos de deformaciones de cortante y de membrana impuestos
 - iii) Técnicas de deformaciones de cortante impuestas en elementos de lámina
 - iv) Técnicas de deformaciones de membrana impuestas en elementos de lámina degenerados
- 13) Elementos de lámina DK
 - i) Elemento de lámina semi-Loof
- 14) Comportamiento de los elementos de lámina degenerados
- 15) Elementos de placa por degeneración de elementos de sólido
- 16) Elementos de lámina de revolución degenerados

Tema 12

PIEZAS CURVAS Y RIGIDIZADORES EN LÁMINAS

OBJETIVOS

Este tema se dedica al estudio de diversas formulaciones de elementos finitos para análisis de piezas prismáticas de geometría arbitraria (p. Ej. Estructuras reticuladas en edificios, mallas espaciales para cubiertas, arcos, etc.). Se estudian la obtención de elementos de pieza prismática mediante una generalización a tres dimensiones de las formulaciones de viga de Timoshenko y de Euler – Bernoulli del Tema 7. Se estudia la formulación de elementos de pieza prismática por degeneración de elementos de sólido tridimensionales, siguiendo la metodología empleada en el tema anterior para la obtención de elementos de lámina curva. Se estudia la utilización de los elementos de pieza prismática como rigidizadores en estructuras laminares.

CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

- ? Temas 1-11
- ? Interpolación
- ? Álgebra matricial
- ? Integración numérica sobre dominios tridimensionales.
- ? Estructuras laminares

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción
- 2) Elementos de pieza prismática de Timoshenko
 - i) Teoría fundamental
 - ii) Discretización en elementos finitos
- 3) Elementos de pieza de Euler-Bernoulli
- 4) Análisis de piezas curvas con elementos de sólido degenerados
- 5) Problemas de análisis de piezas curvas
- 6) Rigidizadores en láminas
- 7) Análisis de puentes de losa y vigas
- 8) Problema de análisis de un puente de losa y vigas

Tema 13

MÉTODOS DE LA BANDA FINITA Y DEL PRISMA FINITO

OBJETIVOS

En este tema se estudian los métodos de la banda finita y del prisma finito así como su aplicación a varias estructuras de interés tales como placas, puentes de planta recta o curva, láminas de revolución y sólidos prismáticos. Se estudia el uso de las series de Fourier en el cálculo de estructuras a través de problemas.

CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

- ? Temas 1-9
- ? Interpolación
- ? Álgebra matricial
- ? Derivadas e integrales sobre dominios bidimensionales
- ? Integración numérica sobre dominios bidimensionales

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción
- 2) Análisis de una viga simplemente apoyada por series de Fourier
- 3) Generalidades sobre los métodos de la banda finita y del prisma finito
- 4) Análisis de placas rectangulares por el método de la banda finita. Teoría de Reissner-Mindlin
 - i) Formulación general
 - ii) Elementos de banda finita de placas de Reissner-Mindlin con integración reducida
- 5) Análisis de estructuras laminares prismáticas rectas por el método de la banda finita
 - i) Formulación general
 - ii) Ensamblaje de bandas. Transformación a ejes globales
 - iii) Vector de fuerzas nodales equivalentes
 - iv) Tipos de bandas. Elemento de banda lineal con integración reducida
- 6) Análisis de estructuras laminares prismáticas curvas por el método de la banda finita
 - i) Formulación general
 - ii) Caso particular: Análisis de placas circulares
- 7) Análisis de láminas de revolución troncocónicas bajo carga arbitraria
- 8) El método del prisma finito
- 9) Sólidos de revolución sometidos a cargas arbitrarias
- 10) Tratamiento de apoyos intermedios y rigidizadores
- 11) Problemas
 - i) Placa cuadrada apoyada bajo carga uniforme
 - ii) Puente curvo de sección celular simplemente apoyado
 - iii) Puente de sección celular de dos vanos
 - iv) Placa circular bajo carga excéntrica

- v) Cilindro bajo cargas puntuales radiales
- vi) Puente recto de losa y vigas simplemente apoyado
- vii) Análisis de un puente de sección celular por los métodos de la banda finita y del prisma finito
- viii) Puente en cajón analizado con el método del prisma finito

Tema 14

RESTRICCIÓN DE MOVIMIENTOS, CONDENSACIÓN NODAL, ESTIMACIÓN DEL ERROR, MALLAS ADAPTABLES Y OTROS TEMAS DE INTERÉS

OBJETIVOS

En este tema se estudia el tratamiento de condiciones de contorno en nodos sobre apoyos inclinados. Se estudia el proceso de unión de elementos de tipologías diferentes y su generalización para imponer restricciones cualesquiera sobre los movimientos nodales. Se estudia la condensación de nodos y su aplicación al análisis de subestructuras, a la consideración de diferentes tipos de simetría de la malla y al tratamiento de estructuras sobre un medio elástico. Se estudia importantes temas del cálculo de tensiones nodales y de la estimación del error, así como su aplicación para refinar la malla de forma adaptable.

CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

- ? Temas 1-13
- ? Interpolación
- ? Álgebra matricial
- ? Derivadas e integrales sobre dominios bidimensionales
- ? Integración numérica sobre dominios bidimensionales

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción
- 2) Condiciones de contorno en apoyos inclinados
- 3) Unión de elementos diferentes
- 4) Restricción de movimientos nodales
 - i) Método general de eliminación de grados de libertad restringidos
 - ii) Uso de multiplicadores de Lagrange
 - iii) Método de penalización
- 5) Condensación de nodos. Subestructuras
 - i) Condensación de nodos
 - ii) Subestructuración
- 6) Ventajas de la simetría estructural
 - i) Concepto de malla simétrica
 - ii) Simetría cíclica
- 7) Estructuras sobre un medio elástico
- 8) Cálculo de tensiones en los nodos
 - i) Extrapolación y alisado global de tensiones
 - ii) Extrapolación y alisado local de tensiones
 - iii) Extrapolación local. Método directo

- iv) Mejora iterativa de la solución
- 9) Estimación del error de discretización. Procedimientos de solución adaptables
 - i) Conceptos generales
 - ii) Estimación del error
 - iii) Estrategias de refinamiento de la malla
 - a) Criterio de malla óptima basado en la equi-distribución del error global
 - b) Criterio de malla óptima basado en la equi-distribución del error específico
 - i) Generación de la malla
 - ii) Problemas de refinamiento adaptable

Tema 15

PROGRAMACIÓN DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS PARA CÁLCULO DE ESTRUCTURAS

OBJETIVOS

En este tema se estudian las etapas que intervienen en un programa de elementos finitos para cálculo de estructuras, incidiendo principalmente en la metodología general de la programación de las diferentes subrutinas, así como en las aplicaciones a varios de los problemas estudiados en esta asignatura. En particular se estudian con detalle las subrutinas fundamentales para análisis de problemas de deformación y tensión plana, sólidos de revolución, sólidos tridimensionales, flexión de placas y láminas de revolución.

CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

? Temes 1-14

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción
- 2) Características del programa CALSEF
- 3) Organización general de CALSEF
 - i) Etapas fundamentales. Diagrama de flujo principal
 - ii) Selección de los nombres de las variables
 - iii) Transmisión de información entre subrutinas
 - iv) Listado de la subrutina principal de CALSEF
- 4) Descripción de la subrutina DATOS
 - i) Parámetros de control
 - ii) Datos geométricos
 - iii) Condiciones de contorno
 - iv) Propiedades del material
 - v) Listado de la subrutina DATOS
 - vi) Subrutina GAUSS
 - vii) Preparación automática de datos
 - viii) Subrutina de control de datos
- 5) Matriz de rigidez: subrutina RIGIMAT
 - i) Tensión y deformación plana
 - ii) Sólidos de revolución
 - iii) Sólidos tridimensionales
 - iv) Flexión de placas de Reissner-Mindlin. Elemento cuadrilátero de 4 nodos CLLL
 - v) Láminas de revolución de Reissner-Mindlin. Elemento troncocónico de dos nodos
 - vi) Listado de RIGIMAT
 - vii) Listado de las subrutinas auxiliares DHAT, FFORMA, JACOBM, BMAT, DBHAT y BCORTE
- 6) Subrutina FUERZAS

- i) Consideraciones generales
- ii) Fuerzas puntuales nodales
- iii) Peso propio
- iv) Fuerzas distribuidas sobre un elemento
- v) Fuerzas repartidas sobre un lado
- 7) Solución del sistema de ecuaciones. Subrutina SOLUCIOM
- 8) Cálculo de las tensiones elementales. Subrutina TEHSIOD
- 9) Problemas de utilización del programa CALSEF
 - i) Cilindro de pared gruesa bajo presión interior
 - ii) Placa cuadrada delgada simplemente apoyada bajo carga uniforme
 - iii) Placa circular delgada empotrada bajo carga uniforme
- 10) Obtención del programa CALSEF

GUIA DE EJEMPLOS Y PROBLEMAS

INTRODUCCIÓN

Esta Guía de Ejemplos y Problemas contiene una colección de ejemplos y problemas de cálculo de diversas estructuras por el método de los elementos finitos (MEF). Las tipologías de estructuras corresponden a las estudiadas en los distintos temas de la asignatura. En concreto, se estudian estructuras de los siguientes tipos:

- Estructuras de barras (Temas 1 a 3)
- Estructuras que pueden analizarse como sólidos bidimensionales bajo las teorías de tensión y deformación plana (Tema 4). Sólidos con simetría de revolución (Tema 5).
- Sólidos de tres dimensiones (Tema 6)
- Vigas (Tema 7)
- Placas delgadas y gruesas (Temas 8).
- Láminas analizadas con elementos planos (Tema 9).
- Láminas de revolución (Tema 10).

Las estructuras cuyo análisis se propone, incluyen geometrías de tipo académico y otras más próximas a problemas usuales de la ingeniería estructural.

De todos los ejemplos, se incluyen los detalles geométricos en CAD, así como la definición de las cargas, las condiciones de contorno, los materiales y la solución detallada. No se incluye, sin embargo, la solución de los problemas que se proponen teniendo en cuenta, que estos hacen parte del trabajo que deben realizar los alumnos que cursan la asignatura.

Para la resolución de los ejemplos propuestos se han utilizado los siguientes módulos de GID: Calsef (Estado Plano, Sólidos de Revolución, Sólidos Tridimensionales, Placas y Láminas de Revolución) y Ramshell (Láminas).

TEMARIO DE EJEMPLOS Y PROBLEMAS:

Tema 1: Sistemas discretos y continuos

- Ejemplo 1-1: Estructura de tres barras alineadas
- Ejemplo 1-2: Estructuras de cuatro barras alineadas
- Problema 1-1: Estructura de cinco barras alineada
- Problema 1-2: Estructura de barras articuladas

Tema 2: Elementos finitos de barra. Conceptos fundamentales

- Ejemplo 2-1: Barra de sección variable sometida a carga concentrada
- Problema 2-1: Interpolación paramétrica de una función cúbica

Tema 3: Elementos de barra más avanzados

- Ejemplo 3-1: Interpolación paramétrica de una función cúbica
- Ejemplo 3-2: Aplicaciones de las cuadraturas de Gauss Legendre
- Ejemplo 3-3: Cálculo de un coeficiente de la matriz de rigidez del elemento de barra de Timoshenko
- Ejemplo 3-4: Barra de sección constante bajo carga uniforme y puntual
- Problema 3-1: Análisis de una barra de sección variable con elementos de tres nodos

Tema 4: Sólidos bidimensionales

- Ejemplo 4-1: Análisis matricial de una viga en voladizo bajo carga puntual
- Ejemplo 4-2: Análisis de una viga en voladizo bajo carga puntual con Calsef y Gid
- Ejemplo 4-3: Laja bajo carga normal
- Ejemplo 4-4: Laja bajo peso propio
- Ejemplo 4-5: Análisis de una laja fraccionada por carga parabólica con elementos cuadriláteros
- Ejemplo 4-6: Análisis de una viga en voladizo bajo carga parabólica en el borde con elementos cuadriláteros
- Ejemplo 4-7: Presa de gravedad
- Ejemplo 4-8: Viga pared de dos tramos
- Ejemplo 4-9: Viga con orificio de ventilación
- Ejemplo 4-10: Tanque de agua prismático
- Ejemplo 4-11: Túnel
- Problema 4-1: Análisis de una laja traccionada por carga parabólica con elementos triangulares
- Problema 4-2: Análisis de una viga en voladizo bajo carga parabólica en el borde con elementos triangulares
- Problema 4-3: Estructura de protección de una tubería
- Problema 4-4: Contrafuerte de una presa
- Problema 4-5: Análisis de la interacción suelo-estructura en un tanque prismático

Tema 5: Sólidos de revolución

Ejemplo 5-1 Semiespacio elástico bajo carga puntual
Ejemplo 5-2 Tanque circular
Ejemplo 5-3 Cimentación de un silo circular
Problema 5-1: Análisis tensional de una lente
Problema 5-2: Tanque cilíndrico bajo presión interior

Tema 6: Sólidos tridimensionales

Ejemplo 6-1: Semiespacio elástico bajo carga puntual
Ejemplo 6-2: Análisis de la flexión de una viga con elementos hexaédricos
Ejemplo 6-3: Cabezal de pilotes
Ejemplo 6-4: Cimentación de una columna de esquina
Ejemplo 6-5: Presa bóveda
Problema 6-2: Análisis de la flexión de una viga con elementos tetraédricos
Problema 6-1: Cabezal de pilotes

Tema 7: Flexión de vigas

Ejemplo 7-1: Viga de un tramo bajo carga puntual
Ejemplo 7-2: Viga en voladizo con carga uniforme
Problema 7-1: Viga continua de dos tramos

Tema 8: Placas delgadas y gruesas

Ejemplo 8-1: Placa empotrada con carga uniforme
Ejemplo 8-2: Placa empotrada con carga puntual en el centro
Ejemplo 8-3: Placa delgada con agujero interior
Ejemplo 8-4: Placa gruesa circular con agujero interior
Problema 8-1: Placa de forma arbitraria
Problema 8-2: Placa de forma circular

Tema 9: Análisis de laminas con elementos planos

Ejemplo 9-1 Lámina cilíndrica bajo carga repartida
Ejemplo 9-2 Escalera empotrada en sus extremos
Ejemplo 9-3 Puente de carretera
Problema 9-1: Cubierta cilíndrica
Problema 9-2: Cubierta en forma de paraboloides hiperbólicas

Tema 10: Láminas de revolución y arcos

Ejemplo 10-1: Tanque cilíndrico
Ejemplo 10-2: Losa circular
Ejemplo 10-3: Tanque Intze
Problema 10-1: Láminas cilíndricas con cúpula esférica

MASTER EN MÉTODOS NUMÉRICOS PARA CÁLCULO Y DISEÑO EN INGENIERÍA

GUÍA DE LA ASIGNATURA PROBLEMAS GEOTÉCNICOS

**Profesor
Alberto Ledesma**

TEMARIO DE LA ASIGNATURA:

PROBLEMAS GEOTÉCNICOS

Presentación y objetivos de la asignatura

Tema 1:

**INTRODUCCIÓN. CONCEPTOS PREVIOS Y CARACTERÍSTICAS
DE LOS PROBLEMAS GEOTÉCNICOS**

Tema 2:

MODELOS CONSTITUTIVOS EN SUELOS

Tema 3:

**INTERACCIÓN FLUIDO - SUELO
FORMULACIÓN DE BIOT
FORMULACIÓN u - p GENERAL**

Tema 4:

PROBLEMAS DE FLUJO Y CONSOLIDACIÓN

Tema 5:

PROBLEMAS DE DINÁMICA DE SUELOS

Tema 6:

ASPECTOS ESPECÍFICOS DE LOS PROBLEMAS GEOTÉCNICOS

BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA

PROBLEMAS GEOTÉCNICOS

PRESENTACIÓN Y OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA

La asignatura "Problemas Geotécnicos" es una materia que se dicta en la fase de especialidad del Máster de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería.

El título de Problemas Geotécnicos hace referencia al análisis cuantitativo de los problemas típicos de la Ingeniería del Terreno, como por ejemplo: cimentaciones, excavaciones, túneles, diseño de taludes, muros, análisis de laderas inestables, presas de tierras, etc. En general, el material de trabajo es el suelo o la roca, en los primeros metros de profundidad, y a una escala de trabajo típica de la Ingeniería Civil. De hecho, la Geotecnia o la Mecánica del Suelo y de las Rocas es una disciplina que se estudia habitualmente en las carreras de Ingeniería Civil. Sin embargo, el enfoque que se suele dar en dichas carreras tiene bastantes diferencias con el que veremos aquí.

En los cursos de Geotecnia clásica, se recurre a menudo a simplificaciones y a reglas empíricas utilizadas durante décadas para poder hacer predicciones razonables. Sin embargo, en un curso como éste, se necesita partir de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales para poder aplicar luego un método de cálculo como el de los Elementos Finitos, por ejemplo.

Hay que tener en cuenta que la Mecánica del Suelo como ciencia, es muy reciente, y que su desarrollo ha tenido lugar sobre todo en los últimos 50 años- Todavía quedan cosas por hacer, incluso en el ámbito fundamental, mientras que en el análisis clásico de estructuras, por ejemplo, muchos de los teoremas y fórmulas que utilizamos son del siglo pasado. El suelo (una arena, una arcilla, etc.) como material es más complicado de estudiar que el hormigón o el acero, que al fin y al cabo son materiales que fabricamos nosotros. Un suelo arcilloso puede tener varias decenas de miles de años de antigüedad, con lo que ello implica de procesos de carga y descarga que puede haber sufrido, además de cambios de composición y estructura. Su situación inicial nunca será de tensiones nulas. Además de eso, los poros del suelo arcilloso contienen agua que puede moverse cambiando las condiciones de comportamiento mecánico de dicho suelo en función del agua presente y de su presión.

Los problemas de Geotecnia conducen por tanto a problemas acoplados de tipo hidromecánico, es decir, problemas donde intervienen las ecuaciones de equilibrio y las leyes tensión - deformación por un lado, y las ecuaciones de movimiento del agua por otro. Esta circunstancia complica bastante el análisis numérico de los problemas geotécnicos, y estudia el "retraso" en la resolución "exacta" de estos problemas, respecto de otras disciplinas afines.

Los Métodos de Cálculo Numérico han supuesto una gran herramienta para avanzar en la resolución de problemas que antes eran inabordables; pero no hay que considerarlos una panacea. Si los datos de entrada no son correctos, o el modelo es inadecuado (modelo

geométrico, modelo tensión -deformación, etc.) el resultado, por muy elaborado que sea en términos de métodos numéricos, seguirá siendo erróneo.

Este curso constituye una parte fundamental en la resolución de estos problemas. Está planteado para aquellas personas que tengan una formación de Ingeniero Civil. El análisis dinámico de presas de tierra por ejemplo, no puede abordarse con ciertas garantías si no es mediante el empleo de técnicas numéricas avanzadas, y por eso se dedica parte de la asignatura a su estudio.

El curso está basado en el Método de los Elementos Finitos, y varias de las asignaturas de la primera parte son necesarias para seguirlo: la Mecánica de los Medios Continuos, la asignatura de Leyes de Comportamiento de Materiales y la asignatura de Elementos Finitos.

El curso se estructura en los siguientes temas:

El Tema 1 profundiza sobre conocimientos generales de Mecánica del Suelo que son básicos para seguir la asignatura. El tema termina destacando aquellos aspectos que son propios de los Problemas Geotécnicos y que un código "ideal" debería tener en cuenta. La mayoría de los programas comerciales están pensados para el análisis de estructuras o de piezas mecánicas, así que parece importante indicar aquellos aspectos que diferencian a los problemas geotécnicos de otros problemas.

En el tema 2 se estudian las ecuaciones constitutivas típicas para suelos que no han sido vistas en la asignatura de "Leyes de Comportamiento de Materiales". En particular se estudian de forma detallada el modelo Cam-Clay y el modelo de plasticidad generalizada para carga cíclica de Pastor-Zienkiewicz.

En el tema 3 se plantea una formulación unificada y acoplada para los problemas de ingeniería geotécnica. Se estudia la formulación de Biot, basada en la Mecánica de los Medios Continuos y se estudian todas las ecuaciones que intervienen en un problema complejo en Geotecnia. Se estudian en el caso más general de acciones dinámicas y se estudia la llamada formulación "u-p" (en desplazamientos y presiones de agua).

En el tema 4 se estudia el caso particular de los problemas de flujo y de consolidación. Este último problema se trata como un caso particular de la formulación acoplada estudiada en el tema anterior. El estudio del problema de consolidación en la ciudad de Venecia se estudia como problema típico de este caso.

En el tema 5 se estudia la resolución de los problemas de dinámica de suelos a partir de la formulación unificada del tema 3. Se trata de uno de los problemas más complejos a los que se enfrenta la Ingeniería Geotécnica y que se puede resolverse razonablemente con estos métodos. El análisis de la rotura de la presa de tierras de San Fernando (California, USA) mediante este procedimiento ilustra la potencia de esta formulación.

Finalmente en el tema 6 se abordan aquellos aspectos específicos de los problemas geotécnicos y que requieren un tratamiento especial. Tal es el caso de la definición de tensiones efectivas, de la estimación de tensiones iniciales, de la disipación de presiones de agua, y de la excavación y de la construcción de elementos. Se estudian también problemas que sirven como marco de referencia al contexto teórico.

Estos 6 temas abordan los aspectos más importantes de los problemas geotécnicos y la bibliografía que se emplea en el curso permite profundizar aún más en ellos.

El conjunto de temas de la asignatura, equivale a una docencia de 2,5 créditos (25 horas) y se espera que el alumno dedique un esfuerzo adicional importante de estudio, debido a la complejidad de los temas.

Tema 1

INTRODUCCIÓN. CONCEPTOS PREVIOS Y CARACTERÍSTICAS DE LOS PROBLEMAS GEOTÉCNICOS

1.1 OBJETIVOS

Estudiar los aspectos que caracterizan a los problemas geotécnicos y los hacen "diferentes" de otros problemas convencionales tensión -deformación. Se definen también los conceptos que son fundamentales en el desarrollo de este curso: tensiones efectivas, tensiones iniciales, condiciones drenadas y no drenadas, etc.

1.2 TEMAS ESTUDIADOS

1. Introducción: Problemas abordados.
2. El suelo y la roca como materiales.
3. El agua en el suelo. Agua en reposo y en movimiento.
4. Tensiones iniciales en el suelo.
5. Tensión total y tensión efectiva.
6. Efecto de las cargas exteriores: Situación drenada y no drenada.
7. Consolidación.
8. Problemas de contorno en Mecánica del Suelo. Ejemplos.
9. Requisitos ideales para un código de elementos finitos geotécnico.

Tema 2

MODELOS CONSTITUTIVOS EN SUELOS

2.1 OBJETIVOS

Este tema pretende completar lo estudiado en la asignatura "Leyes de Comportamiento de Materiales" en todo aquello específico de los problemas geotécnicos. El suelo se modela en ocasiones como un material elástico, cuando no hay suficiente información o cuando este tipo de análisis es suficiente. Sin embargo, el comportamiento del suelo se adapta relativamente bien al de un material elastoplástico. La teoría de la plasticidad vista en las otras asignaturas sirve en este tema como punto de partida. Se estudian dos modelos de plasticidad: el modelo Cam Clay, para carga estática, y el modelo de plasticidad generalizada de Pastor-Zienkiewicz para carga cíclica. Al final del tema, el estudiante debe ser capaz de entender y aplicar bien el modelo Cam - Clay, y de conocer los principios que rigen el modelo de Pastor-Zienkiewicz.

Adicionalmente se estudia el concepto de criterio de rotura, el criterio de Mohr - Coulomb y su importancia práctica. Finalmente se estudian otros modelos constitutivos.

2.2 TEMAS ESTUDIADOS

1. Espacio general de tensiones, espacio triaxial y espacio de los invariantes.
2. Resultados típicos de ensayos triaxiales estáticos en arcillas.
3. Elasticidad y Plasticidad: dos marcos de referencia en suelos.
4. El modelo Cam - Clay: ingredientes básicos.
5. El modelo Cam - Clay: predicciones en situaciones drenadas y no drenadas.
6. Resultados típicos de ensayos triaxiales dinámicos en arenas.
7. El modelo de Pastor - Zienkiewicz de plasticidad generalizada para carga cíclica.
8. Criterios de rotura y superficies de fluencia: diferencias y similitudes.
9. Criterio de Tresca y Von Mises.
10. Criterio de rotura de Mohr-Coulomb.
11. Otros modelos y criterios de uso frecuente en Geotecnia.

Tema 3

INTERACCIÓN FLUIDO - SUELO.

FORMULACIÓN DE BIOT.

FORMULACIÓN u - p GENERAL.

3.1 OBJETIVOS

En este tema se estudian las ecuaciones que intervienen en un problema geotécnico donde aparecen acciones sísmicas. Se trata de uno de los casos más generales del análisis tensión deformación de materiales geotécnicos, considerando también el acoplamiento con el fluido.

Se estudian en primer lugar las ecuaciones que gobiernan la interacción entre las partículas sólidas y el agua en los poros del suelo. Estas ecuaciones son:

- La ecuación de momento (2ª ley de Newton)
- La ecuación de continuidad de la masa de agua La ecuación constitutiva del material
- La definición de tensiones efectivas
- La definición del tensor de pequeñas deformaciones
- La ley de Darcy para el movimiento del agua en los poros del suelo

A continuación se elaboran las ecuaciones para eliminar entre ellas la velocidad del agua. De esta manera se llega a una formulación donde los desplazamientos del sólido, " u ", y la presión de agua en los poros, " p ", son las incógnitas fundamentales (formulación u - p). Se aplica entonces residuos ponderados y se transforman las ecuaciones diferenciales en un sistema de ecuaciones algebraico cuya resolución permite abordar estos problemas de interacción fluido - sólido en el suelo de forma acoplada.

3.2 TEMAS ESTUDIADOS

1. Hipótesis de partida.
2. Ecuaciones que intervienen en el problema. Formulación de Biot.
3. Simplificaciones: formulación " u - p ". Rango de validez.
4. Discretización espacial. Aplicación de Galerkin.
5. Sistema de ecuaciones acopladas. Interpretación y casos particulares.

Tema 4

PROBLEMAS DE FLUJO Y DE CONSOLIDACIÓN

4.1 OBJETIVOS

En este tema se utiliza la formulación descrita en el apartado anterior para estudiar cómo pueden abordarse los problemas de consolidación de suelos como un caso particular. Se trata de un problema de deformación del terreno producido por salida de agua de los poros, y se trata por tanto de un caso de acoplamiento hidro-mecánico. Se toma como problema el caso conocido del hundimiento de la ciudad de Venecia, simulado de forma razonable mediante elementos finitos y descritos ampliamente en la literatura.

También se estudia la resolución de problemas de flujo. Estos problemas pueden tratarse como un caso particular de la formulación "u-p" o bien pueden plantearse desde el principio con una formulación propia. Se estudia el procedimiento a seguir para resolver el problema típico de filtración en una presa de tierras, con especial atención al tratamiento de la superficie libre. Se estudia el problema estacionario, y se deja el caso transitorio para la asignatura de hidrología subterránea.

4.2 TEMAS ESTUDIADOS

1. La formulación "u-p" en los problemas de consolidación.
2. Discretización temporal. Método de Newmaric
3. Sistema de ecuaciones resultante.
4. Ejemplo de análisis de consolidación: El hundimiento de la ciudad de Venecia.
5. Problemas de flujo estacionario: formulación "u-p" versus formulación propia.
6. Sistema de ecuaciones resultante.
7. Ejemplo de análisis del flujo a través de una presa de tierras. Tratamiento de la superficie libre.
8. Alternativas para el cálculo de la superficie libre.
9. Flujo en suelo no saturado; conceptos básicos.

Tema 5

PROBLEMAS DE DINÁMICA DE SUELOS

5.1 OBJETIVOS

La formulación "u-p" estudiada en el tema 3 se explicó considerando acciones dinámicas, de manera que en este tema se usa en toda su extensión. El objetivo es estudiar la viabilidad de dicha formulación en el análisis dinámico de presas de tierras, que es una de las estructuras geotécnicas más complicadas de diseñar.

Para ello se recupera la formulación estudiada en el tema 3, y se usa el Método de Newmark en diferencias finitas para realizar la discretización temporal. Este método ya se estudió, al tratar el problema de consolidación, pero aquí adquiere especial relevancia, ya que en el cálculo dinámico se avanza en el tiempo.

El sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales acoplado se transforma en un sistema de ecuaciones algebraico no lineal, donde las incógnitas básicas son derivadas de los desplazamientos y de las presiones de agua en tiempos determinados. El modelo constitutivo que se utiliza en el estudio, es el de Pastor - Zienkiewicz, descrito en el Tema 2. Finalmente, se estudia una validación del programa de elementos finitos elaborado con esta formulación, utilizando los resultados de ensayos de laboratorio en un aparato centrífugo. También se estudia como problema práctico, la simulación de la rotura de la Presa de San Fernando (California, USA) en 1974, uno de los problemas tomados como referencia por la comunidad geotécnica, para valorar las capacidades de códigos de análisis dinámico de presas.

5.2 TEMAS ESTUDIADOS

1. Análisis dinámico de problemas geotécnicos en el caso general: formulación u-p.
2. Discretización temporal. Método de Newmark-
3. Sistema de ecuaciones resultante. Métodos de solución.
4. Parámetros que intervienen en el problema. Modelo de suelo.
5. Validación con ensayos en el aparato centrífugo.
6. Simulación de la rotura de la Presa de San Fernando.

Tema 6

ASPECTOS ESPECÍFICOS DE LOS PROBLEMAS GEOTÉCNICOS

6.1 OBJETIVOS

En este tema se estudian las técnicas que ayudan a resolver los aspectos prácticos del análisis de los problemas geotécnicos. Se analizan las ideas sobre cómo generar las tensiones iniciales previas a cualquier análisis geotécnico real, o sobre cómo llevar a cabo excavaciones o construcciones (quitar o añadir elementos) de una forma eficiente. La relación entre un análisis en tensiones efectivas o un análisis en tensiones totales también se considera, así como una alternativa a los análisis acoplados hidro- mecánicos, que consiste en estudiar una disipación de las presiones de agua como fuerzas externas sobre los nodos de la malla. En definitiva, se trata de procedimientos que facilitan el análisis de problemas geotécnicos, y que no han sido tratados anteriormente. A veces, estos procedimientos, muy propios de este tipo de problemas, son los que distinguen un programa comercial de otro y pueden ser determinantes a la hora de valorar cuál utilizar en estos casos.

6.2 TEMAS ESTUDIADOS

1. Tensiones totales y tensiones efectivas. Análisis drenados y no drenados.
2. Disipación de presiones de agua frente a formulación acoplada.
3. Generación de tensiones iniciales.
4. Problemas de excavación. Ejemplo: excavación de un túnel.
5. Problemas de construcción. Problema: construcción capa a capa de una presa de tierras.

BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA

Son principalmente seis los textos utilizados como apoyo para la asignatura. El primero de ellos cubre de forma general toda la asignatura. El segundo trata con profundidad el análisis dinámico de suelos, el tercero estudia en detalle la resolución de los problemas de consolidación, el cuarto y el quinto estudian los modelos constitutivos que se usan en Mecánica del Suelo, planteados desde el punto de vista de la Mecánica Computacional, y por último el libro de la asignatura.

- David M. Potts, Lidija Zdravkovic (1999). *Finito Element Analysis in Geotechnical Engineering - Theory*. Thomas Telford, London.
- O.C. Zienkiewicz, A.H.C. Chan, M. Pastor, B.A. Schrefler, T. Shionü (1999). *Computational Geomechanics, with special reference to Earthquake Engineering*. John Wiley and Sons, Chichester.
- R.W. Lewis, B.A. Schrefler (1998) *The finite element method in the static and dynamic deformation and consolidation of porous media*. John Wiley and Sons. Chichester, 2nd edition.
- W.F. Chen, E. Mizuno (1990). *Nonlinear analysis in Soil Mechanics. Theory and implementation*. Elsevier.
- Britto, Gunn (1987). *Critical State Soil Mechanics via Finite Elements*. Ellis Horwood.
- A. Ledesma, *Problemas Geotécnicos*: Libro de la Asignatura, CIMNE

MASTER EN MÉTODOS NUMÉRICOS PARA CÁLCULO Y DISEÑO EN INGENIERÍA

GUÍA DE LA ASIGNATURA MECÁNICA DE FLUÍDOS

Profesores

**Sergio Idelsohn
Eugenio Oñate**

TEMARIO DE LA ASIGNATURA:

MECÁNICA DE FLUIDOS

Presentación y objetivos de la asignatura

Introducción

Tema 1:

ECUACIONES FUNDAMENTALES DE LA MECÁNICA DE FLUIDOS

Tema 2:

SIMPLIFICACIONES DE LAS ECUACIONES DE FLUJO

Tema 3:

FLUJO POTENCIAL

Tema 4:

FLUJO DE STOKES

Tema 5:

FLUJO DE NAVIER – STOKES

Tema 6:

FLUJO TRANSITORIO

Tema 7:

FLUJO COMPRESIBLE

Bibliografía Utilizada

Mecánica de Fluidos

PRESENTACIÓN Y OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA

Mecánica de Fluidos es una asignatura de la fase de especialidad del Master en Métodos Numéricos. En esta materia se le enseña al alumno a resolver por medio de Métodos Numéricos los problemas más importantes de la mecánica de fluidos.

Es necesario que el alumno posea, por un lado, conocimiento de las ecuaciones que rigen los flujos de fluidos laminares y por otro lado, conocimiento de la solución numérica de problemas de elasticidad lineal y transmisión del calor. Por lo tanto la asignatura no está destinada a aportar nuevos conocimientos de mecánica de fluidos ni a enseñar los métodos fundamentales para la solución numérica de los problemas de la física. La asignatura se dirige a enseñar al alumno a aplicar los conocimientos ya adquiridos del método de elementos finitos a las ecuaciones de mecánica de fluidos, haciendo especial hincapié en problemas numéricos particulares a los fluidos, tales como la incompresibilidad, la advección, la sustentación, la estabilidad y otros. Comenzando con el caso más simplificado de flujo potencial, en el cual el alumno reconocerá las mismas ecuaciones utilizadas en la asignatura de Método de Elementos Finitos, se irá incrementando en dificultad, pasando por el flujo viscoso incompresible hasta llegar al caso más general y complejo de flujo viscoso compresible transitorio.

La asignatura profundiza en la justificación matemática de las propuestas, y se pretende que el alumno desde una óptica ingenieril, entienda las diferentes dificultades asociadas al desarrollo de un programa para la solución de este tipo de problemas y también las soluciones propuestas en los actuales programas de cálculo de mecánica de fluidos. La idea es que el alumno al finalizar esta asignatura, pueda comprender qué tipo de aproximación y qué tipo de resultados puede esperar al utilizar alguno de los programas de cálculo existentes y al desarrollar sus propios programas.

El conjunto de temas de la asignatura, equivale a una docencia de 3,0 créditos (30 horas) y se espera que el alumno dedique un esfuerzo adicional importante de estudio, debido a la complejidad de los temas.

INTRODUCCIÓN

Muchos problemas de la ingeniería física necesitan hoy en día ser resueltos utilizando los métodos numéricos aplicados a las ecuaciones de la mecánica de fluidos. A pesar de las severas simplificaciones impuestas a las hipótesis de partida, muchos casos prácticos son hoy en día resueltos en forma satisfactoria gracias a la gran capacidad de cálculo de los ordenadores modernos.

Podemos dividir los tipos de problemas que se espera que el alumno, puede llegar a resolver por medio de los métodos numéricos al finalizar este programa, en:

1. Problemas aerodinámicos: se trata de problemas en donde un cuerpo debe moverse dentro de un fluido siendo éste mayoritariamente el aire. También podría ser el caso en que el cuerpo está detenido y circula aire alrededor de él. Ejemplos de estos problemas son el cálculo de flujo de aire alrededor de coches, trenes, aviones o en general, cualquier medio de transporte- También el cálculo de estructuras civiles como edificios, torres de enfriamiento, tanques, etc. que están sometidas a fuerzas del viento. En todos estos casos se trata de modelizar el flujo de aire con vistas a obtener las fuerzas de resistencia al avance, sustentación y/o fuerzas y momentos de diseño.
2. Problemas hidrodinámicos: se trata de problemas similares a los aerodinámicos pero donde el fluido es agua. Por ejemplo en todo lo referente al cálculo de barcos, represas, diques, etc. En este tipo de problemas, a diferencia de los aerodinámicos, se agrega generalmente el problema de calcular la superficie de separación agua-aire.
3. Problemas medio ambientales: si bien en estos problemas el fluido es también el aire o el agua, a diferencia de los anteriores, aquí influyen fundamentalmente la temperatura y la convección natural. En estos problemas se trata de estudiar fenómenos climatológicos, como prevención de vientos y tornados, problemas de contaminación hasta problemas de calefacción y refrigeración.
4. Problemas de ingeniería mecánica: se trata de estudiar rendimientos de máquinas mecánicas o partes de ellas. Los problemas van desde el análisis del flujo de fluido en grandes turbinas y conducción del fluido por tuberías, hasta análisis de lubricantes y flujos de recubrimiento.
- 5- Problemas metalúrgicos: una gran variedad de problemas de la industria metalúrgica durante el período en el cual el metal se encuentra fundido a altas temperaturas, se estudia utilizando los métodos numéricos en mecánica de fluidos. Por ejemplo el llenado de moldes, procesos de solidificación, distribución del metal en la colada, eliminación de la escoria, segregación, emulsión, etc.

6. Problemas de conformado de materiales plásticos: hay muchos problemas que si bien el material no es un fluido, debido a su gran deformación plástica se los estudia como fluido. Por ejemplo, procesos de extrusión, conformado en moldes, laminación y otros.

Tema 1

ECUACIONES BÁSICAS DE MECÁNICA DE FLUIDOS

1.1 OBJETIVOS

En este tema se realiza una introducción al tema de Fluidos, se estudian los diferentes problemas de ingeniería que pueden ser abordados con los métodos numéricos a desarrollar en esta asignatura y se lleva a cabo además, un repaso de las ecuaciones fundamentales de mecánica de fluidos laminares a utilizar.

1.2 TEMAS ESTUDIADOS

1. Diferentes problemas a resolver
 2. Definición de nomenclatura y símbolos a utilizar
 3. Relaciones constitutivas. Flujos newtonianos
 4. Ecuaciones de conservación de masa
 5. Ecuación de conservación de momento
 6. Ecuación de conservación de energía
 7. Forma compacta de las ecuaciones de fluido viscoso compresible, no estacionario, conservativo
-

Tema 2

SIMPLIFICACIÓN DE LAS ECUACIONES DE FLUJO

2.1 OBJETIVOS

En este tema se estudian, las diferentes simplificaciones que se pueden realizar en las ecuaciones de fluidos de acuerdo a sus diferentes características físicas y de comportamiento: flujo estacionario, fluidos incompresibles, fluidos inviscidos, fluidos muy viscosos, flujo de fluido potencial.

2.2 TEMAS ESTUDIADOS

1. Fluidos estacionarios
 2. Fluidos incompresibles
 3. Fluidos inviscidos
 4. Fluidos muy viscosos
 5. Flujo potencial
 6. Condiciones de contorno
-

Tema 3

FLUJO POTENCIAL

3.1 OBJETIVOS

En este tema se estudia la solución por el Método de Elementos Finitos de las ecuaciones de flujo potencial y se plantean problemas particulares de ingeniería, propios de la simplificación realizada: la sustentación y la superficie libre.

3.2 TEMAS ESTUDIADOS

1. Aproximaciones bidimensionales en elementos Finitos
 2. Límites de aplicación de flujo potencial
 3. Condición de Kutta
 4. Condición de superficie libre
-

Tema 4

FLUJO DE STOKES

4.1 OBJETIVOS

En este tema, partiendo de las ecuaciones de flujo viscoso no inercial, se estudia la condición de incompresibilidad, la dificultad numérica que esta última presenta y la solución por el Método de Elementos Finitos de las ecuaciones.

4.2 TEMAS ESTUDIADOS

1. Ecuaciones de Stokes
 2. Condición de incompresibilidad
 3. Discretización de la condición de incompresibilidad
 4. Solución de las Ecuaciones Stokes por el Método de Elementos Finitos
 5. Soluciones alternativas
-

Tema 5

FLUJO DE NAVIER – STOKES

5.1 OBJETIVOS

En este tema se estudian las dificultades existentes con la estabilización numérica en problemas fuertemente advectivos. Se estudian los métodos de estabilización en convección-difusión y se los generalizará para su aplicación en las ecuaciones de Navier Stokes.

5.2 TEMAS ESTUDIADOS

1. Ecuaciones de Navier Stokes, incompresible
 2. Matriz de convección
 3. Condiciones de contorno
 4. Inestabilidades en problemas de convección-difusión
 5. Solución de las Ecuaciones de Navier – Stokes por el Método de Elementos Finitos
 6. Generalización de las técnicas de estabilización en convección-difusión
 7. Solución no lineal de problemas
-

Tema 6

FLUJO TRANSITORIO

6.1 OBJETIVOS

En este tema se estudian los problemas de flujo no estacionario y los métodos de solución: métodos explícitos e implícitos y método de pasos fraccionados.

6.2 TEMAS ESTUDIADOS

1. Flujo incompresible y casi-incompresible
 2. Discretización: Matriz de masa
 3. Métodos de integración temporal: Implícitos y Explícitos
 4. Estabilidad y error de integración
 5. Métodos semi – implícitos: pasos fraccionados
-

Tema 7

FLUJO COMPRESIBLE

7.1 OBJETIVOS

En este tema se estudia el problema de la solución numérica de problemas de la mecánica de fluidos desde su ecuación general, realizando aproximaciones independientes de cada una de las incógnitas y una integración temporal explícita (solución por el Método de los Elementos Finitos: Método de Taylor – Galerkin).

7.2 TEMAS ESTUDIADOS

1. Ecuaciones globales de Navier Stokes compresibles
 2. Discretización
 3. Propuesta de estabilización por el Método de Taylor Galerkin
-

Bibliografía Utilizada

- *Hirsch, C.* "Numerical Computation of International and External Flows", *Vol. I.* Wiley, 1988.
 - Libro de la Asignatura: "Mecánica de Fluidos", Idelsohn. S, Oñate. E, CIMNE.
 - *Zienkiewicz, O.C. y Taylor, R.L.* "El Métodos de los Elementos Finitos" *Volumen 2, 4ta. Edición Mc.Graw Hill, 1994.*
-

MASTER EN MÉTODOS NUMÉRICOS PARA CÁLCULO Y DISEÑO EN INGENIERÍA

GUÍA DE LA ASIGNATURA PROBLEMAS DE DINÁMICA

Profesores

**Alex Barbat
Juan Miquel Canet**

TEMARIO DE LA ASIGNATURA:

PROBLEMAS DE DINÁMICA

Presentación y objetivos de la asignatura

Tema 1:

ELEMENTOS DE SISMOLOGÍA

Tema 2:

CONCEPTOS DE DINÁMICA ESTRUCTURAL

Tema 3:

ECUACIONES DEL MOVIMIENTO

Tema 4:

CARACTERÍSTICAS DINÁMICAS Y DE AMORTIGUAMIENTO DE LAS ESTRUCTURAS

Tema 5:

SISTEMAS LINEALES CON UN GRADO DE LIBERTAD

Tema 6:

SISTEMAS LINEALES CON VARIOS GRADOS DE LIBERTAD

Tema 7:

ANÁLISIS SÍSMICO NO LINEAL

Tema 8:

ESTRUCTURAS SOMETIDAS A ACCIONES SÍSMICAS ALEATORIAS

Tema 9:

DEFINICIÓN NUMÉRICA DE LA ACCIÓN SÍSMICA

Tema 10:

INTERACCIÓN SUELO – ESTRUCTURA - FLUIDO

Tema 11:

ESTRUCTURAS CON AISLAMIENTO SÍSMICO

Tema 12:
CONTROL ACTIVO DE ESTRUCTURAS

PROBLEMAS DE DINÁMICA

PRESENTACIÓN Y OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA

La asignatura problemas de Dinámica, es una de las materias que se imparte en la Fase de Especialidad del Master de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería.

En esta asignatura, se estudian las técnicas y conceptos fundamentales de cálculo dinámico de estructuras con especial incidencia en el análisis sísmico de las mismas. Para ello se parte de los conceptos básicos de la mecánica clásica, tales como el de equilibrio (tanto estático como dinámico) y de conceptos fundamentales del cálculo estático de estructuras, en los cuales el análisis dinámico necesariamente se apoya. De esta manera, de forma gradual, se alcanza un nivel adecuado que permite realizar cálculos prácticos de la respuesta sísmica de estructuras.

Por otro lado, el ordenador se ha convertido hoy en día en un elemento indispensable para el trabajo de los ingenieros dedicados al cálculo y al diseño estructural. Por ello, la asignatura esta enfocada al planteo de algoritmos y formulaciones numéricas para la resolución mediante ordenador de los problemas dinámicos. Es decir, la mayor parte de los algoritmos desarrollados en la asignatura requieren del análisis numérico para su puesta en práctica.

La asignatura pretende proporcionar una visión completa y unitaria tanto del cálculo dinámico en general como del sísmico en particular. Se analizan los aspectos lineales y no lineales de la respuesta sísmica, las acciones dinámicas deterministas y no deterministas, los métodos de descomposición modal y los de integración paso a paso en el dominio temporal, así como los de solución en el campo complejo de la frecuencia. Se presta especial cuidado a la definición de las características dinámicas y de amortiguamiento de las estructuras con un énfasis más acusado en las formulaciones que más fácilmente pueden implementarse en ordenador. Asimismo, se estudian temas de gran actualidad, tales como la interacción dinámica y el control activo de estructuras o el aislamiento sísmico. Con todo ello se pretende que la asignatura sea útil a los alumnos, ya sea que dispongan de conocimientos previos de cálculo dinámico y quieran ampliarlos o introducirse a su cálculo por ordenador o bien pretendan adquirir un nivel adecuado en la materia.

Con el objetivo de facilitar la comprensión y puesta en práctica de las metodologías desarrolladas, se estudian diversos programas de ordenador —algunos con carácter puramente didáctico y otros de aplicación ingenieril— exhaustivamente documentados tanto en lo que se refiere a su estructura interna como a la entrada de datos.

La asignatura se inicia con un tema en el cual se exponen conceptos fundamentales de sismología, tales como tectónica global, mecanismo de los terremotos, escalas sísmicas, período de retorno, etc. Los temas 2, 3 y 4 están dedicados a estudiar los conceptos fundamentales de dinámica estructural. En el Tema 2 se estudian los métodos más usuales para la formulación de modelos dinámicos de estructuras. En el Tema 3 se desarrollan las

ecuaciones del movimiento para modelos de uno y varios grados de libertad, entre los que se incluyen los de elementos finitos. El Tema 4 trata de magnitudes características del cálculo dinámico en general: frecuencias y períodos propios, modos propios de vibración, amortiguamiento, etc. En los temas siguientes se abordan los problemas de cálculo de la respuesta sísmica de estructuras, con el estudio de modelos de un grado de libertad en el Tema 5 y de varios grados de libertad en el Tema 6, con especial hincapié en el método de la descomposición modal. El Tema 7 está dedicado al cálculo sísmico no lineal, estudiándose diversos algoritmos de cálculo paso a paso de la respuesta en el tiempo. En el Tema 8 se estudia la respuesta de las estructuras sometidas a excitaciones sísmicas aleatorias, mientras que en el 9 se realiza una amplia exposición referida a la definición de la acción sísmica. Los problemas de interacción dinámica estructura-fluido-terreno se analizan en el Tema 10, con especial énfasis en presas y depósitos. Asimismo, el Tema 11 se dedica al estudio del aislamiento de la base como medio de reducir la magnitud de la respuesta sísmica, mientras que en el Tema 12 tal reducción se analiza desde el punto de vista del control activo de estructuras.

El conjunto de temas de la asignatura, equivale a una docencia de 4,0 créditos (40 horas) y se espera que el alumno dedique un esfuerzo adicional importante de estudio, debido a la complejidad de los temas.

Tema 1: ELEMENTOS DE SISMOLOGÍA

Objetivos

En este tema se presentan aquellos aspectos considerados como más importantes al objeto de identificar los principales parámetros que permiten la definición de la acción sísmica.

Conocimientos previos necesarios

Se requieren conocimientos fundamentales de sismología.

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción: sismología
- 2) Estructura interna de la tierra
- 3) Tectónica de placas
 - i) Placas tectónicas
 - ii) Deriva de los continentes
- 4) Terremotos y zonas sísmicas
- 5) Mecanismo de los terremotos tectónicos
 - i) Tipos de fallas
 - ii) Teoría de Reid
 - iii) Sismicidad inducida
- 6) Ondas sísmicas y su registro
 - i) Sismógrafos
 - ii) Ondas sísmicas
 - iii) Velocidad de las ondas sísmicas
 - iv) Acelerogramas
- 7) Potencial destructivo de los terremotos
 - i) Escalas sísmicas
 - ii) Intensidades
 - iii) Magnitudes y aceleraciones máximas
- 8) Frecuencia de ocurrencia de los terremotos
- 9) Mapas de riesgo sísmico
- 10) Predicción sísmica
 - i) Conceptos generales
 - ii) Predicción temporal
 - iii) Predicción de características
 - iv) Programas de predicción

Bibliografía utilizada

- 1) Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas, de Alex H. Barbat y Juan Miquel Canet, CIMNE, Barcelona, 1994, tema 2.

- 2) R. W. Clough y J. Penzien, *Dynamics of Structures*, segunda edición, McGraw-Hill, Inc., New York, 1993.
- 3) E. Oñate, *Cálculo de Estructuras por el Método de los Elementos Finitos*, CIMNE, Barcelona, 1992.

Plan de estudios del Tema 1

- Estudiar la estructura interna de la tierra (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 1.2).
- Estudiar aspectos relacionados con la Tectónica Global de Placas (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 1.3).
- Estudiar los sistemas de fuerzas y desplazamientos universales causantes de las modificaciones en la corteza terrestre (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 1.4).
- Estudiar el mecanismo y las principales características de los movimientos sísmicos fuertes, los tipos de ondas y las diferentes escalas de medida de la potencia de los terremotos (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartados 1.5 a 1.9).
- Estudiar lo que se conoce como predicción sísmica (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 1.10).

Conocimientos adquiridos en el Tema 1

Entendimiento de las causas y mecanismos de los terremotos, los parámetros que caracterizan la transmisión de las ondas sísmicas y la predicción del fenómeno sísmico, así como los datos que son necesarios para la definición numérica de la acción sísmica a considerar en el diseño de estructuras.

Tema 2: CONCEPTOS DE DINÁMICA ESTRUCTURAL

Objetivos

En este tema se estudia la definición de los principales modelos de cálculo que se emplean en la dinámica de estructuras. Se analizan los aspectos de definición de la acción sísmica, los fundamentos del desarrollo de modelos dinámicos (conceptos de discretización temporal y espacial) y se examinan los más importantes modelos de masas concentradas. Finalmente se estudian las bases de la utilización de los modelos de elementos finitos en la dinámica estructural.

Conocimientos previos necesarios

Se requieren conocimientos de sismología, de cálculo estático de estructuras y del método de los elementos finitos.

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción: Dinámica estructural
- 2) Definición de la acción dinámica
 - i) Acciones dinámicas definidas de forma determinista
 - ii) Acciones dinámicas definidas de forma estocástica
- 3) Estructuras y modelos estructurales
- 4) Métodos de modelización dinámica
 - i) Discretización espacial de las estructuras
 - ii) Método de las masas concentradas. Grados de libertad
 - iii) Método de los desplazamientos generalizados
 - iv) Método de los elementos finitos
- 5) Modelos dinámicos característicos
 - i) Modelos con un solo grado de libertad
 - ii) Modelos con varios grados de libertad
- 6) Modelos matemáticos

Bibliografía utilizada

- 1) Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas, de Alex H. Barbat y Juan Miquel Canet, CIMNE, Barcelona, 1994, tema 2.
- 2) R. W. Clough y J. Penzien, *Dynamics of Structures*, segunda edición, McGraw-Hill, Inc., New York, 1993.
- 3) E. Oñate, *Cálculo de Estructuras por el Método de los Elementos Finitos*, CIMNE, Barcelona, 1992.

Plan de estudios del Tema 2

- Estudiar el concepto de sistema dinámico y de acción dinámica (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartados 2.1 a 2.3).
- Estudiar los métodos de modelización dinámica mediante masas concentradas (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 2.4).
- Estudiar los métodos de modelización dinámica mediante el método de los elementos finitos (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 2.4).

Conocimientos adquiridos en el Tema 2

Desarrollo de modelos de cálculo dinámico con base en masas concentradas y en el método de los elementos finitos.

Tema 3: ECUACIONES DEL MOVIMIENTO

Objetivos

Estudiar, a partir de los principios de la mecánica clásica, las expresiones matemáticas que gobiernan la respuesta dinámica de las estructuras, es decir, las ecuaciones del movimiento. Dichas ecuaciones se escriben primeramente para los modelos con un solo grado de libertad. Luego se examina el desarrollo de las mismas ecuaciones para modelos simples de varias masas concentradas. A continuación se establecen las ecuaciones de equilibrio dinámico para modelos de elementos finitos, tanto para dominios sólidos como para fluidos. Finalmente, se estudian las posibilidades de reducir el número de grados de libertad de un problema dinámico.

Conocimientos previos necesarios

Conocimientos fundamentales de mecánica clásica.

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Principios usados en la formulación de las ecuaciones del movimiento
 - i) Principio de d'Alembert
 - ii) Principio de los trabajos virtuales
 - iii) Principio de Hamilton
- 2) Modelos con un solo grado de libertad
- 3) Modelos simples con varios grados de libertad
 - i) Edificios de cortante
 - ii) Modelo general de pórticos
- 4) Modelos de elementos finitos
 - i) Continuo elástico
 - ii) Continuo elastoplástico
 - iii) Dominio fluido —caso general
- 5) Reducción del número de grados de libertad
 - i) Concepto
 - ii) Condensación estática
- 6) Formulación en el espacio de estado
- 7) Métodos para solucionar el sistema de ecuaciones del movimiento

Bibliografía utilizada

- 1) Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas, CIMNE, Barcelona, 1994, tema 3.
- 2) R. W. Clough y J. Penzien, *Dynamics of Structures*, segunda edición, McGraw-Hill, Inc., New York, 1993.

3) E. Oñate, Cálculo de Estructuras por el Método de los Elementos Finitos, CIMNE, Barcelona, 1992.

Plan de estudios del Tema 3

- Modelos con un solo grado de libertad dinámica (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartados 3.1 y 3.2).
- Modelos simples de masas concentradas con varios grados de libertad (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 3.3).
- Modelos dinámicos de elementos finitos para el continuo elástico (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 3.4).
- Modelos dinámicos de elementos finitos para el dominio fluido (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 3.4.3 y Apéndice 4).
- Reducción del número de grados de libertad de un problema (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), ap. 3.5).

Conocimientos adquiridos en el Tema 3

Se adquieren los conocimientos necesarios para escribir las ecuaciones del movimiento tanto para estructuras simples como para modelos de elementos finitos.

Tema 4: CARACTERÍSTICAS DINÁMICAS Y DE AMORTIGUAMIENTO DE LAS ESTRUCTURAS

Objetivos

Se estudian los conceptos de período, pulsación y frecuencia propia para sistemas con uno y varios grados de libertad. En el caso de los sistemas con varios grados de libertad, se define la matriz modal y la matriz espectral y se desarrollan procedimientos numéricos de cálculo de los modos propios de vibración. El concepto de amortiguamiento se introduce primeramente para modelos con un solo grado de libertad y luego se generaliza para sistemas más complejos, con varios grados, y se desarrollan métodos de cálculo numérico.

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Modelos con un grado de libertad
- 2) Modos naturales de vibración
 - i) Matrices espectrales y matrices modales
 - ii) Condiciones de ortogonalidad
 - iii) Métodos numéricos
 - iv) Resolución de problemas con el programa de ordenador DETSERM
- 3) Condensación dinámica
- 4) Sistemas con amortiguamiento proporcional
 - i) Origen de las fuerzas de amortiguamiento
 - ii) Amortiguamiento en sistemas con un solo grado de libertad
 - iii) Amortiguamiento en sistemas con varios grados de libertad
 - a) Matrices de amortiguamiento ortogonales
 - b) Amortiguamiento de Rayleigh generalizado
 - c) Evaluación directa de la matriz de amortiguamiento
 - d) Resolución de problemas con el programa de ordenador DAMPMAT

Conocimientos previos necesarios

Tema 1, Tema 2 y Tema 3.

Bibliografía utilizada

- 1) Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas, CIMNE, Barcelona, 1994, tema 4.
- 2) K.-J. Bathe, *Finite Element procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1982.
- 3) N. M. Newmark y E. Rosenblueth, *Fundamentals of Earthquake Engineering*, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1971.

- 4) R. W. Clough y J. Penzien, *Dynamics of Structures*, segunda edición, McGraw-Hill, Inc., New York, 1993.

Plan de estudios del Tema 4

- Estudiar la definición de las características dinámicas de modelos con un solo grado de libertad (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 4.1).
- Modelos dinámicos con varios grados de libertad: modos naturales de vibración (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 4.2).
- Modelos dinámicos con varios grados de libertad: métodos numéricos de cálculo de los modos naturales de vibración. Utilización del programa de ordenador DETSERM (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 4.2.3, 4.2.4 y Apéndice 2).
- Amortiguamiento en sistemas con un solo grado de libertad. Origen de las fuerzas de amortiguamiento (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartados 4.4.1 a 4.4.2).
- Amortiguamiento en sistemas con varios grados de libertad. Amortiguamiento de Rayleigh. Programa de ordenador DAMPMAT (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 4.4.3).

Conocimientos adquiridos en el Tema 4

Origen y definición de las fuerzas de amortiguamiento. Cálculo de la matriz de amortiguamiento en sistemas con varios grados de libertad.

Tema 5: SISTEMAS LINEALES CON UN GRADO DE LIBERTAD

Objetivos

Aprender la resolución de la ecuación del movimiento para modelos con un solo grado de libertad sometidos a acciones sísmicas. Se parte de la función de transferencia de un sistema dinámico con un grado de libertad para establecer primeramente la respuesta a un impulso unidad y luego la respuesta a una excitación cualquiera. En la solución obtenida para el último caso se imponen las condiciones iniciales del problema. Después se establece una solución exacta de la ecuación del movimiento. A continuación se estudian los espectros sísmicos de respuesta y su evaluación numérica. Finalmente se aprende la evaluación numérica de la respuesta sísmica en el campo complejo.

Conocimientos previos necesarios

Tema 1, Tema 2, Tema 3 y Tema 4.

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción: sistemas lineales con un grado de libertad
- 2) Función de transferencia de un sistema dinámico
- 3) Historia en el tiempo de la respuesta sísmica
 - i) Respuesta a un impulso unidad
 - ii) Respuesta a una excitación cualquiera
 - iii) Condiciones iniciales
 - iv) Solución exacta de la ecuación del movimiento. Subrutina DUHAMEL. Subrutina DIRECT
 - v) Solución numérica de la ecuación del movimiento
- 4) Espectros sísmicos de respuesta
 - i) Definición de los espectros sísmicos de respuesta
 - ii) Seudoespectros de respuesta
 - iii) Evaluación numérica
 - iv) Espectros de respuesta y espectros de amplitudes de Fourier
 - v) Intensidad espectral
- 5) Cálculo numérico de la respuesta en el campo complejo

Bibliografía utilizada

- 1) Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas, CIMNE, Barcelona, 1994, tema 5.
- 2) N. M. Newmark y E. Rosenblueth, *Fundamentals of Earthquake Engineering*, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1971.

- 3) R. W. Clough y J. Penzien, *Dynamics of Structures*, segunda edición, McGraw-Hill, Inc., New York, 1993.
- 4) M. Paz, *Structural Dynamics*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1980.

Plan de estudios del Tema 5

- Estudiar la definición de la función de transferencia de un modelo con un solo grado de libertad y la respuesta a un impulso unidad (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartados 5.1, 5.3 y 5.3.1).
- Estudiar la respuesta de un modelo con un solo grado de libertad a una excitación cualquiera incluyendo las condiciones iniciales del sistema en la solución (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartados 5.3.2 y 5.3.3).
- Resolver los problemas P6-P9.
- Estudiar la respuesta exacta de un modelo con un solo grado de libertad y calcular la respuesta mediante las subrutinas DUHAMEL y DIRECT (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartados 5.3.4 y 5.3.5).
- Estudiar definición de los espectros sísmicos de respuesta (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 5.4).
- Estudiar el cálculo numérico de la respuesta en el campo complejo (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 5.5).

Conocimientos adquiridos en el Tema 5

Resolver la ecuación del movimiento para sistemas con un solo grado de libertad. Aprender el concepto de espectro sísmico de respuesta y su obtención a partir de un acelerograma de un movimiento sísmico del terreno.

Tema 6: SISTEMAS LINEALES CON VARIOS GRADOS DE LIBERTAD

Objetivos

Aprender la resolución del sistema ecuaciones del movimiento para modelos con varios grados de libertad sometidos a acciones sísmicas. Estudiar el desacoplamiento modal y obtener la respuesta en el tiempo. Expresar la respuesta máxima utilizando espectros sísmicos de respuesta. Estudiar el caso de tres tipos de estructuras: edificios de cortante, pórticos planos y estructuras continuas.

Conocimientos previos necesarios

Tema 1, Tema 2, Tema 3, Tema 4 y Tema 5.

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción
- 2) Desacoplamiento de las ecuaciones del movimiento
- 3) Historia de la respuesta en el tiempo
- 4) Respuesta máxima utilizando espectros de respuesta
- 5) Cálculo de edificios de cortante
 - i) Introducción
 - ii) Formulación del problema
 - iii) Resolución de problemas con el programa de ordenador CORTANTE
- 6) Estructuras modelizadas como pórticos planos
- 7) Resolución de problemas con el programa de ordenador DYPLAF
- 8) Cálculo de estructuras continuas
 - i) Resolución de problemas con el programa de ordenador PLMODE
- 9) Cálculo en el dominio de la frecuencia
 - i) Formulación de sólido elástico: planteamiento del problema
 - ii) Formulación de sólido elástico
 - iii) Resolución de problemas con el programa de ordenador COMPLEX
 - iv) Formulación de fluidos: dominios finito e in finito
- 10) Formulación de la respuesta sísmica en el espacio de estado
 - i) Ecuaciones del movimiento en el espacio de estado
 - ii) Formulación de la respuesta
 - iii) Cálculo de la matriz A
- 11) Modelos con varios grados de libertad con amortiguamiento no proporcional
 - i) Introducción
 - ii) Modos de vibración complejos
 - iii) Respuesta a vibraciones forzadas

Bibliografía utilizada

- 1) Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas, CIMNE, Barcelona, 1994, tema 6.
- 2) N. M. Newmark y E. Rosenblueth, *Fundamentals of Earthquake Engineering*, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1971.
- 3) R. W. Clough y J. Penzien, *Dynamics of Structures*, segunda edición, McGraw-Hill, Inc., New York, 1993.
- 4) M. Paz, *Structural Dynamics*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1980.

Plan de estudios del Tema 6

- Estudiar el desacoplamiento modal de las ecuaciones del movimiento (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartados 6.1 y 6.2).
- Estudiar el cálculo de la respuesta en el tiempo. Resolver el problema P11 (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 6.3).
- Estudiar el caso de la respuesta sísmica máxima utilizando espectros de respuesta. Resolver el problema P12 (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 6.4).
- Estudiar el caso de la respuesta sísmica de los edificios de cortante. Resolver el problema P13 (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 6.5).
- Utilizar el programa de ordenador CORTANTE y resolver el problema P14 (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 6.5.3).
- Estudiar el caso de la respuesta sísmica de estructuras modelizadas como pórticos planos. Utilizar el programa de ordenador DYPLAF y resolver el problema P15 (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 6.6).
- Estudiar el caso de la respuesta sísmica de estructuras continuas. Utilizar el programa de ordenador PLMODE y resolver el problema P16 (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 6.7).

Conocimientos adquiridos en el Tema 6

Resolver la ecuación del movimiento para sistemas con varios grados de libertad. Utilizar varios programas de ordenador que calculan la respuesta sísmica de diferentes tipos de estructuras.

Tema 7: ANÁLISIS SÍSMICO NO LINEAL

Objetivos

Se estudian primeramente los conceptos generales de los métodos de integración paso a paso de las ecuaciones del movimiento, analizando su estabilidad y precisión. Luego se estudian varios métodos implícitos, concretamente el de Newmark, de Bossak-Newmark, de Hilber Hughes y Taylor, de Houbolt y de Wilson así como el método explícito de las diferencias centrales.

Conocimientos previos necesarios

Temas 1 al 6

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción: análisis sísmico no lineal
- 2) Conceptos fundamentales de los métodos paso a paso
- 3) Método de Newmark
 - i) Introducción
 - ii) Ecuaciones de diferencias finitas
 - iii) Análisis lineal
 - iv) Aproximación y estabilidad
 - v) Análisis no lineal
- 4) Algoritmo de Bossak-Newmark
 - i) Ecuaciones de diferencias finitas y análisis lineal
 - ii) Aproximación y estabilidad
 - iii) Análisis no lineal
- 5) Método de Hilber, Hughes y Taylor
 - i) Ecuaciones de diferencias finitas y análisis lineal
 - ii) Aproximación y estabilidad
 - iii) Análisis no lineal
- 6) Método de Houbolt
 - i) Diferencias finitas y análisis lineal
 - ii) Aproximación y estabilidad
 - iii) Análisis no lineal
- 7) Método θ -Wilson
 - i) Ecuaciones de diferencias finitas y análisis lineal
 - ii) Aproximación y estabilidad
 - iii) Análisis no lineal
- 8) Método de las diferencias centrales
 - i) Ecuaciones de diferencias finitas y análisis lineal
 - ii) Estabilidad

- iii) Análisis no lineal
- 9) Resolución de problemas con el programa de ordenador PLASDIN

Bibliografía utilizada

- 1) Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas, CIMNE, Barcelona, 1994, tema 7.
- 2) K.-J. Bathe, *Finite Element procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1982.
- 3) R. W. Clough y J. Penzien, *Dynamics of Structures*, segunda edición, McGraw-Hill, Inc., New York, 1993.

Plan de estudios del Tema 7

- Estudiar los conceptos de los métodos paso a paso (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartados 7.1 y 7.2).
- Estudiar el método de integración paso a paso de Newmark. Resolver los problemas P18 y P19 (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 7.3).
- Estudiar el método de Wilson. Resolver el problema P23 (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 7.7).
- Estudiar el método de las diferencias centrales. Resolver los problemas P24 y P25 (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 7.8).
- Utilizar el programa de ordenador PLASDIN. Resolver el problema P26 (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 7.9).

Conocimientos adquiridos en el Tema 7

Resolver la ecuación del movimiento para sistemas no lineales mediante métodos de integración paso a paso.

Tema 8: ESTRUCTURAS SOMETIDAS A ACCIONES SÍSMICAS ALEATORIAS

Objetivos

Se estudia la respuesta sísmica de estructuras en el caso en que se consideran incertidumbres en las acciones sísmicas y modelos con un solo grado de libertad deterministas. Se establecen relaciones probabilistas entre la acción y la respuesta estructural y se consideran diferentes casos particulares de modelos estocásticos para la acción. Luego se estudia el caso de los modelos con varios grados de libertad sometidos a acciones aleatorias. Para los diferentes casos se analiza la respuesta extrema de la estructura.

Conocimientos previos necesarios

Conocimiento fundamentales de la teoría de las probabilidades (ver los Apéndices 5 y 7 del Libro de la Asignatura) y Tema 6.

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción: estructuras sometidas a acciones sísmicas aleatorias
- 2) Sistema con un grado de libertad sometido a aceleraciones estacionarias del terreno
 - i) Relaciones probabilistas entrada-salida
 - ii) Excitación de tipo ruido blanco ideal
 - iii) Excitación de tipo ruido blanco limitado en banda
 - iv) Excitación de tipo ruido blanco filtrado
 - v) Respuesta extrema estimada
 - vi) Resolución de problemas con el programa de ordenador STATRAN
- 3) Sistema con un solo grado de libertad sometido a aceleraciones no estacionarias del terreno
 - i) Aceleraciones no estacionarias del terreno
 - ii) Ecuaciones del movimiento
 - iii) Solución de las ecuaciones del movimiento
 - iv) Estadística del proceso de respuesta
 - v) Respuesta extrema estimada de la estructura
 - vi) Resolución de problemas con el programa de ordenador NONSTAT
- 4) Sistema con varios grados de libertad sometidos a aceleraciones estocásticas
 - i) Desacoplamiento modal del sistema de ecuaciones del movimiento
 - ii) Aceleración estacionaria del terreno
 - iii) Aceleración no estacionaria del terreno
- 5) Estructuras con comportamiento no lineal sometidas a aceleraciones sísmicas estocásticas

Bibliografía utilizada

- 1) Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas, CIMNE, Barcelona, 1994, tema 8 y apartado 5.4.
- 2) R. W. Clough y J. Penzien, *Dynamics of Structures*, segunda edición, McGraw-Hill, Inc., New York, 1993.

Plan de estudios del Tema 8

- Estudiar los Apéndices 6 y 7 del Libro de la Asignatura.
- Estudiar las relaciones probabilistas entrada-salida para modelos con un solo grado de libertad (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 8.2.1).
- Estudiar la respuesta de un modelo con un solo grado de libertad a excitaciones aleatorias estacionarias de tipo ruido blanco ideal, ruido blanco limitado en banda y ruido blanco filtrado, así como la correspondiente respuesta extrema estimada (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 8.1 y 8.2.2. -8.2.6).
- Utilizar el programa STATRAN para resolver el problema P27.
- Estudiar la respuesta de un modelo con un solo grado de libertad a excitaciones aleatorias no estacionarias y analizando también la respuesta extrema estimada de la estructura (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 8.3).
- Utilizar el programa NONSTAT para resolver el problema P28.
- Estudiar la respuesta estocástica de modelos con varios grados de libertad (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 8.4).

Conocimientos adquiridos en el Tema 8

Calcular la respuesta sísmica de modelos estructurales deterministas con uno y varios grados de libertad sometidos a excitaciones sísmicas con incertidumbres.

Tema 9: DEFINICIÓN NUMÉRICA DE LA ACCIÓN SISMICA

Objetivos

Definir numéricamente la acción sísmica en una forma adecuada para su utilización en el cálculo de la respuesta de estructura. Se estudia primeramente el concepto de terremoto de diseño. Luego se analiza la posibilidad de definición de la acción mediante espectros de respuesta, tanto deterministas como estocásticos. Un caso particular lo constituyen los espectro de respuesta de la normativas de cálculo sísmico. Por último se aprende la definición de la acción mediante acelerogramas artificiales, que pueden ser compatibles con los espectros de respuesta o no.

Conocimientos previos necesarios

Temas 1 al 8

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Conceptos fundamentales
- 2) Terremotos de diseño
 - i) Período de retorno de los terremotos de diseño
 - ii) Niveles de intensidad de los terremotos de diseño
- 3) Posibilidades de definición de la acción sísmica
- 4) Definición mediante espectros de respuesta
 - i) Conceptos generales
 - ii) Espectros de respuesta de terremotos reales
 - iii) Espectros de respuesta basados en la evaluación probabilista de los factores de amplificación
 - iv) Definición a partir de relaciones de atenuación
 - v) Estimación de espectros que consideran condiciones locales del terreno a partir de registros reales
 - vi) Espectros de respuesta estocásticos
 - vii) Espectros de respuesta no lineales
- 5) Definición a través de normas sísmicas
 - i) Base teórica
 - ii) Cálculo de las fuerzas sísmicas
 - iii) Definiciones estocásticas en las normas
- 6) Definición mediante utilización de acelerogramas
 - i) Acelerogramas reales
 - ii) Acelerogramas sintéticos no compatibles con espectros predefinidos
 - iii) Resolución de problemas con el programa de ordenador GENONDAS
 - iv) Acelerogramas sintéticos cuyo espectro se ajuste a uno dado
 - v) Resolución de problemas con el programa de ordenador GENCDMP

Bibliografía utilizada

- 1) Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas, CIMNE, Barcelona, 1994, tema 9.
- 2) N. M. Newmark y E. Rosenblueth, *Fundamentals of Earthquake Engineering*, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1971.
- 3) R. W. Clough y J. Penzien, *Dynamics of Structures*, segunda edición, McGraw-Hill, Inc., New York, 1993.

Plan de estudios del Tema 9

- Estudiar el concepto de terremoto de diseño (véanse los problemas P30 y P31) (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 9.1 y 9.2).
- Estudiar la definición de la acción mediante espectros de respuesta. Espectros de diseño de Newmark-Hall. Espectros de respuesta estocásticos (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 9.3 y 9.4.1 a 9.4.6).
- Resolver los problemas P32 y P33 mediante los programas de ordenador STATRAN y NONSTAT.
- Espectros de respuesta no lineales (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 9.4.7).
- Estudiar la definición de la acción mediante espectros de respuesta utilizada en las normativas de diseño sismorresistente (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 9.5).
- Estudiar la definición de la acción mediante acelerogramas. Acelerogramas generados cuyo espectro de respuesta no se ajusta a uno dado. Acelerogramas generados cuyo espectro de respuesta se ajusta a uno dado (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 9.6).
- Resolver el problema P36 mediante el programa de ordenador GENCOMP (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 9.6.3).

Conocimientos adquiridos en el Tema 9

Definir la acción sísmica en la forma necesaria en el cálculo de estructuras, tanto mediante espectros de respuesta como mediante acelerogramas.

Tema 10: INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA-FLUIDO

Objetivos

Aprender la deconvolución de la acción sísmica para obtener señales en distintas capas del terreno, a fin de tener la señal definida al nivel de la cimentación de una estructura. Estudio de diferentes modelos dinámicos para la interacción suelo-estructura. Análisis por subestructuras en el campo complejo. Modelización del suelo mediante elementos finitos. Estudio del problema de interacción suelo-estructura: formulación de las ecuaciones del movimiento; caso particular del modelo de las masas añadidas. Caso de la interacción de las presas con el terreno y el fluido.

Conocimientos previos necesarios

Temas 1 al 8

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Interés del problema
- 2) Formulación unidimensional de la deconvolución de la señal sísmica
 - i) Bases teóricas
 - ii) Planteamiento de la solución
 - iii) Solución mediante el método de los elementos finitos
 - iv) Resolución de problemas con el programa de ordenador SUELO
- 3) Interacción suelo-estructura
 - i) Modelos dinámicos
 - ii) Ecuaciones del movimiento: generalidades
 - iii) Ecuaciones del movimiento: suelo modelizado como un subespacio elástico
 - iv) Ecuaciones del movimiento: modelización del suelo mediante elementos finitos
- 4) Interacción fluido-estructura
 - i) Modelos dinámicos
 - ii) Formulación de las ecuaciones del movimiento
 - iii) Las masas añadidas como caso particular de la interacción fluido-estructura
 - iv) Respuesta sísmica de presas considerando los fenómenos de interacción
 - (a) Formulación teórica
 - (b) Resolución de problemas con el programa de ordenador PRESA

Bibliografía utilizada

- 1) Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas, CIMNE, Barcelona, 1994, tema 10.
- 2) R. W. Clough y J. Penzien, *Dynamics of Structures*, segunda edición, McGraw-Hill, Inc., New York, 1993.

3) J. P. Wolf, *Dynamic Soil-Structure Interaction*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1985.

Plan de estudios del Tema 10

- Estudiar la formulación unidimensional para la deconvolución de la señal sísmica (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartados 10.1 y 10.2).
- Resolver los problemas P37-P42 mediante el programa SUELO.
- Estudiar los modelos dinámicos y las ecuaciones del movimiento para el problema de interacción suelo-estructura (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 10.3).
- Estudiar los modelos dinámicos y las ecuaciones del movimiento para el problema de interacción fluido-estructura. Caso particular de los modelos de masas añadidas (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 10.4).
- Estudiar los fenómenos de interacción en el caso de las presas sometidas a acciones sísmicas (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 10.5).

Conocimientos adquiridos en el Tema 10

Aprender la operación de deconvolución de la señal sísmica para obtener la acción al nivel de la cimentación. Estudiar los distintos modelos dinámicos que se utilizan en resolver los problemas de interacción suelo-estructura y fluido estructura. Escribir las ecuaciones del movimiento para estructuras en interacción con el suelo y el fluido.

Tema 11: ESTRUCTURAS CON AISLAMIENTO ANTISÍSMICO

Objetivos

Estudiar, tanto desde el punto de vista analítico como mediante simulación por ordenador, el comportamiento de estructuras con sistemas de aislamiento de base.

Conocimientos previos necesarios

Temas 1 al 10

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Consideraciones generales
- 2) Los aspectos históricos
- 3) Realizaciones recientes
- 4) Teoría lineal del aislamiento antisísmico
 - i) Introducción
 - ii) Ecuaciones del movimiento
 - iii) Las consideraciones prácticas
 - iv) Movimientos armónicos del terreno
- 5) Respuesta de sistemas con varios grados de libertad
- 6) Sistemas de aislamiento con comportamiento no lineal

Bibliografía utilizada

- 1) Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas, CIMNE, Barcelona, 1994, tema 10.
- 2) R. W. Clough y J. Penzien, *Dynamics of Structures*, segunda edición, McGraw-Hill, Inc., New York, 1993.
- 3) J. P. Wolf, *Dynamic Soil-Structure Interaction*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1985.

Plan de estudios del Tema 11

- Estudiar los aspectos históricos que enmarcan el aislamiento antisísmico de estructuras (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartados 11.2).
- Aprender sobre realizaciones recientes de sistemas de aislamiento (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 11.3).

- Estudiar la teoría lineal de aislamiento antisísmico (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 11.4).
- Estudiar la respuesta de sistemas con varios grados de libertad (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 11.5).
- Estudiar los sistemas de aislamiento con comportamiento no lineal

Conocimientos adquiridos en el Tema 11

Aprender la teoría lineal de aislamiento antisísmico y entender las ecuaciones del movimiento y los movimientos armónicos del terreno, así como la respuesta de sistemas con varios grados de libertad y los sistemas de aislamiento con comportamiento no lineal.

Tema 12: CONTROL ACTIVO DE ESTRUCTURAS

Objetivos

Estudiar los conceptos fundamentales del control activo de estructuras y la formulación de un modelo de estado que describa la respuesta controlada de una estructura. Desarrollo una estrategia de control predictivo y estudio de un programa de ordenador basado en dicha estrategia. Ejemplos de simulación numérica de respuesta controlada de estructuras sometidas a acciones sísmicas. Presentación de un algoritmo de control de respuesta sísmica de estructuras con comportamiento no lineal. Ejemplo de aplicación en un sistema de control híbrido no lineal de edificios.

Conocimientos previos necesarios

Temas 1 al 11

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Necesidad del control de estructuras
- 2) Aspectos fundamentales del control activo de estructuras
- 5) Interacción fluido-estructura
 - i) El control automático
 - ii) Morfología fundamental de un sistema de control activo de estructuras
 - iii) Estrategias utilizadas en el control activo de estructuras
 - iv) Actuadores
- 3) Simulación en el espacio de estado de la respuesta controlada de un sistema
- 4) Formulación del control predictivo de estructuras
 - i) Estrategia del control predictivo
 - ii) Desarrollo del algoritmo de control predictivo
 - iii) Estabilidad del control predictivo
 - iv) Programa de ordenador CONTROL
- 5) Simulación de experiencias de control estructural
- 6) Control de estructuras con comportamiento no lineal
 - i) Estructuras consideradas
 - ii) Ecuaciones del movimiento
 - iii) Formulación del problema de control activo

Bibliografía utilizada

- 1) Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas, CIMNE, Barcelona, 1994, tema 10.
- 2) R. W. Clough y J. Penzien, *Dynamics of Structures*, segunda edición, McGraw-Hill, Inc., New York, 1993.

3) J. P. Wolf, *Dynamic Soil-Structure Interaction*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1985.

Plan de estudios del Tema 12

- Estudiar los aspectos fundamentales de del control activo de Estructuras: El control automático, La morfología fundamental de un sistema de control activo de estructuras, las estrategias utilizadas en el control activo de estructuras y los actuadores (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 12.2).
- Estudiar la simulación en el espacio de estado de la respuesta controlada de un sistema.
- Estudiar la formulación del control predictivo de estructuras: el desarrollo del algoritmo de contro predictivo y la estabilidad del control predictivo (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 12.4).
- Aprender de la simulación de experiencias de control estructural (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 12.5).
- Resolver los problemas P48 y P49
- Estudiar el control e estucturas con comportamiento no lineal (Libro de la Asignatura: Estructuras sometidas a acciones sísmicas (1), apartado 12.6).
- Resolver los problemas P50 y P51 mediante el programa CONTROL

Conocimientos adquiridos en el Tema 12

Aprender los conceptos fundamentales del control activo de estructuras, tales como la morfología de un sistema de control, las estrategias de control más utilizadas así como el estudio de los mecanismos actuadores que se han propuesto.

Entender la formulación del modelo de estado que describe la respuesta controlada de una estructura y la estrategia de control predictivo.

MASTER EN MÉTODOS NUMÉRICOS PARA CÁLCULO Y DISEÑO EN INGENIERÍA

GUÍA DE LA ASIGNATURA TRANSMISIÓN DEL CALOR

Profesores

**Eugenio Oñate
Francisco Zárate**

TEMARIO DE LA ASIGNATURA:

TRANSMISIÓN DEL CALOR

Presentación y objetivos de la asignatura

Tema 1:

LA ECUACIÓN GENERAL DE TRANSMISIÓN DEL CALOR

Tema 2:

CONDUCCIÓN DEL CALOR ESTACIONARIA

Tema 3:

PROBLEMAS TRANSITORIOS DE TRANSMISIÓN DEL CALOR POR CONDUCCIÓN

Tema 4:

TRANSMISIÓN DE CALOR POR CONVECCIÓN-CONDUCCIÓN

Tema 5:

ANÁLISIS DE PROBLEMAS DE TRANSMISIÓN DEL CALOR NO LINEALES

Tema 6:

PROBLEMAS DE CAMBIO DE FASE

Tema 7:

PROBLEMAS TÉRMICOS ACOPLADOS

TRANSMISIÓN DEL CALOR

PRESENTACIÓN Y OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA

La asignatura Transmisión del Calor es una de las materias que se imparte en la Fase de Especialidad del Master de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería.

El objetivo de la asignatura consiste en estudiar los conceptos relacionados con la solución de los problemas de transmisión de calor por el Método de Elementos Finitos (MEF). Esta asignatura es complementaria de la materia “El Método de Elementos Finitos”, impartida en la Fase Básica del mencionado programa.

El primer tema está dedicado a explicar todos los conceptos relacionados con la física de la transmisión del calor y las ecuaciones de gobierno de los problemas convectivo y conductivo.

En el segundo tema se estudia la solución del problema de transmisión del calor por conducción estacionario por el Método de los Elementos Finitos. Se explica detalladamente la obtención de las ecuaciones de la discretización por el Método de los Elementos Finitos y se detallan las expresiones de las matrices y vectores fundamentales para problemas bi y tridimensionales utilizando elementos finitos triangulares de tres nodos y tetraedros de cuatro nodos, respectivamente. Se estudia también la formulación de elementos isoparamétricos y la organización que debe tener un programa de ordenador para el análisis de la transmisión del calor por conducción utilizando estos elementos. Algunos de los conceptos explicados en este tema son parte complementaria de los estudiados en la asignatura “El Método de los Elementos Finitos” de la primera parte del Programa.

En el tercer tema se estudia la solución del problema de conducción del calor transitorio. Se plantean primeramente las ecuaciones de la discretización espacial y se detalla a continuación la solución en el tiempo mediante algoritmos de integración implícitos y explícitos. Se explica la analogía entre la solución temporal por el método de diferencias finitas y utilizando elementos finitos en el dominio del tiempo. El tema acaba con el estudio de la estabilidad de los algoritmos de integración temporal.

El tema cuarto se dedica al estudio de la solución por el Método de los Elementos Finitos de problemas de transmisión del calor por convección y conducción. Se describe primeramente la obtención de las ecuaciones de la discretización por el Método de los Elementos Finitos del caso estacionario. Tras ello, se explica el origen de las inestabilidades en la solución numérica para valores altos de la convección y se estudia detalladamente los diversos métodos que existen para eliminarlas. La eficiencia de estos métodos se muestra desarrollando problemas de aplicación uni y bidimensionales. En la última parte del tema se estudia la solución del problema transitorio utilizando el método de Taylor-Galerkin.

El tema quinto describe la solución de problemas de transmisión del calor no lineales. Se describen los métodos de iteración directa y de Newton-Raphson y su utilidad para resolver sistemas de ecuaciones algebraicas no lineales. En el último apartado se estudia un algoritmo de predicción-convección para análisis de problemas no lineales transitorios.

En el tema seis se estudia la solución de problemas de transmisión del calor con cambio de fase. Tras un estudio detallado de la física del problema se plantea la solución por el Método de los Elementos Finitos utilizando el concepto de calor específico aparente. Se explica la solución de los problemas numéricos debidos a los altos gradientes de la temperatura en la zona de cambio de fase y se desarrollan problemas de aplicación del fenómeno.

En el tema siete se describen los aspectos relacionados con la solución de problemas térmicos acoplados. Se comienza con el estudio del problema termo-mecánico, estudiando con más detalle el algoritmo numérico para el caso unidireccional, y tras el estudio del problema bidireccional se describen las ecuaciones de gobierno del problema térmico acoplado en fluido-dinámica y las estrategias de solución por el Método de los Elementos Finitos utilizando una formulación de velocidad-presión para el fluido.

El conjunto de temas de la asignatura, equivale a una docencia de 2,5 créditos (25 horas) y se espera que el alumno dedique un esfuerzo adicional importante de estudio, debido a la complejidad de los temas.

Tema 1

LA ECUACIÓN GENERAL DE TRANSMISIÓN DEL CALOR

1.1 OBJETIVOS

El tema se dedica a presentar los conceptos relacionados con la transmisión del calor y la obtención de las ecuaciones de gobierno de la propagación del calor por conducción y convección. Dichas ecuaciones se utilizarán para la solución por el Método de los Elementos Finitos en temas posteriores.

1.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) ECUACIONES BÁSICAS DE LA TRANSMISIÓN DEL CALOR POR CONDUCCIÓN
 - i) Conceptos fundamentales sobre la transmisión del calor
 - ii) Conducción del calor
- 2) EL EFECTO DE LA CONVECCIÓN
- 3) OBTENCIÓN DE LAS ECUACIONES DE BALANCE TÉRMICO
- 4) CONDICIONES DE CONTORNO PARA EL PROBLEMA

1.3 CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

Se requiere conocimiento en física y en transmisión del calor. Asimismo son necesarios conocimientos en álgebra de matrices.

1.3.1 Bibliografía utilizada:

- 1) M.N. Ozisik, *Basic Heat Transfer*, McGraw-Hill Book Company, New York, USA, 1977.
- 2) L.C. Burmeister, *Convective Heat Transfer*, John Wiley and Sons, New York, USA, 1983.
- 3) J.P. Holman, *Heat Transfer*, McGraw-Hill Book Company, New York, USA, 1990.
- 4) W.J. Minkowycz, E.M. Sparrow, G.E. Schneider and R.H. Pletcher (eds.), *Handbook of Numerical Heat Transfer*, John Wiley and Sons Inc., New York, 1998.

1.4 PLAN DE ESTUDIO

1.4.1 Introducción a la transmisión del calor (Apartado 1.1)

Se describen todos los aspectos relacionados con las aplicaciones de la transmisión del calor y los métodos numéricos para tratar el problema.

1.4.2 Ecuaciones básicas de la transmisión del calor (Apartados 1.2-1.5)

- Estudiar las ecuaciones básicas que rige el flujo de calor por conducción (Apartado 1.2.2)
- Estudiar el efecto de la convección en el flujo de calor (Apartado 1.3)
- Obtener las ecuaciones de balance térmico (en el dominio y en el contorno) para la transmisión de calor por conducción y convección (Apartados 1.4 y 1.5)

1.5 CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS

- Concepto general de la transmisión del calor por conducción y convección
 - Ecuaciones de gobierno de la transmisión del calor por conducción y convección
-

Tema 2

CONDUCCIÓN DEL CALOR ESTACIONARIA

2.1 OBJETIVOS

En este tema se estudia la solución de la ecuación de la transmisión del calor por conducción estacionaria por el método de elementos finitos (MEF). Se detalla la obtención de las ecuaciones de la discretización para los problemas bi y tridimensionales.

El contenido de este tema es parte complementaria al de la asignatura “Introducción al Método de los Elementos Finitos” estudiada en la primera parte del programa.

2.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) ECUACIONES BÁSICAS DE LA CONDUCCIÓN DEL CALOR
 - i) FORMULACIÓN DE ELEMENTOS FINITOS
 - (a) Expresión de residuos ponderados de Galerkin
- 2) EXPRESIONES DE K y f PARA EL TRIÁNGULO LINEAL
 - i) Matriz de rigidez K
 - ii) Vector de flujos nodales equivalentes
- 3) EXPRESIONES DE K y f PARA EL TETRAEDRO LINEAL
 - i) Matriz de rigidez K
 - ii) Vector de flujos nodales equivalentes
- 4) FORMA MATRICIAL DE LAS ECUACIONES DE MEF
- 5) FORMULACIÓN ISOPARAMÉTRICA
- 6) INTEGRACIÓN NUMÉRICA EN TRES DIMENSIONES
 - i) Elementos hexaédricos
 - ii) Elementos tetraédricos
 - iii) Integración Numérica de las Matrices y Vectores de los Elementos
- 7) PROGRAMACIÓN DEL CÁLCULO DE K y f
 - i) Subrutina para cálculo de la matriz de rigidez K
 - ii) Subrutina para cálculo del vector de flujos nodales por generación de calor

2.3 CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

Se requiere conocimiento previo sobre el Método de los Elementos Finitos y álgebra de matrices.

2.3.1 Bibliografía utilizada

- Libro de la asignatura “Introducción al Método de los Elementos Finitos” (Master en Métodos Numéricos para el Cálculo y Diseño en Ingeniería)
- 1. Zienkiewicz, O.C. y Taylor, R.L., *El Método de los Elementos Finitos*, CIMNE-McGraw Hill, Vol I (1993), Vol II (1994).
- 2. Reddy, J.N. and Garthling, D.K., *The finite element method in heat Transfer and fluid dynamics*, CRC Press, 1994.
- 3. H.C. Huang and A.S. Usmani, *Finite element analysis for heat transfer*, Springer-Verlag, 1994.
- 4. W.J. Minkowycz, E.M. Sparrow, G.E. Schneider and R.H. Pletcher (eds.), *Handbook of Numerical Heat Transfer*, John Wiley and Sons Inc., New York, 1998.
- 5. E. Oñate, *Cálculo de Estructuras por el Métodos de Elementos Finitos*, CIMNE, Barcelona, 1995.
- 6. T.J.R. Hughes, *The Finite Element Method - Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*, Prentice-Hall International, Inc., Englewood Cliffs, Newy Jersey 07632, 1987.
- 7. S.V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow (Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences)*, ed. Minkowycz, W.J. & Sparrow, E.M., Hemisphere, Washington, 1980.

Se realizan prácticas sobre los contenidos de este tema con los programas ED-POISS y CALTEP suministrados con la documentación del programa.

2.4 PLAN DE ESTUDIO

2.4.1 Formulación de elementos finitos del problema de transmisión del calor por conducción estacionaria (Apartados 2.1-2.3)

- Traer a colación las ecuaciones básicas de la transmisión del calor por conducción estudiadas
- Obtener las ecuaciones de la discretización por el método de residuos ponderados

2.4.2 Expresiones de las matrices elementales para triángulos y tetraedros lineales (Apartados 2.4 y 2.5)

Obtener la expresión de las matrices de rigidez y el vector de flujos nodales equivalentes para el triángulo de tres nodos y el tetraedro de cuatro nodos, apoyándose en los conocimientos fundamentales adquiridos en la asignatura. *Introducción al Método de los Elementos Finitos* de la Fase Básica.

2.4.3 Forma matricial de la ecuación del Método de los Elementos Finitos y formulación isoparamétrica (Apartados 2.6-2.7)

- Obtención de las ecuaciones de la discretización por el Método de los Elementos Finitos en forma matricial
- Estudiar la formulación isoparamétrica del Método de los Elementos Finitos. Particularizar las expresiones tridimensionales al caso 2D.
- Estudiar el concepto de integración numérica

2.4.4 Estudiar las etapas necesarias para la programación del cálculo de las matrices de rigidez y el vector de flujos nodales equivalentes (Apartado 2.8)

2.5 CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS

- Solución por el Método de los Elementos Finitos de problemas de transmisión del calor por conducción estacionaria
 - Obtención de las ecuaciones de la discretización y organización del cálculo por el Método de los Elementos Finitos
-

Tema 3

PROBLEMAS TRANSITORIOS DE TRANSMISIÓN DEL CALOR POR CONDUCCIÓN

3.1 OBJETIVOS

En el tema se estudia la solución por el Método de los Elementos Finitos de problemas de transmisión del calor por conducción transitorios. En particular se describe y se estudia con detalle el algoritmo de integración temporal de las ecuaciones de la discretización espacial por el Método de los Elementos Finitos.

3.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) PROBLEMAS TRANSITORIOS DE TRANSMISIÓN DEL CALOR POR CONDUCCIÓN
 - i) ECUACIONES BÁSICAS
 - ii) OBTENCIÓN DE LAS ECUACIONES DE LA DISCRETIZACIÓN EN EL ESPACIO
 - iii) MATRIZ DE CAPACIDAD TÉRMICA DIAGONAL
 - iv) INTEGRACIÓN EN EL TIEMPO
 - (a) Integración con elementos finitos en el tiempo
 - (b) Integración en el tiempo por el método de diferencias finitas
 - v) ESTABILIDAD DE LA SOLUCIÓN TRANSITORIA

3.3 CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

- Análisis por el Método de los Elementos Finitos de problemas de transmisión del calor por conducción estacionarios
- Conocimientos de álgebra matricial y de integración temporal de ecuaciones parabólicas

3.3.1 Bibliografía utilizada

- Libro de la asignatura Introducción al Método de los Elementos Finitos (Master en Métodos Numéricos para el Cálculo y Diseño en Ingeniería)
1. M.N. Ozisik, *Basic Heat Transfer*, McGraw-Hill Book Company, New York, USA, 1977.

2. L.C. Burmeister, *Convective Heat Transfer*, John Wiley and Sons, New York, USA, 1983.
3. J.P. Holman, *Heat Transfer*, McGraw-Hill Book Company, New York, USA, 1990.
4. W.J. Minkowycz, E.M. Sparrow, G.E. Schneider and R.H. Pletcher (eds.), *Handbook of Numerical Heat Transfer*, John Wiley and Sons Inc., New York, 1998.

3.4 PLAN DE ESTUDIO

3.4.1 Obtención de las ecuaciones de la discretización por el Método de los Elementos Finitos de problemas de transmisión del calor por conducción transitorios (Apartados 3.1-3.4)

3.4.2 Integración en el tiempo de las ecuaciones de la discretización por el Método de los Elementos Finitos utilizando elementos finitos en el tiempo y el método de diferencias finitas.

3.4.3 Estudiar la estabilidad de la solución transitoria

3.5 CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS

- Discretización por el Método de los Elementos Finitos de problemas de transmisión del calor por conducción transitorios
- Integración temporal de la discretización por el Método de los Elementos Finitos de problemas de transmisión del calor por conducción transitorios
- Concepto de estabilidad de la solución numérica del problema transitorio

Tema 4

TRANSMISIÓN DEL CALOR POR CONVECCIÓN-CONDUCCIÓN

4.1 OBJETIVOS

Se estudia con detalle la solución por el Método de los Elementos Finitos de problemas de transmisión del calor por convección-conducción. En primer lugar se estudia el caso estacionario y se describen diversas técnicas para resolver el problema de inestabilidad numérica que se produce para valores de la convección altos. En la segunda parte del tema se estudia la solución del caso transitorio.

4.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) LA SOLUCIÓN DE CONVECCIÓN-CONDUCCIÓN DEL CALOR ESTACIONARIO
 - i) Discretización en elementos finitos
 - ii) Expresiones para el elemento unidimensional de dos nodos
 - iii) Ejemplos de inestabilidad numérica
 - iv) Esquema de difusión artificial
 - v) Esquema de diferencias finitas contracorriente
 - vi) Relación entre el esquema de diferencias contracorrientes y el de difusión artificial
 - vii) Esquema de Petrov-Galerkin
 - viii) Equivalencia entre los esquemas de Petrov-Galerkin y de difusión artificial
 - ix) Método de mínimos cuadrados de Galerkin
 - x) Método de multiescalas
- 2) MÉTODO DE CÁLCULO FINITESIMAL
 - i) Ecuación diferencial estabilizada
 - ii) Equivalencias con el esquema de difusión artificial
 - iii) Equivalencia con la formulación de EF de Petrov-Galerkin
 - iv) Equivalencia con el método de multiescalas
- 3) PROBLEMA MULTIDIMENSIONAL
 - i) Método de difusión artificial y expresión de Galerkin perturbada en problemas multidimensionales
- 4) MÉTODO DE CÁLCULO FINITESIMAL EN VARIAS DIMENSIONES
 - i) El papel de la difusión transversal estabilizadora
 - ii) Cálculo de los parámetros de estabilización en el método de cálculo finitesimal
- 5) EJEMPLOS

- i) Problemas de convección-conducción del calor 1D resueltos con el método de cálculo finitesimal
 - ii) Problemas de convección-conducción bidimensionales resueltos con el método de cálculo finitesimal
 - iii) Problemas de convección-conducción del calor bidimensional con fuente nula y condición de contorno de Peclet no uniforme
- 6) ANÁLISIS TRANSITORIO DE PROBLEMAS DE CONVECCIÓN-CONDUCCIÓN DEL CALOR
- i) Discretización en el espacio y el tiempo
 - ii) Método de Taylor-Galerkin

4.3 CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

- Análisis por el Método de los Elementos Finitos de problemas de transmisión del calor por conducción estacionarios y transitorios (Temas 1-3)
- Conceptos fundamentales de álgebra lineal
- Conceptos fundamentales de cálculo diferencial

4.3.1 Bibliografía utilizada

1. Zienkiewicz, O.C. y Taylor, R.L., *El Método de los Elementos Finitos*, CIMNE-McGraw Hill, Vol I (1993), Vol II (1994).
2. E. Oñate and M. Manzan, "Stabilization techniques for finite element analysis of convection-diffusion problems", Publicación CIMNE n. 183, Febrero 2000.
3. C. Hirsch, *Numerical Computations of Internal and External Flow*, John Wiley & Sons, Vol. 1, 1988; Vol. 2, 1990.

4.4 PLAN DE ESTUDIO

4.4.1 Solución por el Método de los Elementos Finitos de la ecuación de la transmisión del calor por conducción estacionaria (Apartados 4.1 -4.7)

- Formulación del Método de los Elementos Finitos (Apartado 4.2)
- Concepto de inestabilidad numérica para valores altos de la convección (Apartado 4.2.3)
- Concepto de difusión artificial (Apartado 4.2.4)
- Esquemas de diferencias contracorriente y de Petrov-Galerkin (Apartados 4.2.5-4.2.7)
- Métodos de mínimos cuadrados de Galerkin y de multiescalas (Apartados 4.2.9 y 4.2.10)
- Método de cálculo finitesimal (Apartados 4.3-4.6)

4.4.2 Análisis por el Método de los Elementos Finitos de la ecuación de convección-conducción transitoria (Apartado 4.7)

- Discretización en el espacio y el tiempo (Apartado 4.7.1)
- Método de Taylor-Galerkin (Apartado 4.7.2)

4.5 CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS

- Análisis por el Método de los Elementos Finitos de problemas de transmisión del calor por convección-conducción estacionarios y transitorios
 - Concepto de inestabilidad numérica por efecto de la convección
 - Métodos de difusión artificial, Petrov-Galerkin, mínimos cuadrados de Galerkin, multiescalas y cálculo finitesimal
 - Esquemas de Taylor-Galerkin para la integración espacial-temporal de la ecuación de convección-conducción transitoria
-

Tema 5

ANÁLISIS DE PROBLEMAS DE TRANSMISIÓN DEL CALOR NO LINEALES

5.1 OBJETIVOS

Se estudian las técnicas más usuales para análisis por el Método de los Elementos Finitos de problemas de transmisión del calor no lineales. En primer lugar se estudia el caso estacionario y tras ello se describe el esquema de integración temporal de la solución de problemas transitorios no lineales.

5.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) ANÁLISIS DE PROBLEMAS DE TRANSMISIÓN DEL CALOR NO LINEALES ESTACIONARIOS
- 2) SOLUCIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES NO LINEAL
 - i) Método de iteración directa
 - ii) Método de Newton-Raphson
 - iii) Cálculo de la matriz de rigidez tangente
- 3) VARIACIONES DEL MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON
- 4) PROBLEMA TRANSITORIO NO LINEAL

5.3 CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

- Análisis por el Método de los Elementos Finitos de problemas de transmisión del calor por conducción y por convección-conducción estacionarios y transitorios.

5.3.1 Bibliografía utilizada

1. Zienkiewicz, O.C. y Taylor, R.L., *El Método de los Elementos Finitos*, CIMNE-McGraw Hill, Vol I (1993), Vol II (1994).
2. T.J.R. Hughes, *The Finite Element Method - Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*, Prentice-Hall International, Inc., Englewood Cliffs, Newy Jersey 07632, 1987.

5.4 PLAN DE ESTUDIO

5.4.1 Análisis de problemas de transmisión del calor no lineales estacionarios (Apartados 5.1-5.3)

- Tipos de no linealidades (Apartado 5.2)
- Métodos de iteración directa y de Newton-Raphson (Apartados 5.3 y 5.4)

5.4.2 Solución del problema transitorio no lineal (Apartado 5.5)

- Algoritmo de predicción-convección para el problema transitorio no lineal

5.5 CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS

- Concepto de no linealidad en problemas térmicos
 - Solución por el Método de los Elementos Finitos de problemas térmicos no lineales estacionarios y transitorios
 - Métodos de iteración directa y de Newton-Raphson
 - Algoritmo de predicción-convección de integración temporal para problemas térmicos no lineales transitorios
-

Tema 6

PROBLEMAS DE CAMBIO DE FASE

6.1 OBJETIVOS

El objetivo del tema es estudiar la solución de problemas de cambio de fase por el método de elementos finitos. Se explican los diferentes tipos de problemas de cambio de fase y la formulación de elementos finitos para su solución. En la parte final del tema se desarrollan los ejercicios de solidificación y de fusión de una barra.

6.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) EL PROBLEMA DE STEFAN
- 2) SOLUCIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES NO LINEAL
 - i) Definición de entalpía
 - ii) Formulación de elementos finitos
- 3) PROBLEMAS
- 4) Problemas de solidificación y fundición unidimensionales

6.3 CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

- Análisis de problemas de transmisión del calor por conducción transitorios
- Análisis de problemas de transmisión del calor no lineales

6.3.1 Bibliografía utilizada

1. Zienkiewicz, O.C. y Taylor, R.L., *El Método de los Elementos Finitos*, CIMNE-McGraw Hill, Vol I (1993), Vol II (1994).
2. Reddy, J.N. and Garthling, D.K., *The finite element method in heat Transfer and fluid dynamics*, CRC Press, 1994.
3. H.C. Huang and A.S. Usmani, *Finite element analysis for heat transfer*, Springer-Verlag, 1994.
4. Celentano, D., *Un modelo termomecánico para problemas de solidificación en metales*, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, España, 1994.

6.4 PLAN DE ESTUDIO

6.4.1 Introducción a los problemas de cambio (Apartados 6.1 y 6.2)

Se describen los diferentes tipos de cambio de fase y las principales aplicaciones industriales. Como caso particular se formula el problema de Stefan.

6.4.2 Análisis por el Método de los Elementos Finitos de problemas de cambio de fase (Apartado 6.3)

Se explica primeramente el concepto de entalpía y la obtención del calor específico aparente. Tras ello se estudia la formulación general de elementos finitos, que sigue las pautas explicadas para la solución de problemas de conducción del calor transitorio. Se hace especial énfasis en el tratamiento del término no lineal debido al cambio de fase.

6.4.3 Ejemplos de solidificación y fundición unidimensionales

Se describe la solución analítica y numérica de los problemas de solidificación y de fundición unidimensional. Con ello, se aprecia el fenómeno de cambio de fase y el cambio inducido en la distribución de la temperatura.

6.5 CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS

- Concepto de cambio de fase
 - Aplicaciones industriales de los problemas de cambio de fase
 - Conceptos de entalpía y calor latente
 - Concepto de calor específico aparente
 - Solución por el Método de los Elementos Finitos de problemas de cambio de fase
-

Tema 7

PROBLEMAS TÉRMICOS ACOPLADOS

7.1 OBJETIVOS

Se estudia la solución por el Método de los Elementos Finitos de problema térmicos acoplados en mecánica de sólidos y de fluidos. Se pone especial énfasis en el estudio por el Método de los Elementos Finitos de problemas acoplados termo-mecánicos unidireccionales, en los que se estudia el estado tenso-deformacional en un sólido debido a variaciones térmicas, despreciando el efecto del problema mecánico en la distribución de temperatura. También se estudia el acoplamiento térmico en fluidos, describiéndose las ecuaciones fundamentales de gobierno y los conceptos esenciales de la solución por el Método de los Elementos Finitos.

7.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) PROBLEMAS TERMO-MECÁNICOS UNIDIRECCIONALES
 - i) El problema térmico
 - ii) El problema mecánico acoplado térmicamente
 - iii) Discretización por el método de elementos finitos
 - iv) Análisis del problema termo-mecánico unidireccional
- 2) PROBLEMAS TERMO-MECÁNICOS BIDIRECCIONALES
 - i) ACOPLAMIENTO TÉRMICO EN FLUIDOS
 - ii) Ecuaciones de gobierno del problema acoplado
- 3) Solución del problema acoplado por el método de elementos finitos

7.3 CONOCIMIENTOS PREVIOS NECESARIOS

- Análisis por el Método de los Elementos Finitos de problemas de transmisión del calor por conducción estacionarios y transitorios (Temas 2 y 3)
- Análisis de problemas de convección-conducción del calor (Tema 4)
- Análisis de problemas de transmisión del calor no lineales (Tema 5)

7.3.1 Bibliografía utilizada

1. Zienkiewicz, O.C. y Taylor, R.L., *El Método de los Elementos Finitos*, CIMNE-McGraw Hill, Vol. I (1993), Vol. II (1994).
2. E. Oñate, *Cálculo de Estructuras por el Métodos de Elementos Finitos*, CIMNE, Barcelona, 1995.

7.4 PLAN DE ESTUDIO

7.4.1 Problemas termo-mecánicos bidireccionales (Apartados 7.1 -7.3)

Se estudia con detalle la solución por el Método de los Elementos Finitos de problemas termo-mecánicos acoplados en las que se desprecian la influencia de los efectos mecánicos en el problema térmico. Se describen las ecuaciones fundamentales del problema térmico y el mecánico. Se explica el concepto de deformación inicial, y se desarrollan problemas. Tras ello se describen las etapas de la solución por el Método de los Elementos Finitos del problema acoplado. Finalmente se estudian los conceptos fundamentales para solución del problema termo-mecánico acoplado bidireccional.

7.4.2 Acoplamiento térmico en fluidos (Apartado 7.4)

Se describen las ecuaciones de gobierno del problema de un fluido en el que se consideran efectos térmicos acoplados. Tras ello se describe la solución de elementos finitos basada en la formulación de velocidad-presión en el fluido. Se presenta la forma del sistema de ecuaciones algebraicas para el problema acoplado y se comentan las diferentes estrategias que existen para su solución.

7.5 CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS

- Concepto de problemas termo-mecánicos acoplados uni y bi-direccionales
 - Solución por el Método de los Elementos Finitos de problemas termo-mecánicos acoplados unidireccionales
 - Ecuaciones de gobierno del problema de acoplamiento térmico en fluidos
 - Solución por el Método de los Elementos Finitos de problemas de acoplamiento térmico en fluidos
-

MASTER EN MÉTODOS NUMÉRICOS PARA CÁLCULO Y DISEÑO EN INGENIERÍA

GUÍA DE LA ASIGNATURA MÉTODOS NUMÉRICOS AVANZADOS

Profesores

**Antonio Rodríguez-Ferrán
Antonio Huerta**

TEMARIO DE LA ASIGNATURA

MÉTODOS NUMÉRICOS AVANZADOS

Presentación y objetivos de la asignatura

Tema 1:

PROBLEMAS NO LINEALES

Tema 2:

MÉTODOS DE NEWTON-RAPHSON

Tema 3:

MÉTODOS CUASI - NEWTON

Tema 4:

MÉTODOS NEWTON - SECANTES

Tema 5:

DESARROLLOS NUMÉRICOS DE LOS MÉTODOS NR, QN Y SN

Tema 6:

MINIMIZACIÓN UNIDIMENSIONAL

Tema 7:

CONTROL DE LONGITUD DE ARCO

Bibliografía

MÉTODOS NUMÉRICOS AVANZADOS

PRESENTACIÓN Y OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA

Métodos Numéricos Avanzados es una asignatura de la segunda parte del programa de máster. El objetivo consiste en estudiar los métodos numéricos iterativos para la resolución de sistemas no lineales de ecuaciones algebraicas. En el contexto del cálculo y diseño en ingeniería, estos sistemas no lineales se obtienen típicamente al discretizar –mediante diferencias finitas o, en especial, elementos finitos– ecuaciones en derivadas parciales no lineales.

La asignatura consta de siete temas. Se empieza con *una Introducción a los problemas no lineales*, desde un doble punto de vista: matemático-numérico y de aplicación en ingeniería. Así pues, se estudia la formulación y notación habitual de los sistemas no lineales de ecuaciones, y se discuten los dos casos más frecuentes de no linealidad: la no linealidad material y la no linealidad geométrica.

A continuación se sigue con tres temas dedicados a las principales familias de métodos. En primer lugar, los *Métodos de Newton-Raphson*. Estos métodos se presentan en el contexto de la estrategia incremental/iterativa de control de cargas habitualmente empleada en problemas no lineales de ingeniería. Luego se tratan los *Métodos cuasi-Newton*, inicialmente ideados como técnicas de optimización y más tarde “exportados” a la resolución de sistemas no lineales generales. Para terminar, los *Métodos Newton-secantes*, que pueden entenderse como simplificaciones de los métodos cuasi-Newton. Se desarrollan ejercicios con los tres métodos y se hace una comparación entre ellos.

Se estudia seguidamente la *Minimización unidimensional* (o “line-search”), la técnica más utilizada de aceleración de la convergencia. Para terminar, se estudia la estrategia de *Control de longitud de arco*, mucho más versátil que el control de cargas clásico.

Esta asignatura se apoya en las asignaturas *Técnicas de Cálculo Numérico* y *Programación y Cálculo Matricial* estudiadas en la primera parte del programa, en especial en el tema de *Sistemas lineales de ecuaciones*.

Se utiliza principalmente como material de estudio los libros de la asignatura “*Métodos numéricos para sistemas no lineales de ecuaciones*” de los Doctores Antonio Vila; Antonio Rodríguez-Ferran y Antonio Huerta, e “*Iterative methods for nonlinear systems of equations: an introduction*” del Laboratorio de Cálculo Numérico.

Para cada tema de la asignatura se indican para cada apartado las correspondientes referencias de los libros antes mencionados, los objetivos, la bibliografía y el plan de estudios.

Adicionalmente a los libros de la asignatura, se utilizan otras referencias bibliográficas que se señalan en el desarrollo de cada tema.

El conjunto de temas de la asignatura, equivale a una docencia de 3,0 créditos (30 horas) y se espera que el alumno dedique un esfuerzo adicional importante de estudio, debido a la complejidad de los temas.

Los profesores de la asignatura son los Doctores, Antonio RodríguezFerran y Antonio Huerta.

Tema 1. Problemas no lineales

Objetivos

- Presentar la formulación y notación habituales para sistemas no lineales de ecuaciones algebraicas.
- Estudiar distintos tipos de no linealidad en problemas de ingeniería.
- Estudiar la formulación en elementos finitos de problemas no lineales.

Temas Estudiados

- 1) No linealidad geométrica y material
- 2) Formulación en elementos finitos del problema

Bibliografía Utilizada

- [1] Libro de la asignatura: Vila, A.; Rodríguez-Ferran, A.; Huerta, A. *Métodos numéricos para sistemas no lineales de ecuaciones*.
- [2] Libro de la asignatura: *Iterative methods for nonlinear systems of equations: an introduction*. Laboratori de Càlcul Numèric.
- [3] Dennis, J.E.; Schnabel, R.B. *Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations*. Prentice-Hall Series in Computational Mathematics, 1983. Reimpreso en Classics in Applied Mathematics, SIAM, 1996.

Plan de estudios

Tipos de no linealidad en problemas de ingeniería (referencia [1], apartado 1.1)

- Estudiar el concepto de no linealidad material, asociada a una ecuación constitutiva no lineal.
- Estudiar el concepto de no linealidad geométrica, asociada a grandes deformaciones.

Formulación en elementos finitos de problemas no lineales (referencia [1], apartado 1.2)

- Estudiar la formulación en elementos finitos de problemas lineales. Matriz de rigidez elástica y sistema lineal asociado.
- Estudiar la formulación en elementos finitos de problemas no lineales. Fuerzas residuales y matriz de rigidez tangente.

Visión general de métodos numéricos para sistemas no lineales (referencia [2])

- Estudiar el concepto de iteración funcional
- Estudiar los principales métodos: iteración directa, Picard, Newton-Raphson, Quasi-Newton.

Tema 2. Métodos de Newton-Raphson

Objetivos

- Estudiar el método de Newton para obtener ceros de funciones.
- Estudiar la estrategia incremental/iterativa empleada para la resolución de problemas no lineales en ingeniería.
- Estudiar la familia de métodos Newton-Raphson: método de Newton-Raphson completo, método de Newton-Raphson modificado y método de la tensión inicial.

Temas Estudiados

- 1) Solución incremental. Matriz de rigidez tangente
- 2) Soluciones incrementales/iterativas
- 3) Métodos Newton-Raphson completo y modificado

Bibliografía Utilizada

- [1] Libro de la asignatura: Vila, A.; Rodríguez-Ferran, A.; Huerta, A. Métodos numéricos para sistemas no lineales de ecuaciones.
- [2] Huerta, A.; Sarrate, J.; Rodríguez-Ferran, A. Métodos numéricos. Introducción, aplicaciones y programación. Aula Politècnica / ETSECCPB, Edicions UPC, 2001.
- [3] Dennis, J.E.; Schnabel, R.B. Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations. Prentice-Hall Series in Computational Mathematics, 1983. Reimpreso en Classics in Applied Mathematics, SIAM, 1996.
- [4] Crisfield, M.A. (1980), "A fast incremental/iterative solution procedure fchat handies 'snap-through' ", Comput. Struct.

Plan de estudios

Método de Newton para ceros de funciones (referencia [2], apartado 5.4)

- Estudiar el método de Newton para ceros de funciones (resolución de una ecuación no lineal con una incógnita).
- Resolución de problemas (5.2 y 5.3).

Método de Newton-Raphson completo (referencia [1], capítulo 2)

- Estudiar la estrategia incremental de resolución de sistemas no lineales en ingeniería y sus inconvenientes (apartado 2.1). Concepto de incremento de fuerzas o cargas y de incremento de desplazamientos.
- Estudiar la estrategia incremental/iterativa habitualmente utilizada (apartado 2.2). Concepto de corrección iterativa de desplazamientos.
- Estudiar el método de Newton-Raphson completo (apartado 2.3).

Modificaciones del método de Newton-Raphson completo (referencia [1], cap. 2)

- Estudiar el método de Newton-Raphson modificado (apartado 2.3).
- Estudiar el método de la tensión inicial (apartado 2.3).

Tema 3. Métodos cuasi-Newton

Objetivos

- Estudiar el método de la secante para obtener ceros de funciones.
- Estudiar el planteamiento general de los métodos cuasi-Newton.
- Estudiar los métodos cuasi-Newton más utilizados: de Broyden (rango 1) y BFGS (rango 2).

Temas Estudiados

- 1) Teoría
- 2) Estudio de los métodos cuasi-Newton
- 3) Algoritmos para los métodos de Broyden inverso y BFGS

Bibliografía Utilizada

- [1] Libro de la asignatura: Vila, A.; Rodríguez-Ferran, A.; Huerta, A. Métodos numéricos para sistemas no lineales de ecuaciones.
- [2] Huerta, A.; Sarrate, J.; Rodríguez-Ferran, A. Métodos numéricos. Introducción, aplicaciones y programación. Aula Politècnica / ETSECCPB, Edicions UPC, 2001.
- [3] Dennis, J.E.; Schnabel, R.B. Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations. Prentice-Hall Series in Computational Mathematics, 1983. Reimpreso en Classics in Applied Mathematics, SIAM, 1996.
- [4] Dennis, J.E. & Moré, J.J. (1977), "Quasi-Newton methods, motivation and theory", SIAM Rev.

Plan de estudios

Método de la secante (referencia [2], apartado 5.5)
--

- Estudiar el método de la secante para ceros de funciones
- Resolver el problema 5.4.

Métodos cuasi-Newton (referencia [1], apartado 3.1)

- Estudiar el planteamiento general de los métodos cuasi-Newton e interpretarlos como generalizaciones n-dimensionales del método de la secante en una dimensión.
- Estudiar los ingredientes y conceptos fundamentales en los métodos cuasi-Newton: ecuación cuasi-Newton; métodos cuasi-Newton directos; métodos cuasi-Newton inversos.

El método de Broyden (referencia [1], apartado 3.2)

- Estudiar la versión directa del método de Broyden.
- Estudiar la versión inversa del método de Broyden.
- Estudiar la implementación algorítmica eficiente del método de Broyden.

El método BFGS (referencia [1], apartado 3.2)

- Estudiar el concepto de simetría hereditaria y la actualización simétrica de rango 1.
- Estudiar el concepto de definición positiva hereditaria y el método DFP (método cuasi-Newton directo de rango 2 con simetría y definición positiva hereditarias).
- Estudiar el método BFGS (método cuasi-Newton inverso de rango 2 con simetría y definición positiva hereditarias).
- Estudiar la implementación algorítmica eficiente del método BFGS.

Tema 4. Métodos Newton-secantes

Objetivos

- Estudiar el planteamiento general de los métodos Newton-secantes.
- Estudiar los métodos de Broyden y BFGS secantes.

Temas Estudiados

- 1) Técnicas de aceleración secantes de los métodos cuasi-Newton
- 2) Métodos de Broyden inverso y BFGS secantes

Bibliografía Utilizada

- [1] Libro de la asignatura: Vila, A.; Rodríguez-Ferran, A.; Huerta, A. Métodos numéricos para sistemas no lineales de ecuaciones.
- [2] Dennis, J.E.; Schnabel, R.B. Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations. Prentice-Hall Series in Computational Mathematics, 1983. Reimpreso en Classics in Applied Mathematics, SIAM, 1996.

Plan de estudios

Métodos Newton-secantes (referencia [1], apartado 4.1)

- Estudiar la idea fundamental de los métodos Newton-secantes e interpretarlos como una versión “sin memoria” de los métodos cuasi-Newton, con un coste por iteración constante.

Métodos de Broyden y BFGS secantes (referencia [1], apartado 4.2)

- Estudiar la versión Newton-secante del método de Broyden inverso.
- Estudiar la versión Newton-secante del método BFGS.

Tema 5. Ejemplos Numéricos de los Métodos Newton Raphson, Cuasi Newton y Newton Secante

Objetivos

- Estudiar varios ejercicios numéricos de aplicación de los tres métodos estudiados anteriormente.

Temas Estudiados

- 1) Métodos Newton Raphson
- 2) Métodos Newton Raphson, Cuasi Newton y Newton Secante

Bibliografía Utilizada

- [1] Libro de la asignatura: Vila, A.; Rodríguez-Ferran, A.; Huerta, A. Métodos numéricos para sistemas no lineales de ecuaciones.
- [2] Huerta, A.; Sarrate, J.; Rodríguez-Ferran, A. Métodos numéricos. Introducción, aplicaciones y programación. Aula Politécnica / ETSECCPB, Edicions UPC, 2001.
- [3] Dennis, J.E.; Schnabel, R.B. Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations. Prentice-Hall Series in Computational Mathematics, 1983. Reimpreso en Classics in Applied Mathematics, SIAM, 1996.

Plan de estudios

Métodos Newton Raphson (referencia [1], apartado 5.1).

- Ilustración del funcionamiento de los Métodos Newton Raphson presentados en el tema 2, a través de los problemas prácticos (comparación del comportamiento de los tres métodos Newton Raphson a través de la resolución de los problemas).

Métodos Newton Raphson, Cuasi Newton (QS) y Newton Secante (SN) (referencia [1], apartado 5.2).

- Comparación del comportamiento de los métodos Broyden BFGS en sus forma QN y SN, a través de la resolución de los problemas prácticos. Los métodos Newton Raphson Completo y Modificado se presentan como referencia.
-

Tema 6. Minimización unidimensional

Objetivos

- Estudiar la estrategia de aceleración de la convergencia más utilizada en la resolución iterativa de sistemas no lineales de ecuaciones: la minimización unidimensional (“line-search”).

Temas Estudiados

- 1) Teoría y Diagramas de flujo
- 2) Desarrollos Numéricos

Bibliografía Utilizada

- [1] Libro de la asignatura: Vila, A.; Rodríguez-Ferran, A.; Huerta, A. Métodos numéricos para sistemas no lineales de ecuaciones.
- [2] Crisfield, M.A. (1983), "An arc-length method including line searches and accelerations", Int. J. Num. Meth. Engng.

Plan de estudios

Minimización unidimensional en sistemas no lineales (referencia [1], capítulo 6).

- Estudiar las principales diferencias entre la optimización y la resolución de sistemas no lineales desde el punto de vista de la minimización unidimensional.
- Estudiar las técnicas de minimización unidimensional más utilizadas en sistemas no lineales.
- Desarrollos numéricos de problemas

Tema 7. Control de la longitud de arco

Objetivos

- Estudiar las limitaciones del control de cargas clásico para describir respuestas no lineales complejas.
- Plantear una estrategia alternativa: el control de la longitud de arco.
- Estudiar las formulaciones más utilizadas de control de longitud de arco.

Bibliografía Utilizada

- [1] Libro de la asignatura: Vila, A.; Rodríguez-Ferran, A.; Huerta, A. Métodos numéricos para sistemas no lineales de ecuaciones.
- [2] Crisfield, M.A. (1983), "An arc-length method including line searches and accelerations", Int. J. Num. Meth. Engng.

Temas Estudiados

- 1) Control de carga y Técnicas de Continuación
- 2) Formulación general de la longitud de arco considerando varias estrategias de control
- 3) Ejercicios numéricos con snap-through y snap-back.

Plan de estudios

Limitaciones del control de carga (referencia [1], apartado 7.1)

- Estudiar las respuestas no lineales de tipo rotura frágil, rotura dúctil, “snap-through” y “snap-back”.
- Estudiar las limitaciones de la estrategia de control de carga para describir estas respuestas.

Control de longitud de arco: planteamiento general (referencia [1], apartado 7.2)

- Estudiar la estrategia de control de longitud de arco: inclusión del nivel de carga como incógnita adicional, condición de longitud de arco, predicción y correcciones iterativas de los desplazamientos y del nivel de carga.
- Estudiar las formulaciones esféricas de control de longitud de arco.
- Estudiar las formulaciones cilíndricas de control de longitud de arco.

Control de longitud de arco: consideraciones adicionales (referencia [1], apartado 7.2)

- Discutir los aspectos relativos al control de la longitud de arco: elección del signo en la predicción del nivel de carga; elección del signo en la corrección iterativa del nivel de carga; tratamiento de raíces complejas; actualización automática de la longitud de arco
- Estudiar una formulación general de control que incluye el control de desplazamientos como caso particular.

Bibliografía Complementaria

- [1] Bathe, K.J. (1982), "Finite Element Procedures in Engineering Analysis", Prentice Hall, New Jersey, USA.
- [2] Bellini, P.X. & Chuiya, A. (1987), "An improved automatic incremental algorithm for the efficient solution of nonlinear finite element equations", Comput. Struct., 26, pp. 99-110.
- [3] Brodli, K.W. Gourlay, A.R. & Greenstadt, J. (1972), "Rank-one and rank-two corrections to positive definite matrices expressed in product form", J. Inst. Maths. Applics., 11, pp. 73-82.
- [4] Cervera, M. (1986), "Nonlinear analysis of reinforced concrete structures using three dimensional and shell finite element models", Ph.D. Thesis, University College of Swansea, Swansea.
- [5] Cervera, M. & Lomera, G. (1992), "Omega V.92: Benchmark tests de mecánica de sólidos en régimen no-lineal. Aplicaciones estáticas y dinámicas 2D y 3D", Informe Técnico IT-70, Centre Internacional de Métodos Numéricos en Enginyeria, Barcelona.
- [6] Crisfield, M.A. (1980), "A fast incremental/iterative solution procedure for handles 'snap-through' ", Comput. Struct., 13, pp. 55-62.
- [7] Crisfield, M.A. (1983), "An arc-length method including line searches and accelerations", Int. J. Num. Meth. Engng., 19, pp. 1269-1289.
- [8] Crisfield, M.A. (1991), "Non-linear finite element analysis of solids and structures", John Wiley & Sons, Chichester.
- [9] Dennis, J.E. & Moré, J.J. (1977), "Quasi-Newton methods, motivation and theory", SIAM Rev., 19, pp. 46-89.
- [10] Engelman, M.S. et al. (1981), "The application of Quasi-Newton methods in fluid mechanics", Int. J. Num. Meth. Engng., 17, pp. 707-718.
- [11] Fafard, M. & Massicotte, B. (1993), "Geometrical interpretation of the arc-length method", Comput. Struct., 46, pp. 603-615.
- [12] Fletcher, R. (1987), "Practical methods of optimization", John Wiley & Sons, Chichester.
- [13] Hughes, T.J.R. (1987), "The finite element method. Linear static and dynamic finite element analysis", Prentice Hall, Englewood Cliffs, USA.

- [14] Kouhia, R. & Mikkola, M. (1989), "Tracing the equilibrium paths beyond simple critical points", *Int. J. Num. Meth. Engng.*, 28, pp. 2923-2941.
- [15] Kwok, H.H., Kamat, M.P. & Watson, L.T. (1985), "Location of stable and unstable equilibrium configurations using a model trust region Quasi-Newton method and tunnelling", *Comput. Struct.*, 21, pp. 909-916.
- [16] Matthies, H. & Strang, G. (1979), "The solution of nonlinear finite element equations", *Int. J. Num. Meth. Engng.*, 14, pp. 1613-1626.
- [17] Oliver, J. (1982), "Una formulació cuasi-intrínseca para el estudio, por el método de los elementos finitos, de vigas, arcos, placas y láminas sometidos a grandes corrimientos en régimen elastoplástico", Tesis Doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.
- [18] Oñate, E. (1991), "Cálculo de estructuras por el método de los elementos finitos. Análisis estático lineal", Centre Internacional de Mètodes Numèrics en Enginyeria, Barcelona.
- [19] Riks, E. (1979), "An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems", *Int. J. Solids. Struct.*, 15, pp. 529-551.
- [20] Riks, E. (1992), "On formulations of path-following techniques for structural stability analysis", in *New Advances in Computational Structural Mechanics*, editors P. Ladevèze & O.C. Zienkiewicz, Elsevier.
- [21] Schweizerhof, K.H. & Wriggers, P. (1986), "Consistent linearization for path following methods in nonlinear FE analysis", *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.*, 59, pp. 261-279.
- [22] Sherman, J. & Morrison, W.J. (1949), "Adjustment of an inverse matrix corresponding to changes in the elements of a given column or a given row of the original matrix", *Ann. Math. Statist.*, 20, p. 621.
- [23] Simo, J.C. (1988), "A Framework for Finite Strain Elastoplasticity Based on Maximum Plastic Dissipation and the Multiplicative Decomposition. Part II: Computational Aspects", *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.*, 68, pp. 1-31.
- [24] Soria, A. (1990), "Contribución al análisis de transitorios térmicos accidentales en los componentes de un reactor nuclear", Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid.
- [25] Wempner, G.A. (1971), "Discrete approximations related to nonlinear theories of solids", *Int. J. Solids Struct.*, 7, pp. 1581-1599.
- [26] Zienkiewicz, O.C. & Taylor, R.C. (1989), "The finite element method. Vol. 1, Basic formulation and linear problems", McGraw-Hill, London.

[27] Zienkiewicz, O.C. & Taylor, R.C. (1991), "The finite element method, Vol. 2, Solid and fluid mechanics, dynamics and nonlinearity", McGraw -Hill, London.

MASTER EN MÉTODOS NUMÉRICOS PARA CÁLCULO Y DISEÑO EN INGENIERÍA

GUÍA DE LA ASIGNATURA HIDROLOGÍA SUBTERRÁNEA

Profesores

Sebastià Olivella
Jesús Carrera

TEMARIO DE LA ASIGNATURA

Capítulo 1:
ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIO POROSO

Capítulo 2:
ECUACIÓN DE TRANSPORTE DE SOLUTOS EN MEDIO POROSO

Capítulo 3:
SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LA ECUACIÓN DE FLUJO

Capítulo 4:
SOLUCIÓN NUMÉRICA D ELA ECUACIÓN DE TRANSPORTE

Capítulo 5:
PROCESO DE MODELACIÓN

Capítulo 6:
PROBLEMAS ACOPLADOS

El conjunto de temas de la asignatura, equivale a una docencia de 2,5 créditos (25 horas) y se espera que el alumno dedique un esfuerzo adicional importante de estudio, debido a la complejidad de los temas.

Capítulo 1. ECUACIÓN DE FLUJO EN MEDIO POROSO

OBJETIVOS

- Derivación de la ecuación de flujo en medio poroso saturado y en particular en un acuífero, a partir de la conservación de masa de agua y la ley de Darcy.
- Definición de los parámetros que intervienen en la ecuación de flujo en medio poroso saturado y significado físico de los parámetros (coeficiente de almacenamiento y conductividad hidráulica, Transmisividad)
- Descripción de la Forma adimensional de la ecuación de flujo.
- Procesos análogos.
- Condiciones de solución. Condiciones de contorno.

REFERENCIAS UTILIZADAS

- Bear, J. 1972, Dynamics of Fluids in Porous Media, Dover Publications.
- Carrera, J., Libro de la Asignatura Hidrología Subterránea. CIMNE. Barcelona.
- De Wiest, R. J. M., 1969, Flow Through Porous Media, Academic Press.
- De Marsily, G., 1986, Quantitative Hydrogeology, Groundwater Hydrology for Engineers, Academic Press.

PLAN DE ESTUDIOS DEL Capítulo

- Adquirir capacidad para derivar ecuaciones de balance de masa de agua en medio poroso así como el uso de soluciones analíticas que permiten familiarizarse con el significado físico y sensibilidad de los parámetros.
- Desarrollo de Ejercicios: Interpretación del ensayo de bombeo en acuíferos mediante una solución analítica tipo Jacob y Theis.

Capítulo 2. ECUACIÓN DE TRANSPORTE DE SOLUTOS EN MEDIO POROSO

OBJETIVOS

- Derivación de la ecuación de transporte de solutos en medio poroso, y en particular en un acuífero, a partir de la conservación de masa de soluto
- Definición de los parámetros que intervienen en la ecuación de transporte de solutos en medio poroso.
- Descripción de los procesos de transporte en medio poroso: difusión molecular, advección y dispersión, y discusión de los tiempos característicos de cada proceso de transporte que intervienen en la ecuación.
- Definición del Tensor de dispersión.
- Introducción de los procesos de Retardo y Desintegración o Degradación.
- Análisis de la ecuación de transporte: forma adimensional y soluciones para casos comunes.

REFERENCIAS UTILIZADAS

- Bear, J. 1972, Dynamics of Fluids in Porous Media, Dover Publications.
- Carrera, J., Libro de la Asignatura Hidrología Subterránea. CIMNE. Barcelona.
- De Marsily, G., 1986, Quantitative Hydrogeology, Groundwater Hydrology for Engineers, Academic Press.

PLAN DE ESTUDIOS

- Adquirir capacidad para derivar ecuaciones de balance de masa de soluto en medio poroso así como el uso de soluciones analíticas que permiten familiarizarse con el significado físico y sensibilidad de los parámetros.
- Desarrollo de Ejercicios: Interpretación de ensayos de trazadores mediante soluciones analíticas.

Capítulo 3. SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LA ECUACIÓN DE FLUJO

OBJETIVOS

- Estudio de la estructura típica de un programa para la resolución numérica de un problema de flujo o de transporte.
- Estudio de los métodos numéricos que permiten obtener de forma discreta las ecuaciones diferenciales sobre el medio y en el tiempo, en el caso de la ecuación de flujo en acuíferos (métodos de diferencias finitas, diferencias finitas integradas y elementos finitos).
- Establecimiento de criterios para obtener una buena solución.
- Discretización espacial y temporal del balance de masa.
- Comparación cualitativa de los distintos métodos.

REFERENCIAS UTILIZADAS

- Bear, J. and Verruijt, A., 1987, Modeling Groundwater Flow and Pollution, Reidel, Kluwer.
- Carrera, J., Libro de la Asignatura Hidrología Subterránea. CIMNE. Barcelona.
- Huyakorn P.S. and G.F. Pinder, 1983, Computational Methods in Subsurface Flow, Academic Press, INC.

PLAN DE ESTUDIOS

- Adquirir capacidad para derivar esquemas numéricos así como estudiar los criterios para establecer condiciones de solución.
- Desarrollo de Ejercicios: Desarrollo de un programa en diferencias finitas y elementos finitos para modelar el flujo de agua y la variación de niveles piezométricos entre dos zanjas.

Capítulo 4. SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LA ECUACIÓN DE TRANSPORTE

OBJETIVOS

En este capítulo se estudian los métodos numéricos para la resolución de la ecuación de transporte.

- Estudio de los métodos eulerianos clásicos (diferencias finitas y elementos finitos).
- Estudio de los Criterios para obtener una buena solución: número de Courant y número de Peclet.
- Estudio de los Métodos lagrangianos: método de las características.
- Análisis de la Dispersión numérica de un esquema en diferencias hacia aguas arriba.

REFERENCIAS UTILIZADAS

- Bear, J. and Verruijt, A., 1987, Modeling Groundwater Flow and Pollution, Reidel, Kluwer.
- Carrera, J., Libro de la Asignatura Hidrología Subterránea. CIMNE. Barcelona.
- Huyakorn P.S. and G.F. Pinder, 1983, Computational Methods in Subsurface Flow, Academic Press, INC.

PLAN DE ESTUDIOS

- Adquirir capacidad para derivar esquemas numéricos así como estudiar los criterios para establecer condiciones de solución.
- Desarrollo de Ejercicios: Elaborar programas en diferencias finitas y elementos finitos para modelar el fenómeno de transporte en condiciones de flujo de agua estacionario. Trabajar con diferentes esquemas de cálculo para el término advectivo.

Capítulo 5. EL PROCESO DE MODELACIÓN

OBJETIVOS

- Descripción del proceso de modelación en hidrología subterránea primero desde un punto de vista matemático y a continuación, desde un punto de vista físico.
- Conceptualización, formulación del problema, solución de las ecuaciones, verificación, validación, calibración y predicción.
- Aplicación a casos de reales.

REFERENCIAS UTILIZADAS

- Carrera, J., Libro de la Asignatura Hidrología Subterránea. CIMNE. Barcelona.
- Carrera, J., La Informática aplicada a la contaminación de las Aguas. 6ª Conferencia sobre Hidrología General y Aplicada, Zaragoza, 1985.
- Carrera, J., X. Sánchez-Vila, J. Samper, F.J. Elorza, J. Heredia, J.A. Carbonell, C. Bajos, Radiactive waste disposal on a highly heterogeneous fractured medium: 1. Conceptual models of groundwater flow, Hydrogeology of Hard Rocks. IAH. XXIVth Congress. Vol. XXIV(1), 190-202, 1993.
- Carrera, J., Mousavi S. F., Usunoff E. J., Sánchez-Vila X., Galarza G., a discusión on validation of hydrogeological models. Reability Engineering an system safety. Vol. 42, 201- 216, 1993.
- Sánchez-Vila, X., J. Carrera, J. Samper, J.A. Carbonell, F.J. Elorza, J. Heredia, C. Bajos, Radiactive waste disposal on a highly heterogeneous fractured medium: 2. Numerical models of flow and transport, Hydrogeology of Hard Rocks. IAH. XXIVth Congress, Vol. XXIV(1), 203-214, 1993.

PLAN DE ESTUDIOS

- Analizar en detalle un trabajo de modelación hidrogeológica que incluya todos los pasos desde la conceptualización del problema hasta la predicción o propuesta de medidas a tomar para corregir la problemática estudiada.
- Discutir los pasos seguidos así como el peso o importancia relativa de cada parte.

Capítulo 6. PROBLEMAS ACOPLADOS

OBJETIVOS

- Estudio del Flujo de agua y de calor en un medio poroso.
- Estudio del Flujo de agua con densidad variable causada por variaciones de temperatura o concentración de solutos.
- Estudio del Flujo de agua y calor en un medio poroso deformable.

REFERENCIAS UTILIZADAS

- Bird R.B., W.E. Stewart, and E.N. Lightfoot, Fenómenos de Transporte, Editorial Reverté, 1960.
- Carrera, J., Libro de la Asignatura Hidrología Subterránea. CIMNE. Barcelona.
- Olivella, S. J. Carrera, A. Gens and E.E. Alonso, 1994, Non-isothermal multiphase flow of Brine and Gas Through Saline Media, Transport in Porous Media, 15:271-293.

PLAN DE ESTUDIOS

- Adquirir capacidad para derivar ecuaciones acopladas de balance de masa/ momento/ energía en medio poroso.
- Estudio de la tipología y magnitud de los acoplamientos existentes entre dichas ecuaciones así como de las posibilidades de resolución independiente o conjunta.

Capítulo 7. ESTUDIO DEL PROGRAMA NOCONF

OBJETIVOS

- Estudio del programa y su modo de empleo.
- Estudio de la teoría, ecuaciones básicas y aproximaciones empleadas, así como la implementación numérica.
- Estudio de los aspectos relativos al empleo práctico del programa.
- Ilustración con ejemplos del uso del programa
- Ilustración de la entrada de datos

REFERENCIAS UTILIZADAS

- Carrera, Jesús y Samper, Javier. MANUAL DEL USUARIO (Programa de elementos finitos para la solución de la ecuación de flujo no confinado–“NOCONF”), CIMNE.

PLAN DE ESTUDIOS

- Adquirir capacidad para resolver la ecuación de Boussinesq, que gobierna el problema de flujo de agua en acuíferos no confinados en régimen transitorio, a través el programa NOCONF.

Capítulo 8. APLICACIÓN DE LA GEOESTADÍSTICA A LA HIDROLOGÍA SUBTERRANEA

OBJETIVOS

- Estudio del marco Geoestadístico, es decir, las funciones aleatorias y las formas de caracterizarlas.
- Estudio del problema de estimación en sus diversas variantes
- Estudio de los métodos de simulación para reproducir la variabilidad espacial de funciones aleatorias y sus implicaciones en hidrogeología subterránea
- Aplicaciones al diseño de redes

REFERENCIAS UTILIZADAS

- Carrera, Jesús y Samper, Javier. GEOESTADÍSTICA, Aplicaciones a la hidrología subterránea. 2ª ED. CIMNE. 1996.

PLAN DE ESTUDIOS

- Estudiar la Teoría de Probabilidad y Estadística.
- Estudiar de los conceptos Geoestadísticos
- Examinar en detalle las propiedades de la herramienta fundamental de cualquier aplicación Geoestadística
- Estudiar los distintos métodos de estimación de funciones no intrínsecas
- Estudiar lo relativo a estimación de variables distribuidas espacialmente
- Estudiar las aplicaciones reales de la Geoestadística a la estimación de variables hidrogeológicas: los niveles piezométricos, las transmisividades y las concentraciones
- Estudiar la simulación de realizaciones de una función aleatoria. La definición, la clasificación de los distintos tipos y los ejemplos de simulación y los diferentes métodos existentes para generar las simulaciones
- Estudiar los principales resultados de la Hidrología Subterránea Estocástica y sus relaciones con la Geoestadística.
- Estudiar las aplicaciones prácticas de la simulación a problemas hidrogeológicos reales y de diseño óptimo de redes de muestreo.

MASTER EN MÉTODOS NUMÉRICOS PARA CÁLCULO Y DISEÑO EN INGENIERÍA

GUÍA DE LA ASIGNATURA MECÁNICA DE FRACTURA

**Profesor
Sergio Oller**

TEMARIO DE LA ASIGNATURA:

MECÁNICA DE FRACTURA

Presentación y objetivos de la asignatura

Introducción

SECCIÓN I

LA MECÁNICA DE FRACTURA Y EL PROBLEMA DE FRACTURA

PARTE A: INTRODUCCIÓN

Tema 1

INTRODUCCIÓN AL TRATAMIENTO DE PROBLEMAS NO-LINEALES M.E.F

Tema 2

INTRODUCCIÓN AL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE GEOMATERIALES: Comportamiento del Hormigón y otros Geomateriales

PARTE B: TRATAMIENTO DE DISCONTINUIDADES MEDIANTE LA MECÁNICA DE FRACTURA

Tema 3

CONCEPTOS BÁSICOS

Tema 4

PRINCIPIOS DE LA MECÁNICA DE FRACTURA

Tema 5

FRACTURA DÚCTIL

Tema 6

MODELOS CONSTITUTIVOS PARA FRACTURA

Tema 7

ELEMENTOS FINITOS EN LA MECÁNICA DE FRACTURA

SECCIÓN II

LA MECÁNICA CLÁSICA Y EL PROBLEMA DE FRACTURA

PARTE C: TRATAMIENTO DE DISCONTINUIDADES MEDIANTE LA MECÁNICA DEL MEDIO CONTINUO: Introducción al Comportamiento Constitutivo

Tema 8
BASES DE LA MODELIZACIÓN CONSTITUTIVA

Tema 9
ELASTICIDAD Y PLASTICIDAD

Tema 10
LA FRACTURA Y LA MECÁNICA CLÁSICA

PARTE D: EJEMPLOS DE FORMULACIÓN, ANÁLISIS DE MODELOS CONSTITUTIVOS PARA TRATAR LA FRACTURA: Modelos Constitutivos para Simular el Comportamiento de Geomateriales y Metales.

Tema 11
MODELOS BASADOS EN LA MECÁNICA CLÁSICA

Tema 12
MODELO DE DAÑO PLÁSTICO

Tema 13
MODELO DE “DAÑO ISÓTROPO”

Tema 14
FATIGA: UN NUEVO ENFOQUE

REFERENCIAS UTILIZADAS

MECÁNICA DE FRACTURA

PRESENTACIÓN Y OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA

Esta asignatura pertenece a la segunda fase del Programa de “Master en Métodos Numéricos en Ingeniería” y por lo tanto es una asignatura de la fase de especialidad.

El estudio de la mecánica fractura constituye una disciplina que puede abordarse por diferentes caminos. En este programa en particular el estudio se plantea siguiendo dos aproximaciones:

1. Mecánica de fractura propiamente dicha,
2. Mecánica de medios continuos en su estado límite.

Este doble enfoque permite una mayor amplitud conceptual y abre la posibilidad de establecer un juicio de valor sobre la conveniencia de la utilización de una u otra teoría en el estudio de ciertos problemas reales.

La Mecánica de la Fractura se trata de un fenómeno no lineal y su estudio y maduración con la suficiente profundidad requiere mucho más tiempo del que ofrece el curso de esta asignatura. Es por ello que a los alumnos que la cursan, se les proporciona un enfoque lo suficientemente importante, que les permita desarrollar conceptos firmes para posteriores investigaciones más profundas como las que se hacen en estudio de doctorado.

En este curso se citan trabajos de distintos autores que el estudiante debe consultar para fortalecer el conocimiento de los temas estudiados.

El conjunto de temas de la asignatura, equivale a una docencia de 2,5 créditos (25 horas) y se espera que el alumno dedique un esfuerzo adicional importante de estudio, debido a la complejidad de los temas.

INTRODUCCIÓN

El comportamiento no lineal de un material puede deberse a diversos fenómenos de distinto nivel de complejidad y entre ellos está la fractura que produce discontinuidades en el cuerpo de un medio continuo. Muchos de estos fenómenos, están basados en la propia física del problema y otros sólo pueden interpretarse mediante aproximaciones "macroscópicas" que engloba una gran cantidad de mecanismos físicos internos.

Es sabido que habitualmente el estudio de la fractura no forma parte del diseño estructural, como obviamente puede entenderse no está en el ánimo del diseñador que ninguna parte estructural llegue a esos extremos. Sin embargo las roturas catastróficas han llevado a grandes desastres, tanto en la construcción civil como en la construcción aeronáutica, naval y mecánica, y advierten de la necesidad de un estudio profundo de éste fenómeno. Actualmente se admite en general que todo estudio que se realice dentro de la mecánica de fractura se haga "a posteriori" de la fabricación de las estructuras, es decir cuando aparecen los primeros problemas que podrían haberse estudiado a "priori".

La propia no linealidad intrínseca al fenómeno de fractura, dificulta su estudio y ha requerido de técnicas numéricas avanzadas para garantizar su correcto tratamiento. Así pues, la aparición del ordenador ha posibilitado un avance considerable en este campo, permitiendo además la formulación de modelos de comportamiento del material más ajustados a la realidad física del fenómeno.

Todo lo que ello conlleva es casi imposible contenerlo en una formulación de la mecánica de fractura y es éste uno de los motivos que ha impulsado y actualmente sigue adelante con la mejora de las formulaciones dentro de la mecánica de medios continuos.

Entonces, dadas las dos posibilidades que existen para tratar un mismo fenómeno, esta asignatura se divide en dos partes fundamentales: Una primera, orientada a presentar las bases de la "mecánica de fractura clásica" con los modelos constitutivos que han marcado el desarrollo de esta disciplina, y una segunda, que trata las formulaciones basadas en mecánica de medios continuos que permiten establecer las bases para la aproximación continua regularizada, de una discontinuidad física, es decir un "acercamiento" al fenómeno de la fractura.

Es por esto que esta asignatura presenta el comportamiento a fractura mecánica de un material genérico y su simulación mediante técnicas basadas en la mecánica y el cálculo numérico. Constituye un compromiso entre dos enfoques bastantes distintos, la clásica "mecánica de fractura" y el nuevo punto de vista aportado por la "mecánica de medios continuos".

Parte I

LA MECÁNICA DE FRACTURA Y EL PROBLEMA DE FRACTURA

PARTE A: INTRODUCCIÓN

Tema 1

INTRODUCCIÓN AL TRATAMIENTO DE PROBLEMAS NO-LINEALES -M.E.F

1.1 OBJETIVOS

En este tema se estudian los procedimientos generales de solución de problemas no lineales para concentrarse luego en la no linealidad del material independiente de la velocidad de carga en mecánica de sólidos (plasticidad) y la no linealidad del material dependiente de la velocidad de carga en mecánica de sólidos (fluencia). Se discuten los problemas no lineales de campo y otros ejemplos especiales.

1.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción
- 2) Técnicas iterativas
 - i) Consideraciones generales
 - ii) El método de Newton-Raphson
 - iii) Métodos de Newton-Raphson modificados.
 - iv) Métodos incremental-secantes de cuasi-Newton.
- 3) Procedimientos de aceleración de convergencia y búsqueda direccional
- 4) Comportamiento "de ablandamiento" y control de desplazamiento
- 5) Criterios de convergencia
- 6) Consideraciones generales sobre los métodos incrementales
- 7) Consideraciones generales -elasticidad no lineal-
- 8) Plasticidad.
 - i) Teoría clásica de la plasticidad
 - ii) Ejemplos típicos de plasticidad clásica
 - iii) Plasticidad generalizada
- 9) Cálculo de los incrementos de tensión
 - i) Métodos explícitos
 - ii) Métodos implícitos
- 10) Ejemplos de cálculo plástico
 - i) Placa perforada con o sin endurecimiento por deformación
 - ii) Probeta entallada
 - iii) Vasija de presión metálica
- 11) Formulación básica de los problemas de fluencia
 - i) Procedimiento completamente explícito de "de formación inicial"
 - ii) Procedimiento completamente explícito con rigidez modificada
- 12) Viscoplasticidad

- i) Generalidades
 - ii) Solución iterativa
 - iii) Fluencia en metales
 - iv) Solución de problemas de plasticidad mediante el algoritmo viscoplástico. Mecánica de suelos
- 13) Viscoelasticidad - dependencia de la fluencia con la historia
- 14) Problemas especiales de rocas, hormigón, etc.
- i) Material sin resistencia a tracción
 - ii) Material "laminar" y elementos junta
- 15) Falta de unicidad y localización en mecánica de sólidos -problemas sobresalientes-
- i) Consideraciones generales. Falta de unicidad
 - ii) Localización. Tratamiento numérico
-

Tema 2

INTRODUCCIÓN AL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE GEOMATERIALES: Comportamiento del Hormigón y otros Geomateriales

2.1 OBJETIVOS

Este tema estudia las características y propiedades básicas del hormigón sometido a estados de tensión uniaxial, biaxial y triaxial, que deben considerarse en la formulación de un modelo constitutivo para hormigones.

2.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción
- 2) Mecanismos de falla en el hormigón
- 3) Comportamiento del hormigón sometido a cargas y su relación con los mecanismos de falla
 - i) Comportamiento Uniaxial a Compresión
 - ii) Comportamiento Uniaxial a tracción
 - iii) Comportamiento biaxial del hormigón
 - iv) Comportamiento triaxial del hormigón
- 4) Conclusiones sobre el comportamiento del hormigón

PLAN DE ESTUDIOS: PARTE A

- Generalidades
- Concepto de fuerza residual.
- Procedimiento para la solución del sistema de ecuaciones no lineales:
 - Técnicas iterativas del tipo Newton-Raphson.
 - Técnicas de aceleración de convergencia.
 - Técnicas de control de respuesta.
- Condición de equilibrio global
- Criterios de convergencia.
- Estructura de un programa no lineal de elementos finitos.
- Tipos no linealidades:
 - Constitutiva: Elasticidad no lineal, plasticidad, fractura, viscoelasticidad, viscoplasticidad.
 - Geométrica: Generalidades, grandes desplazamientos, grandes deformaciones, problemas de estabilidad.

- Características generales de comportamiento a tener en cuenta para simular el comportamiento de Geomateriales.

Ejercicios: Ejercitación sobre la resolución de problemas correspondiente a la “parte A” del libro de la asignatura.

PARTE B: TRATAMIENTO DE DISCONTINUIDADES MEDIANTE LA MECÁNICA DE FRACTURA

Tema 3 CONCEPTOS BÁSICOS

3.1 OBJETIVOS

En este tema se estudian los conceptos de fractura, fragilidad y ductilidad, los tipos de fallas que se producen en uno y otro tipo de material y las formas de propagación de las fisuras, principalmente.

3.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) FRACTURA EN MATERIALES FRÁGILES
 - i) TIPOS DE FALLAS
 - 2) MODOS DE PROPAGACIÓN DE FISURAS
 - 3) CONCENTRACIÓN DE TENSIONES
 - i) PLACA DE DIMENSIONES FINITAS; SOMETIDA A TRACCIÓN
 - ii) PLACAS DE GRANDES DIMENSIONES SOMETIDAS A TRACCIÓN
 - 4) FACTOR DE INTENSIDAD DE TENSIONES
 - i) OBTENCIÓN DE " K_I " EN FORMA CLÁSICA
 - ii) OBTENCIÓN DE " K_I " PARA CUALQUIER MODO DE FRACTURA
 - 5) MECÁNICA DE FRACTURA ELÁSTICA LINEAL (MFEL)
-

Tema 4

PRINCIPIOS DE LA MECÁNICA DE FRACTURA

4.1 OBJETIVOS

En este tema se estudian los principios fundamentales en que se basa la mecánica de fractura. Una vez, establecidos estos fundamentos teóricos, se justifica la existencia de la energía de fractura y se entiende que es un parámetro del material. También se presenta la teoría de fractura formulada por Griffith, basada en la energía acumulada en el sólido y la formulación de Rice para la evaluación de los factores de intensidad de tensiones en función de la energía interna. Una vez entendidos estos conceptos, se estudia la diferencia entre fractura frágil y dúctil y la forma de tener en cuenta la evaluación de los factores de intensidad de tensión en cada caso.

4.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) INTRODUCCIÓN
- 2) RESISTENCIA TEÓRICA
- 3) RELACIÓN ENTRE LA ENERGÍA TOTAL Y LA SEPARACIÓN ENTRE PLANOS ATÓMICOS
- 4) RELACIÓN TENSIÓN-DESPLAZAMIENTO
- 5) TRABAJO DE FRACTURA: MODO I; MODO II
 - i) MODO I
 - ii) MODO II
 - iii) TEORÍA DE GRIFFITH
- 6) RELACIÓN ENTRE RESISTENCIA REAL Y RESISTENCIA TEÓRICA
- 7) EVALUACIÓN DE LA ENERGÍA DE FRACTURA
- 8) RELACIÓN ENTRE ENERGÍA DE FRACTURA, RESISTENCIA A FRACTURA Y TENACIDAD
- 9) EFECTO DE LA TEMPERATURA EN LA RESISTENCIA A FRACTURA

Tema 5

FRACTURA DÚCTIL

5.1 OBJETIVOS

En este tema se introduce la diferencia conceptual que existe entre considerar el comportamiento a fractura sin el desarrollo mecanismos plásticos (fractura frágil), con aquel donde el comportamiento y crecimiento de la fractura está bajo la influencia de la plasticidad (fractura dúctil). Se estudian los métodos: a) COD ("Crack Opening Displacement"- "Desplazamiento de Apertura de Fisura"), desarrollado por Dugdale y Barenblatt y b) "Método de la Integral de Contorno" o también denominado "Integral-J", propuesto por Rice, para estudiar el problema desde un enfoque energético.

5.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) INTRODUCCIÓN
 - 2) DEFORMACIÓN PLÁSTICA EN LA CABEZA DE LA FISURA
 - 3) PROBLEMAS DE FRACTURA DÚCTIL
 - i) MÉTODO DEL DESPLAZAMIENTO DE APERTURA DE FISURA (COD)
 - ii) MÉTODO DEL LA "INTEGRAL-J". INTEGRAL DE RICE
-

Tema 6

MODELOS CONSTITUTIVOS PARA FRACTURA

6.1 OBJETIVOS

En este tema se presenta la clasificación general de los modelos constitutivos independientes del tiempo que resultan apropiados para representar el comportamiento a fractura de un medio continuo. Además, se tratan con mayor detalle los modelos propios de la Mecánica de Fractura.

6.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) INTRODUCCIÓN
 - 2) CLASIFICACIÓN GENERAL
 - i) MODELOS BASADOS EN LA ELASTICIDAD LINEAL Y NO-LINEAL
 - ii) MODELOS BASADOS EN LA TEORÍA DE LA PLASTICIDAD
 - iii) MODELOS BASADOS EN LA TEORÍA ENDOCRÓNICA
 - iv) MODELOS DE FRACTURA
 - 3) MODELOS BASADOS EN LA MECÁNICA DE FRACTURA LINEAL
 - 4) MODELIZACIÓN DE UN MATERIAL MEDIANTE LA MECÁNICA DE FRACTURA
 - 5) MODELOS BASADOS EN MECÁNICA DE FRACTURA
 - i) MODELO DE LA "MÁXIMA TENSIÓN". TEORÍA K_{IC}
 - ii) MODELO DE LA "ENERGÍA DE DEFORMACIÓN". TEORÍA SE
 - iii) MODELO DE LA "TASA DE LIBERACIÓN DE ENERGÍA". TEORÍA ΔG
-

Tema 7

ELEMENTOS FINITOS EN LA MECÁNICA DE FRACTURA

7.1 OBJETIVOS

En este tema, se estudian las técnicas más usuales para análisis por el Método de los Elementos Finitos de problemas de transmisión del calor no lineales. En primer lugar se estudia el caso estacionario y tras ello se describe el esquema de integración temporal de la solución de problemas transitorios no lineales.

7.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) INTRODUCCIÓN
 - 2) ELEMENTOS FINITOS NO-SINGULARES
 - i) ELEMENTO FINITO ISOPARAMÉTRICO CUADRÁTICO - CASO I
 - ii) ELEMENTO FINITO ISOPARAMÉTRICO CUADRÁTICO - CASO 2
 - 3) CÁLCULO DEL FACTOR DE INTENSIDAD DE TENSIONES
 - i) FACTOR DE INTENSIDAD DE TENSIONES EN FUNCIÓN DEL CAMPO DE DESPLAZAMIENTOS
 - ii) FACTOR DE INTENSIDAD DE TENSIONES EN FUNCIÓN DE LA "INTEGRAL-J" DE RICE
 - 4) ESTRATEGIA DE PROPAGACIÓN DE FISURA
-

PLAN DE ESTUDIOS: PARTE B

- Definición de fractura.
- Fractura frágil.
- Tipos de fallas.
- Modos de propagación de fisuras.
- Factor de concentración de tensiones.
- Factor de intensidad de tensiones.
- Significado del factor de intensidad de tensiones.
- Problemas de fractura dúctil.

- Ejercicios: Resolución mediante ordenador de problemas correspondiente a la mecánica de fractura clásica. Los documentos necesarios para el desarrollo de estos ejercicios se encuentran con la documentación entregada para la asignatura.

Sección II

LA MECÁNICA CLÁSICA Y EL PROBLEMA DE FRACTURA

PARTE C: TRATAMIENTO DE DISCONTINUIDADES MEDIANTE LA MECÁNICA DEL MEDIO CONTINUO: Introducción al Comportamiento Constitutivo

Tema 8 BASES DE LA MODELIZACIÓN CONSTITUTIVA

8.1 OBJETIVOS

Este tema tiene por objetivo recordar conceptos de mecánica y termodinámica que son conocimientos necesarios previos a iniciar este curso de fractura de materiales. Se hace una reseña sobre *la cinemática del sólido deformable*, y las definiciones que se consideran importantes recordar. Se hace una descripción de *termodinámica* para puntualizar los aspectos importantes a tener en cuenta en la formulación de los modelos constitutivos que se utilizan en fractura.

8.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) INTRODUCCIÓN
 - 2) Cinemática del Continuo Deformable
 - i) Definiciones básicas de los tensores que describen la cinemática de un punto en el espacio
 - ii) Medidas de la deformación
 - iii) Relación entre variables mecánicas
 - iv) Derivada Objetiva
 - v) Velocidad
 - vi) Medidas de la Tensión
 - 3) Bases Termodinámicas
 - i) Primera Ley de la Termodinámica
 - ii) Segunda Ley de la Termodinámica
 - iii) Disipación mecánica escrita en forma Lagrangiana
 - 4) Ecuación de Equilibrio
-

Tema 9

ELASTICIDAD Y PLASTICIDAD

9.1 OBJETIVOS

Este tema es introductorio al estudio de la modelación constitutiva. Se hace un recordatorio de los conceptos básicos de la teoría de la elasticidad, sus variables mecánicas y se destacan ideas que serán utilizadas en la presentación de la teoría de la plasticidad clásica.

9.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) INTRODUCCIÓN
- 2) COMPORTAMIENTO ELÁSTICO
 - i) CÁLCULO DE LOS INVARIANTES DE UN TENSOR
- 3) ELASTICIDAD NO LINEAL
 - i) INTRODUCCIÓN
 - ii) MODELO HIPERELÁSTICO NO-LINEAL
- 4) PLASTICIDAD EN PEQUEÑAS DEFORMACIONES
 - i) INTRODUCCIÓN
 - ii) CRITERIOS DE DISCONTINUIDAD DE COMPORTAMIENTO O CRITERIO DE FLUENCIA PLÁSTICA
- 5) COMPORTAMIENTO ELASTO-PLÁSTICO
 - i) TEORÍA DE LEVY-MISES
 - ii) TEORÍA DE PRANDTL-REUS
- 6) TEORÍA CLÁSICA DE PLASTICIDAD
 - i) TRABAJO PLÁSTICO UNITARIO O ESPECÍFICO
 - ii) SUPERFICIE DE CARGA PLÁSTICA. VARIABLE DE ENDURECIMIENTO PLÁSTICO
 - iii) RELACIÓN TENSIÓN-DEFORMACIÓN. CONSISTENCIA PLÁSTICA Y RIGIDEZ TANGENTE
- 7) POSTULADO DE ESTABILIDAD DE DRUCKER Y AXIOMA DE LA MÁXIMA DISIPACIÓN PLÁSTICA
- 8) CONDICIÓN DE ESTABILIDAD
 - i) ESTABILIDAD LOCAL
 - ii) ESTABILIDAD GLOBAL
- 9) CONDICIÓN DE UNICIDAD EN LA SOLUCIÓN
- 10) CONDICIÓN DE CARGA-DESCARGA. KUHN-TUCKER
- 11) CRITERIOS CLÁSICOS DE FLUENCIA O DISCONTINUIDAD PLÁSTICA
 - i) CRITERIO DE RANKINE DE LA MÁXIMA TENSIÓN DE TRACCIÓN
 - ii) CRITERIO DE TRESCA DE LA MÁXIMA TENSIÓN DE CORTANTE
 - iii) CRITERIO DE VON-MISES DE TENSIÓN CORTANTE OCTAÉDRICA
 - iv) CRITERIO DE MOHR-COULOMB DE TENSIÓN CORTANTE OCTAÉDRICA
 - v) CRITERIO DE DRUCKER-PRAGER

Tema 10

LA FRACTURA Y LA MECÁNICA CLÁSICA

10.1 OBJETIVOS

En este tema se estudia un concepto alternativo a la mecánica de fractura clásica para estudiar el comportamiento de las discontinuidades a través de la mecánica de sólidos. Se explican las ventajas y también aquellos puntos que aún no permiten cerrar conceptos definitivos.

Se establecen las bases necesarias para comprender y posteriormente formular modelos constitutivos apropiados para representar la influencia de la fractura en una estructura. También se estudian los fundamentos necesarios para vincular el concepto de fractura a la mecánica de medios continuos y posteriormente se estudian las formulaciones que resultan apropiadas para este objetivo.

10.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) INTRODUCCIÓN
- 2) ABLANDAMIENTO POR DEFORMACIÓN COMO PROPIEDAD DEL MATERIAL
- 3) INTRODUCCIÓN AL FENÓMENO DE LOCALIZACIÓN DE DEFORMACIONES Y BIFURCACIÓN
 - i) CONDICIÓN DE LOCALIZACIÓN. TENSOR ACÚSTICO
- 4) OBJETIVIDAD EN LA RESPUESTA. LOCALIZACIÓN DE DEFORMACIONES
 - i) PROBLEMA DE OBJETIVIDAD UNIAXIAL
 - ii) DISIPACIÓN DE ENERGÍA EN TRACCIÓN UNIAXIAL - RELACIÓN CON LA ENERGÍA DE FRACTURA G_f
 - iii) DISIPACIÓN DE ENERGÍA EN COMPRESIÓN UNIAXIAL - RELACIÓN CON LA ENERGÍA DE FRACTURA G_c
 - iv) MEDIDA DE LA ZONA CON COMPORTAMIENTO INELÁSTICO - LONGITUD CARACTERÍSTICA EN UN DOMINIO DISCRETO (M.E.F.)

PLAN DE ESTUDIOS: PARTE C

- Elasticidad (Cauchy): Relaciones isótropas y ortótropas.
- Hipereelasticidad (Green) : Energía primal y complementaria. Elasticidad no lineal.
- Hipoelasticidad: Formulación hipoelástica.
- Plasticidad infinitesimal: Criterio de fluencia, Condición de consistencia, Teoría de Levy Mises, Plandtl Reus, Teoría Clásica. Trabajo plástico unitario o específico, Endurecimiento Isótropo y Cinemático, Consistencia plástica y rigidez tangente.

- Postulados de Drucker y axioma de la máxima disipación plástica, Condición de estabilidad local y global, Condición de Kuhn-Tucker, Estudio de las funciones de fluencia clásicas, Flujo en aristas.
 - Plasticidad con grandes deformaciones: Cinemática del sólido elasto-plástico, Diferentes enfoques del problema.
-

PARTE D: EJEMPLOS DE FORMULACIÓN, ANÁLISIS DE MODELOS CONSTITUTIVOS PARA TRATAR LA FRACTURA: Modelos Constitutivos para Simular el Comportamiento de Geomateriales y Metales.

Tema 11 MODELOS BASADOS EN LA MECÁNICA CLÁSICA

11.1 OBJETIVOS

En este tema se hace una descripción de los grupos de modelos constitutivos más destacados: 1º) Modelos basados en las teorías de elasticidad lineal y no lineal, 2º) Modelos de fisura difusa y 3º) Modelos basados en la teoría de plasticidad y daño.

11.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) INTRODUCCIÓN
 - 2) MODELOS DE FISURAS DISTRIBUIDA
 - i) MODELO DE HILLERBORG
 - ii) MODELO DE ROTS
 - 3) MODELOS DE PLASTICIDAD Y DAÑO
 - i) MODELOS DE PLASTICIDAD CON ABLANDAMIENTO CON O SIN DEGRADACIÓN DE RIGIDEZ
 - ii) MODELOS DE PLASTICIDAD CON ENDURECIMIENTO CON O SIN DEGRADACIÓN DE RIGIDEZ
 - 4) MODELOS DE ZONA INERTE, COMBINADOS CON PLASTICIDAD ENDURECIBLE
-

Tema 12

MODELO DE DAÑO PLÁSTICO

12.1 OBJETIVOS

En este tema se presenta un modelo constitutivo general, muy apropiado para representar el comportamiento de materiales dúctiles y frágiles. Este modelo se formuló inicialmente para materiales frágiles, sin embargo puede utilizarse para representar el comportamiento de materiales dúctiles luego de hacer las particularizaciones en los parámetros que lo definen. Dentro de los materiales frágiles se concentra especial atención en aquellos denominados “Materiales Friccionantes”. Entre los materiales que encajan en esta calificación se citan todos los cerámicos, suelos constituidos por componentes friccionantes como arena entre otros y el Hormigón, sobre el cual se hace mayor énfasis.

12.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) INTRODUCCIÓN
- 2) BASES DEL MODELO DE "DAÑO-PLÁSTICO"
 - i) HIPÓTESIS SOBRE EL COMPORTAMIENTO DEL MATERIAL A REPRESENTAR
 - ii) LAS CARACTERÍSTICAS DEL MODELO DE DAÑO PLÁSTICO
- 3) VARIABLES FUNDAMENTALES DEL MODELO DE "DAÑO-PLÁSTICO"
 - i) DEFINICIÓN DE LA VARIABLE DE DAÑO PLÁSTICO
 - ii) DEFINICIÓN DE LA LEY DE EVOLUCIÓN DE LA COHESIÓN $C - \gamma^p$
 - iii) DEFINICIÓN DE LA VARIABLE T , ÁNGULO DE ROZAMIENTO INTERNO
 - iv) DEFINICIÓN DE LA VARIABLE V , ÁNGULO DILATANCIA
- 4) GENERALIZACIÓN DEL MODELO DE DAÑO PLÁSTICO CON DEGRADACIÓN DE RIGIDEZ
 - i) INTRODUCCIÓN
 - ii) ECUACIÓN CONSTITUTIVA ELASTO-PLÁSTICA CON DEGRADACIÓN DE RIGIDEZ
 - iii) ECUACIÓN CONSTITUTIVA TANGENTE PARA PROCESOS CON DEGRADACIÓN DE RIGIDEZ
 - iv) FUNCIONES DE FLUENCIA PARTICULARES

Tema 13

MODELO DE “DAÑO ISÓTROPO”

13.1 OBJETIVOS

En este tema se estudia un modelo de daño con una variable interna escalar que permite caracterizar el daño local. Este modelo, tiene una gran potencialidad y puede utilizarse para representar el comportamiento no lineal de materiales metálicos y geomateriales. Este tipo de modelo permite simular el comportamiento de materiales en los que ocurre una degradación en la rigidez del material una vez superada el umbral de daño del material.

13.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) INTRODUCCIÓN
 - 2) MODELO DE DAÑO ISÓTROPO
 - 3) ENERGÍA LIBRE DE HELMHOLTZ Y ECUACIÓN CONSTITUTIVA
 - 4) CRITERIO UMBRAL DE DAÑO
 - 5) LEY DE EVOLUCIÓN DE LA VARIABLE INTERNA DE DAÑO
 - 6) TENSOR CONSTITUTIVO DE DAÑO TANGENTE
 - 7) PARTICULARIZACIÓN DEL CRITERIO DE DAÑO
 - i) ABLANDAMIENTO EXPONENCIAL
 - ii) ABLANDAMIENTO LINEAL
 - 8) PARTICULARIZACIÓN DE LA FUNCIÓN UMBRAL DE TENSIÓN
 - i) MODELO DE SIMO Y JU
 - ii) MODELO DE LEMAITRE Y MAZARS
 - iii) MODELO PARA DISTINTAS SUPERFICIES DE DAÑO
-

Tema 14

FATIGA: UN NUEVO ENFOQUE

14.1 OBJETIVOS

En este tema se estudia a la fatiga como un fenómeno que no está asociado al concepto de plasticidad y/o daño, sino que la rotura se produce bajo cargas que están aún en el período elástico del comportamiento del material.

14.2 TEMAS ESTUDIADOS

- 1) INTRODUCCIÓN
- 2) BREVE REVISIÓN DEL TRATAMIENTO TRADICIONAL DE LA FATIGA
- 3) ESTUDIO DE LA FATIGA MEDIANTE LA MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS
 - i) INTRODUCCIÓN
 - ii) MODELO ELASTO-PLÁSTICO CON DAÑO
 - iii) FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE FATIGA ISOTÉRMICA. FUNCIÓN UMBRAL Y RESISTENCIA
 - iv) CURVAS DE WÖHNER
 - v) PARTICULARIZACIÓN DE LA FUNCIÓN DE REDUCCIÓN $f_{red}(N,R)$ PARA UN ACERO A517
 - vi) EJEMPLOS DE EVOLUCIÓN DE LA RESISTENCIA EN FUNCIÓN DEL NÚMERO DE CICLOS

PLAN DE ESTUDIOS: PARTE D

- Clasificación general.
 - Modelos basados en la mecánica de fractura lineal - Modelo de densidad de energía.
 - Modelo de fisura discreta.
 - Modelos de fisura distribuida.
 - Modelos basados en la teoría de la plasticidad.
 - Presentación sintética del modelo de daño plástico.
 - Modelo para simular la fractura dúctil.

 - Ejercicios: Resolución mediante ordenador de problemas correspondiente a la fractura mediante la mecánica de medios continuos. Los documentos necesarios para el desarrollo de estos ejercicios se encuentran con la documentación entregada para la asignatura.
-

REFERENCIAS UTILIZADAS:

- S. Oller (2001). Fractura Mecánica – CIMNE, Ediciones UPC. Barcelona. (Libro de la Asignatura).
- D. Owen and A. Fawkes (1983). Engineering Fracture Mechanics: Numerical Methods and Application. - Pineridge Press - Swansea U.K..
- A. Carpintieri and A. Ingrassia (1984). Fracture Mechanics of Concrete: Material Characterization and Testing - Martinus Nijhoff Publishers - The Hague.
- E. Rots, P. Nauta, G. Kusters and E. Blaauwendraad (1985). Smeared Crack Approach and Fracture Localization Concrete. Heron.
- Lawrence Broutman (1974). Fracture and Fatigue Vol. 5 - Academic Press.
- W. F. Chen (1982). Plasticity in Reinforced Concrete - Mc Graw Hill.
- A. Jayatilaka (1979). Fracture Engineering Brittle Materials. Applied Science Publishers. London.
- S. Oller (1991). Modelización Numérica de Materiales Friccionales. CIMNE Barcelona.
- S. Oller (1989). Nuevos Materiales Estructurales - Cerámicos en Ingeniería. – CIMNE. Barcelona.
- L. Malvern (1969). Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium. – Prentice Hall.
- Zienkiewicz O. C., Taylor R. L. (1994) – El Método de Elementos Finitos – Vol. 1 y 2 – McGraw Hill-Cimne.

MASTER EN MÉTODOS NUMÉRICOS PARA CÁLCULO Y DISEÑO EN INGENIERÍA

GUÍA DE LA ASIGNATURA TÉCNICAS DE OPTIMIZACIÓN

Profesores

**Jesús Carrera
Agustín Medina**

TEMARIO DE LA ASIGNATURA

Tema 1: INTRODUCCIÓN

Tema 2: ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Tema 3: MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN SIN RESTRICCIONES

Tema 4: MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN CON RESTRICCIONES

**Tema 5: PROBLEMAS DE MINIMIZACIÓN CON VARIABLES DISCRETAS
(Programación Entera)**

Tema 6: APLICACIONES

El conjunto de temas de la asignatura, equivale a una docencia de 2,5 créditos (25 horas) y se espera que el alumno dedique un esfuerzo adicional importante de estudio, debido a la complejidad de los temas.

Tema 1. INTRODUCCIÓN, DEFINICIONES BÁSICAS

Objetivos

En este tema se presenta la forma en que surgen muchos de los problemas de optimización en ingeniería. En primer lugar se encuadran los problemas en tres grandes grupos: de control, de diseño y de estimación de parámetros. También se hace una primera clasificación de los métodos de optimización dependiendo del grado de derivación que se haga de la función a minimizar, y se estudian las distintas formas que existen para el cálculo de derivadas de las funciones. El tema se complementa con la deducción de los de los problemas más importantes de optimización en ingeniería.

Así mismo, se estudian las definiciones básicas en optimización, mínimos locales, mínimos globales, con restricciones, sin restricciones, etc., y se plantean las condiciones de mínimo, tanto para el caso con restricciones como sin restricciones.

Temas estudiados

- 1) Tipología de problemas
- 2) Definiciones en optimización
- 3) Alcance de los problemas de optimización

Bibliografía Utilizada

- [4] Libro de la asignatura: Carrera, Jesús; Medina, Antonio. Técnicas de Optimización. CIMNE.
- [5] Fletcher, R. (1987) Practical methods of optimization. John Wiley & Sons, Chichester (UK).
- [6] Gill, P., Murray, W. Y Bright, M. (1981) Practical optimization. Academic Press, Londres.

Plan de estudios

- Planteamiento de problemas importantes de optimización en ingeniería.
- Deducción de las ecuaciones de sensibilidad en problemas de ingeniería.

Tema 2. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD, SOLUCIONES ANALÍTICAS

Objetivos

Muchos de los algoritmos de optimización precisan conocer las derivadas de primer orden y/o de segundo orden de la función objetivo. En este tema se estudian los tres grupos de métodos que existen para su cálculo, como son el cálculo mediante derivación directa de las ecuaciones, el cálculo mediante el estado adjunto, y el cálculo mediante aproximación por diferencias finitas. Finalmente, una vez planteadas las condiciones estudiadas en el tema 1, se resuelven problemas de forma analítica.

Temas estudiados

- 1) Introducción
- 2) Método de Derivación directa
- 3) Método del Estado adjunto
- 4) Método de Diferencias finitas

Bibliografía Utilizada

- [1] Libro de la asignatura: Carrera, Jesús; Medina, Antonio. Técnicas de Optimización. CIMNE
- [2] Fletcher, R. (1987) Practical methods of optimization. John Wiley & Sons, Chichester (UK).
- [3] Gill, P., Murray, W. Y Bright, M. (1981) Practical optimization. Academic Press, Londres.

Plan de estudio s

- Cálculo de mínimos de funciones mediante las técnicas analíticas.
- Comparación de los tres grupos de métodos aplicados a varias funciones.
- Discusión de las diferencias entre la aplicación de los tres grupos de métodos.

Tema 3. Métodos de Optimización Sin restricciones

Objetivos

El objetivo de este tema es el de estudiar las técnicas más habituales de minimización no restringida. Se comienza definiendo la estructura de un algoritmo general. Seguidamente se estudian los criterios de convergencia más usuales y los métodos de minimización unidimensional más empleados. Por último, se estudian los métodos de minimización no restringida más utilizados: Newton, Cuasi-Newton, gradientes conjugados, máximo descenso, Gauss-Newton y Levenberg-Marquardt.

Temas estudiados

- 1) Condiciones de mínimo
- 2) Algoritmo genérico
- 3) Minimización unidimensional
- 4) Tipos de algoritmos
- 5) El Método de Newton
- 6) Métodos de cuasi-Newton
- 7) Métodos de gradientes conjugados
- 8) Simulated annealing
- 9) Algoritmos genéticos
- 10) El método de Levenberg-Marquardt
 - i) Actualización del parámetro de Marquardt
- 11) El método de Gauss-Newton
- 12) Criterios de convergencia

Bibliografía Utilizada

- [1] Libro de la asignatura: Carrera, Jesús; Medina, Antonio. Técnicas de Optimización. CIMNE
- [2] Fletcher, R. (1987) Practical methods of optimization. John Wiley & Sons, Chichester (UK).
- [3] Gill, P., Murray, W. Y Bright, M. (1981) Practical optimization. Academic Press, Londres.
- [4] Himmelblau, D. M. (1972) Non linear programming. Mc-Graw-Hill, New York.

Plan de estudios

- Programación de los métodos de minimización.
- Comparación de los métodos aplicados a varias funciones.
- Discusión de las diferencias entre la aplicación de unos métodos y otros.

Tema 4. Métodos de Optimización Con restricciones

Objetivos

En este tema se incluyen las técnicas numéricas más utilizadas en la minimización de problemas con restricciones. Se comienza estudiando los problemas de programación lineal y cuadrática. Seguidamente se aborda el problema de que las restricciones no sean lineales, o de que siéndolo, la función a minimizar no sea cuadrática. Se ven dos grupos de métodos distintos, los primeros, que mediante aproximaciones lineales o cuadráticas de las funciones reducen el problema a uno de programación lineal o cuadrática y los segundos, que mediante funciones auxiliares (de barrera o de penalización) reducen el problema a uno sin restricciones.

Temas estudiados

- 1) Minimización con restricciones de igualdad
 - i) *Condición de Mínimo. Multiplicadores de Lagrange.*
 - ii) *Métodos de solución del problema*
- 2) Minimización con restricciones generales
 - i) *Condiciones de Kuhn -Tucker*
 - ii) *Dualidad*
- 3) Métodos de solución del problema
- 4) Programación lineal
 - i) *Formulación del problema*
 - ii) *Solución del Problema: Método Simplex*
 - iii) *Dualidad*

Bibliografía Utilizada

- [1] Libro de la asignatura: Carrera, Jesús; Medina, Antonio. Técnicas de Optimización. CIMNE
- [2] Fletcher, R. (1987) Practical methods of optimization. John Wiley & Sons, Chichester (UK).
- [3] Gill, P., Murray, W. Y Bright, M. (1981) Practical optimization. Academic Press, Londres.
- [4] Himmelblau, D. M. (1972) Non linear programming. Mc-Graw-Hill, New York.
- [5] Bertsekas, D. P. (1987) Constrained optimization and Lagrange multiplier methods. Academic Press, New York.

Plan de estudios

- Planteamiento y desarrollo de problemas de optimización derivados de la ingeniería.
- Solución de estos problemas mediante las técnicas explicadas.

Tema 5. OPTIMIZACIÓN DISCRETA (Programación Entera)

Objetivos

Bajo este apartado, se estudian los casos de funciones discretas (definidas en puntos discretos del espacio n -dimensional). Se estudian a fondo los métodos de simulated annealing (recocido simulado) y los métodos de algoritmos genéticos. .

Temas estudiados

- 1) Simulated annealing
- 2) Algoritmos genéticos

Bibliografía Utilizada

- [1] Goldberg, D. E. (1988) Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. Addison-Wesley, Reading, Massachussets.
- [2] Aarts, E. H.L. (1989) Simulated annealing and boltzmann machines a stochastic approach to combinatorial optimization and neuronal computing. John Wiley & Sons, Chichester.

Plan de estudios

- Planteamiento de problemas de minimización.
- Análisis de la aplicabilidad de los métodos de este tema a funciones continuas.

Tema 6. APLICACIONES

Objetivos

En este tema se presentan diversas aplicaciones de la optimización a distintos campos de la ingeniería. Se incluyen aplicaciones a los tres tipos de problemas de optimización introducidos en el tema de introducción: control, diseño y estimación de parámetros.

Bibliografía Utilizada

- [1] Fox, R. L. (1971) Optimization methods for engineering design. Addison-Wesley, Reading (Massachusetts)
- [2] Hemp, W. S. (1973) Optimum structures. Clarendon Press, Oxford (UK).
- [3] Bard, Y. (1974) Nonlinear parameter estimation, Academic Press, New York.
- [4] Beck, J. V. Y Arnold, K. J. (1977) Parameter estimation in engineering science. John Wiley, New York.

Plan de estudios

- Definir y resolver problemas de optimización derivados de las ramas de la ingeniería.

MASTER EN MÉTODOS NUMÉRICOS PARA CÁLCULO Y DISEÑO EN INGENIERÍA

GUÍA DE LA ASIGNATURA INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO PARALELO

Profesor

José María Cela

TEAMARIO DE LA ASIGNATURA

INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO PARALELO

Presentación y objetivos de la asignatura

Tema 1:

ESTRUCTURAS DE DATOS PARA MATRICES DISPERSAS

Tema 2:

MÉTODOS DIRECTOS

Tema 3:

MÉTODOS ITERATIVOS

Tema 4:

PARALELIZACIÓN MEDIANTE PASO DE MENSAJES

Tema 5:

PARALELIZACIÓN DE MÉTODOS ITERATIVOS

INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO PARALELO

PRESENTACIÓN Y OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA

El curso de esta asignatura, se centra en el estudio de algoritmos paralelos para la resolución de sistemas de ecuaciones. Se centra exclusivamente en el modelo de programación paralela de paso de mensajes. La característica común de los sistemas lineales objeto del interés de la asignatura, es su enorme tamaño, y el hecho de que la matriz de coeficientes sea dispersa. Este tipo de sistemas lineales aparecen principalmente en dos grandes grupos de aplicaciones industriales, la resolución de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales y la resolución de cadenas de Markov.

Este tipo de problemas han sido ampliamente analizados en el pasado para arquitecturas de memoria compartida, donde el paralelismo que se suele explotar es de grano fino. Sin embargo, el interés en explotar el paralelismo de grano grueso, junto con la aparición de librerías que garantizan la portabilidad de los programas basados en paso de mensajes, ha hecho posible que en los últimos años se hayan comenzado a desarrollar aplicaciones industriales sobre multicomputadores de memoria distribuida. Las técnicas de descomposición en dominios son una forma de distribución de datos que nos permiten la explotación del paralelismo de grano grueso, pero veremos que esta distribución de datos también permite dar nuevos enfoques numéricos al problema.

En este curso se intenta cubrir todos los aspectos algorítmicos que influyen en el rendimiento de las aplicaciones. Por ello se analizan los formatos para matrices dispersas y el estilo de programación que dichos formatos fuerzan. Seguidamente se estudia como se pueden paralelizar los algoritmos secuenciales anteriormente descritos. Por último se ve que la formulación paralela del problema también genera nuevos enfoques numéricos.

El alumno debe tener presente que para lograr aplicaciones más veloces hay 2 reglas de fundamentales:

- El primer paso de toda paralelización es obtener un algoritmo secuencial realmente óptimo. Si el algoritmo secuencial no es óptimo, al paralelizarlo se multiplican sus defectos hasta el infinito.
- Las grandes ganancias (varios ordenes de magnitud) en tiempo siempre se deben a cambios algorítmicos, que reducen la complejidad del problema. El paralelismo suele reducir en el mejor caso un orden de magnitud los tiempos de ejecución. Por lo tanto antes de paralelizar se deben escoger cuidadosamente los algoritmos.

El alumno de este curso debe tener conocimientos importantes de programación en FORTRAN 90 o en C (programación estructurada, memoria dinámica, algoritmos básicos de búsqueda, ordenación, etc.), conocer los rudimentos del funcionamiento de un ordenador (jerarquía de memoria, ejecución segmentada, multiplexación de procesos en un sistema operativo), y de un entorno de desarrollo de software (pre-procesador, compilador, linkador,

makefile). El alumno debe estudiar el manual de PVM para poder completar/entender los ejemplos y desarrollar los problemas. En el texto y en la bibliografía se dan referencias a páginas Web donde obtener software y publicaciones relacionadas con este curso.

El conjunto de temas de la asignatura, equivale a una docencia de 2,5 créditos (25 horas) y se espera que el alumno dedique un esfuerzo adicional importante de estudio, debido a la complejidad de los temas.

TEMA 1. ESTRUCTURAS DE DATOS PARA MATRICES DISPERSAS

OBJETIVOS

- Saber manejar los formatos CSR/CSC y MSR/MSC
- Ver las limitaciones intrínsecas de los programas que usan matrices dispersas.
- Asimilar el concepto de grafo asociado a una matriz dispersa y su representación en un computador.

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción
- 2) Formato Comprimido por Filas (CSR)
- 3) Formato Comprimido por Filas Modificado (MSR)
- 4) Rendimiento de un programa que use matrices dispersas
- 5) Matrices dispersas y grafos
- 6) Ejemplos y Ejercicios

PROBLEMAS A DESARROLLAR POR EL ALUMNO

- 1) Desarrollo de una subrutina que calcula $C = A + B$ donde A, B y C son matrices almacenadas en CSR. Utilización de Memoria Dinámica
- 2) Desarrollo de una subrutina que genera $B = A^T$ donde A y B son matrices almacenadas en CSR. Utilización de Memoria Dinámica
- 3) Desarrollo de una subrutina que calcula $C = A * B$ donde A está en formato CSR, y B, C están en formato CSC. Utilización de memoria dinámica

BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA

- | | |
|--|-----------|
| ① Solution of Large Sparse Positive Definite Systems | A. George |
| ② SPARSEKIT Users Manual | Y. Saad |

PLAN DE ESTUDIOS

Conceptos teórico-prácticos

- ① Capítulo 1
Ejemplos y Problemas
- ② Capítulo 1

TEMA 2. MÉTODOS DIRECTOS

OBJETIVOS

- Conocer las diferentes formas de factorización
- Comprender las diferencias de rendimiento entre las formas ijk
- Ser capaz de desarrollar los algoritmos de factorización para matrices dispersas.
- Ver la problemática del llenado
- Conocer la idea de factorización simbólica

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción
- 2) Algoritmos de la factorización
- 3) Algoritmos de la factorización LDL^t
- 4) Algoritmos de la factorización de Cholesky
- 5) Algoritmos para matrices dispersas
- 6) Ejemplos y Ejercicios

PROBLEMAS A DESARROLLAR POR EL ALUMNO

- 1) Desarrollo de la factorización de Cholesky con la matriz A en CSC y la matriz L en CSC.
- 2) Desarrollo de la factorización $LDLT$ con la matriz A en CSC y la matriz LD en CSC.
- 3) Desarrollo de la factorización LU con la matriz A en CSC y las matrices LU en MSC.

BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA

- | | |
|--|------------|
| ① Solution of Large Sparse Positive Definite Systems | A. George |
| ② METIS | G. Karypis |

PLAN DE ESTUDIOS

Conceptos teórico-prácticos

- ① Capítulo 2
Ejemplos y Problemas
- ② Capítulo 2

TEMA 3. MÉTODOS ITERATIVOS

OBJETIVOS

- Entender la metodología de los métodos de proyección
- Estudiar la idea de preconditionador
- Conocer los algoritmos de las factorizaciones incompletas

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción
- 2) Metodología general de los métodos de proyección
 - i) Método de Arnoldi
- 3) Métodos de Proyección
 - i) Método de Ortogonalización Completa (FOM)
 - ii) Método Generalizado del Residuo Mínimo (GMRES)
 - iii) Método del Gradiente Conjugado (CG)
 - iv) Método del Gradiente Biconjugado (BiCG)
 - v) Método del Gradiente Conjugado al Cuadrado (CGS)
 - vi) Método del Gradiente Biconjugado Estabilizado (BiCGstab)
- 4) Precondicionadores
 - i) Factorizaciones incompletas
- 5) Ejemplos y Ejercicios

PROBLEMAS A DESARROLLAR POR EL ALUMNO

- 1) Desarrollo de una subrutina que calcula la factorización incompleta ILU_t para una matriz almacenada en CSC.
- 2) Programación del método del gradiente conjugado con preconditionador ILU_t para matrices en formato CSR.

BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA

- | | |
|--|---------|
| ① ILU _t : A dual threshold incomplete | Y. Saad |
| ② GMRES: A generalizad minimal | Y. Saad |

PLAN DE ESTUDIOS

Conceptos teórico-prácticos

- ① Capítulo 3

Ejemplos y Problemas

- ② Capitulo 3

TEMA 4. PARALELIZACIÓN MEDIANTE PASO DE MENSAJES

OBJETIVOS

- Conocer la metodología general de esta programación.
- Conocer en detalle el funcionamiento de PVM
- Estudiar problemas de programa paralelo

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción
- 2) Modelo de paso de mensajes
- 3) Ejemplo de un programa paralelo
- 4) Enfoques numéricos de una descomposición en dominios
- 5) Distribución de datos en las simulaciones numéricas
- 6) Ejemplos y Ejercicios

PROBLEMAS A DESARROLLAR POR EL ALUMNO

- 1) Desarrollar un programa en paralelo con PVM que multiplica una matriz densa almacenada en columnas por un Vector. Este programa debe leer desde un fichero de entrada a la matriz y al vector multiplicador. El programa, debe realizar la multiplicación y finalmente escribir en otro fichero el vector resultante.
- 2) Desarrollar el programa anterior introduciendo memoria dinámica, de forma que cada proceso sólo pida la memoria que realmente necesita
- 3) Desarrollo de un programa paralelo con PVM que calcule el producto de matrices dispersas. El programa debe calcular $C = A \times B$ donde:
C = Matriz almacenada en formato CSC
A = Matriz almacenada en formato CSR
B = Matriz almacenada en formato CSC
Inicialmente las matrices A y B están en un fichero. El programa debe leer las matrices A y B, distribuirlas adecuadamente entre los procesos paralelos, realizar el cálculo, y finalmente recoger toda la matriz C en el proceso master y escribirla en un fichero.

BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA

- | | |
|--|------------|
| ① Design and Building parallel programs | I. Dossier |
| ② Parallel Virtual Machine PVM User Manual | Y. Saad |

PLANE ESTUDIOS

Conceptos teórico-prácticos

① Capítulo 4

Ejemplos y Problemas

② Capitulo 4

TEMA 5. PARALELIZACIÓN DE MÉTODOS ITERATIVOS

OBJETIVOS

- Entender las estructuras de datos relacionadas con una descomposición en dominios
- Entender los patrones de comunicaciones que aparecen
- Entender la formulación del complemento de Schur

TEMAS ESTUDIADOS

- 1) Introducción
- 2) Distribución de datos en una descomposición en dominios
- 3) Enfoques numéricos de una descomposición en dominios
 - i) Operaciones tipo AXPY
 - ii) Productos escalares
 - iii) Producto matriz por vector
 - iv) Sistemas triangulares
- 4) Reducción de los cuellos de botella
- 5) Estructuras para las comunicaciones en una descomposición en dominios
- 6) Formatos para matrices descompuestas en dominios
- 7) Precondicionadores paralelos
- 8) Paralelización de las Factorizaciones Incompletas
- 9) Precondicionadores para la matriz de complemento de Schur
 - v) Antecedentes
 - vi) Precondicionador BD (Block Diagonal)
 - (a) Aplicabilidad del precondicionador BD
 - (b) Sensibilidad respecto a los parámetros de discretización
 - (c) Sensibilidad respecto a la numeración de la frontera
- 10) Ejemplos y Ejercicios

BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA

- | | |
|--|-------------|
| ① Complexity of parallel implementations | W. Gropp |
| ② Iterative Solution Methods | O. Axelsson |

PLANE ESTUDIOS

Conceptos teórico-prácticos

- ① Capítulo 5

MASTER EN MÉTODOS NUMÉRICOS PARA CÁLCULO Y DISEÑO EN INGENIERÍA

GUÍA DE LA ASIGNATURA INGENIERÍA MARÍTIMA

Profesores

**A. Sánchez Arcilla
Manuel Espino**

TEMARIO DE LA ASIGNATURA

INGENIERÍA MARÍTIMA

Presentación y objetivos de la asignatura

Tema 1:

MODELOS DE PROPAGACIÓN DE OLEAJE

Tema 2:

MODELOS DE CORRIENTES

Tema 3:

MODELOS DE EVOLUCIÓN COSTERA

Tema 4:

MODELOS DE TRANSPORTE DE CONTAMINANTES

INGENIERÍA MARÍTIMA

Presentación Y Objetivos de la Asignatura

Se presenta a continuación la asignatura Ingeniería Marítima correspondiente a la segunda fase del Master de Métodos Numéricos en Ingeniería.

El objetivo de esta asignatura es presentar al alumnado las técnicas de simulación numérica empleadas para resolver los principales problemas que surgen en la Ingeniería Marítima y los problemas asociados a la simulación numérica de los fenómenos que habitualmente ocurren en el mar y son de interés para el ingeniero civil y eventualmente naval. Para ello es necesario hacer un repaso de los **principales fenómenos** que habitualmente ocurren en el mar y son de interés para el ingeniero. Se comienza entonces, con una presentación de los conceptos fundamentales de mecánica de fluidos aplicados al mar y posteriormente se hace un estudio de las **técnicas utilizadas** en mecánica de fluidos computacional tal y como se emplea habitualmente en el mar, y cómo se utilizan estos conocimientos para resolver prácticamente una serie de casos con interés ingenieril.

Los dos primeros temas resuelven el movimiento del agua a dos escalas bien diferenciadas y con dos mecanismos generadores bien diferentes, a saber **olas** y **corrientes**. Una vez repasado el concepto de transporte en el mar, se abordan los dos temas siguientes, los cuales utilizan los resultados de este movimiento del agua para dos aplicaciones con claro interés ingenieril: **el transporte de contaminantes** y **el transporte de sedimentos y evolución costera**.

En cada tema se estudia: 1) Objetivos; 2) Conceptos Básicos; 3) Ecuaciones Continuas y Discretas para un caso simple; 4) Modelo Numérico en diferencias y elementos finitos para simular numéricamente lo que ocurre en la Naturaleza; y 5) Conclusiones respecto a la aplicabilidad de los resultados obtenidos.

Como material complementario, se han añadido una serie de documentos de apoyo a la documentación ya suministrada al alumno. Se trata de una serie de artículos de diversa naturaleza (Publicaciones, Congresos, etc.) que pretenden servir en un caso para profundizar en ciertos temas o bien para dar otro punto de vista, más general y clarificador.

Planteamiento y evaluación

En cada tema se presentan los **conceptos fundamentales** de Ingeniería Marítima que nos permiten comprender los futuros problemas que se plantean cotidianamente. Las ecuaciones descritas en cada tema nos servirán para formular posteriormente la modelización, en diferencias o elementos finitos, de los procesos que tienen lugar en la Naturaleza. Si bien existe una fuerte carga conceptual (tanto en ecuaciones como en formulaciones) lo importante

es comprender en su conjunto el trinomio “realidad física-formulación matemática-modelado numérico”.

Así, siguiendo esta premisa la evaluación de la asignatura se realiza mediante evaluaciones de cada tema.

El conjunto de temas de la asignatura, equivale a una docencia de 2,5 créditos (25 horas) y se espera que el alumno dedique un esfuerzo adicional importante de estudio, debido a la complejidad de los temas.

CAPÍTULO I. MODELOS DE PROPAGACIÓN DE OLEAJE

- I.1. Movimiento Ondulatorio en el Mar
- I.2. Olas Regulares e Irregulares
- I.3. Distintos Modelos de Propagación
- I.4. Modelo Energético de Propagación

OBJETIVOS:

Presentar los conceptos de movimiento ondulatorio aplicados a la descripción de oleaje. Describir las principales propiedades y características de interés ingenieril de olas tanto regulares como irregulares. Presentar los modelos de propagación de oleaje basados en el principio de conservación de la energía. Presentar los modelos de propagación de oleaje basados en los principios de conservación de la masa y la cantidad de movimiento. Desarrollar un modelo energético de propagación de oleaje presentando las ecuaciones continuas, discretas y el correspondiente modelo numérico, ilustrado con su aplicación práctica a diversos puertos y costas de la franja costera mediterránea.

BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA:

- Libro de la Asignatura: Ingeniería Marítima, Espino Manuel y Sánchez Arcilla A, CIMNE.
- *Water wave mechanics for Engineers and Scientists*, Prentice Hall, 1984, R.G. Dean and R.A. Dalrymple.
- *Surf-zone Hydrodynamics*, Pineridge Press, 1991. Sánchez-Arcilla, A. and Lemos, M.
- *Water wave propagation over and even bottoms*. World Scientific, 1998. Martin Dingemans.

<i>Documento Complementario</i>	<i>Título</i>	<i>Autor(es)</i>
Teoría Oleaje	Teoría Oleaje	Cesar Möso

PLAN DE ESTUDIOS
<i>Movimiento Ondulatorio en el Mar</i>
<i>Olas Regulares e Irregulares</i>
<i>Distintos Modelos de Propagación</i>
<i>Modelo Energético de Propagación</i>

CAPÍTULO II. MODELOS DE CORRIENTES

- II.1. Corrientes inducidas por el viento
- II.2. Ecuaciones de aguas someras
- II.3. Modelado quasi-3D estacionario de corrientes
- II.4. Modelo armónico de marea

OBJETIVOS:

Presentación del concepto de corriente marina, de la fricción del viento sobre las aguas superficiales y de la teoría de Ekman. Presentación de las ecuaciones de aguas someras promediadas a las escalas de la turbulencia y del oleaje. Integración vertical. Desarrollo de un modelo quasi-3D de las ecuaciones de aguas someras estacionarias. Presentación del concepto de marea y de corriente de marea. Descomposición armónica de la marea. Desarrollo de un modelo de corriente de marea.

BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA:

- Libro de la Asignatura: Ingeniería Marítima, Espino Manuel y Sánchez Arcilla A, CIMNE.
- *Ocean Circulation*, Pergamon Press, 1995, The Open University Course team.
- *The Finite Element Method*, McGraw Hill, 1991, O.C. Zienkiewicz and R. L. Taylor
- *Mathematical models in Coastal Engineering*, Pentech Press Limited, 1988, Koutitas, Christopher G.

<i>Documentos Complementarios</i>	<i>Título</i>	<i>Autor(es)</i>
Corrientes y circulación oceánica	Ondas Largas y Corrientes Oceánicas.	Cesar Mösso
Modelo de Corrientes	“Simulación Numérica mediante elementos finitos de la circulación marina inducida por el viento en la plataforma continental del Delta del Ebro”. 1999, Métodos Numéricos en Ingeniería, SEMNI.	A. Maidana et al.
Modelo de Mareas	“FEM Analysis of tidal propagation on the NW Mediterranean Continental Margin”. ECCOMAS 2000	M. Espino et al.

<i>PLAN DE ESTUDIOS</i>
<i>Corrientes inducidas por el viento</i>
<i>Ecuaciones de aguas someras</i>
<i>Modelado quasi-3D estacionario de corrientes</i>
<i>Modelo armónico de marea</i>

CAPÍTULO III. MODELOS DE EVOLUCIÓN COSTERA

- III.1. Transporte de sedimentos
- III.2. Morfodinámica Costera
- III.3. Modelos de Evolución costera de una línea
- III.4. Modelos de Evolución costera 2DH

OBJETIVOS:

Transporte de sedimentos a distintas escalas de tiempo y espacio. Morfodinámica costera en planta y perfil. Modelos de una línea, Ecuaciones, desarrollo y aplicaciones. Modelos 2DH, ecuaciones, desarrollo y aplicaciones.

BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA:

- Libro de la Asignatura: Ingeniería Marítima, Espino Manuel y Sánchez Arcilla A, CIMNE.
- *Nearshore Dynamics and Coastal Processes*, Univ. Tokyo Press, 1987, Horikawa, K.
- *Ingeniería de Playas: Conceptos de Morfología Costera*, Ingeniería del Agua, 1994, Sánchez-Arcilla, A. y Jiménez, J.
- *Evolución en planta/perfil en una playa. Métodos predictivos*, Ingeniería del Agua, 1995, Sánchez-Arcilla, A. y Jiménez, J.

<i>Documentos Complementarios</i>	<i>Título</i>	<i>Autor(es)</i>
Morfodinámica Costera (1)	“Ingeniería de Playas (1): Conceptos de morfología costera”. Ingeniería del Agua. Vol. 1. Num. 2, 1994, pp. 97-114.	A. Sánchez-Arcilla y José Jiménez
Morfodinámica Costera (2)	“Evolución en planta/perfil de una playa. Métodos predictivos”. Ingeniería del Agua. Vol. 2. Num. Extraordinario, abr. 1995, pp. 119-132.	A. Sánchez-Arcilla y José Jiménez

<i>PLAN DE ESTUDIOS</i>
<i>Transporte de sedimentos</i>
<i>Morfodinámica Costera</i>
<i>Modelos de Evolución costera de una línea</i>
<i>Modelos de Evolución costera 2DH</i>

CAPÍTULO IV. MODELOS DE TRANSPORTE DE CONTAMINANTES

- V.1. Dispersión de contaminantes
- V.2. Modelo de las ecuaciones de convección-difusión-reacción
- V.3. Ejemplos prácticos

OBJETIVOS:

Dispersión de contaminantes en el mar. Contaminación bacteriológica, emisarios submarinos, vertidos de petróleo. Desarrollo de un modelo de las ecuaciones de convección-difusión-reacción. Problemas prácticos.

BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA:

- Libro de la Asignatura: Ingeniería Marítima, Espino Manuel y Sánchez Arcilla A, CIMNE.
- *Surface water-quality modelling*, McGraw-Hill, 1997. Steven C. Chapra.
- *Diffusion of contaminants in the Ocean*, Kluiver Academic Publishers, 1990. R.V. Ozmidov.
- *The Finite Element Method*, McGraw Hill, 1991, O.C. Zienkiewicz and R. L. Taylor.

<i>Documentos Complementarios</i>	<i>Título</i>	<i>Autor(es)</i>
Calidad de Aguas	Calidad de Aguas.	César Mösso.
Modelo de dispersión	“Un método explícito basado en las características para el estudio de la dispersión de contaminantes en medio marino mediante elementos finitos”. SEMNI 1999.	M. Espino et al.
Problemas prácticos	“Una herramienta numérica para la predicción de la contaminación marina por vertido de hidrocarburos. Aplicación en el puerto de Bilbao”. VI Jornadas de Puertos y Costas, Mallorca, 2001	E. Comerma et al.

<i>PLAN DE ESTUDIOS</i>
<i>Dispersión de contaminantes</i>
<i>Modelo de las ecuaciones de convección - difusión -reacción</i>
<i>Problemas prácticos</i>

MASTER EN MÉTODOS NUMÉRICOS PARA CÁLCULO Y DISEÑO EN INGENIERÍA

GUÍA DE LA ASIGNATURA ELECTROMAGNETISMO

Profesores

**Eugenio Oñate Ibáñez de Navarra
Juan Miquel Canet
Javier Mora**

TEMARIO DE LA ASIGNATURA

- 1.- **Introducción**
- 2.- **Estado del Arte. Precedentes y contexto**
- 3.- **Métodos Numéricos en Ingeniería**
- 4.- **El PreProceso**
- 5.- **El Motor de Cálculo**
- 6.- **Implementación de un Programa de Cálculo Magnetostático**
- 7.- **El PostProceso**
- 8.- **Un Ejemplo Detallado**
- 9.- **Una Aplicación Interesante: la Superconductividad**
- 10.- **Referencias Utilizadas**

Electromagnetismo

PRESENTACIÓN Y OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA

La asignatura Electromagnetismo es una de las asignaturas que se imparten en la segunda parte del Máster de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería. El objetivo de la asignatura es estudiar las bases sobre el método de elementos finitos (MEF) para la resolución de problemas electromagnéticos.

La tarea principal de la asignatura, es lograr adquirir una visión importante del electromagnetismo asistido por ordenador, que comporta conocer las etapas que deben seguirse para emplear un programa de simulación electromagnética, las ecuaciones físicas involucradas así como la formulación matemática necesaria para implementar un paquete de cálculo. Al finalizar el curso de esta asignatura, el estudiante debe crear una aplicación que resuelva alguno de los muchos problemas electromagnéticos. Se ha concentrado este primer curso sobre los detalles de los casos estáticos, dejando la exposición de casos dinámicos, tanto el estudio de corrientes inducidas como de las ecuaciones acopladas, para cursos de investigación más avanzada (de doctorado).

El curso ha sido diseñado dentro del contexto del máster, considerando que se dispone de bases lo suficientemente importantes del programa de pre y postproceso GiD (generador Integrado de Datos), así como de programación. El material del curso consiste de un libro con una colección de apuntes que pueden considerarse una versión particular de un manual de usuario para un programa de simulación. La asignatura está dirigida profesionales con formación en ciencias o ingeniería.

El primer tema se dedica a mostrar las motivaciones en el uso de las técnicas informáticas en la ingeniería moderna. Este tema se complementa con el siguiente, donde se estudian aquellas disciplinas dentro de la ingeniería que precisan de herramientas de cálculo numérico para resolver problemas electromagnéticos. Se incluyen tanto las aplicaciones que precisan de programas y formulaciones como las que se describen a lo largo de la asignatura, así como otras de filosofías y metodologías muy diferentes, pero que se han considerado muy ilustrativas para situar el entorno de trabajo. Siendo así, podrá verse cómo el uso de programas de cálculo mediante ordenador prácticamente contempla todas las ramas del sector de la electrónica y las telecomunicaciones. En el tercer tema se presentan los métodos numéricos, que se particularizan al caso del electromagnetismo y, más en concreto, a la formulación que se empleará posteriormente.

En el tema cuarto se estudian los parámetros de interés en problemas estáticos y la manera de emplearlos en programas convencionales de cálculo. Los temas cinco y seis enlazan la formulación física proveniente de las ecuaciones de Maxwell con la matemática, que permite una implementación algorítmica, según se describe a través de subrutinas de un programa de cálculo operativo. El tema siete describe las peculiaridades que deben tenerse en cuenta a la

hora de aprovechar los resultados obtenidos, así como las usuales configuraciones en las estructuras de datos que emplean los programas para mostrar los análisis efectuados.

El tema ocho sigue un ejemplo concreto que puede reproducirse paso a paso, para un problema magnetostático bidimensional, y que permite reforzar con la práctica una visión global del uso de los elementos finitos para problemas industriales.

La asignatura finaliza con un tema dedicado a estudiar la física de la superconductividad, su comportamiento fuertemente no lineal e histerético y la manera de aprovechar las técnicas de computación descritas para disponer de un simulador de su funcionamiento.

El conjunto de temas de la asignatura, equivale a una docencia de 2,5 créditos (25 horas) y se espera que el alumno dedique un esfuerzo adicional importante de estudio, debido a la complejidad de los temas.



Tema 1	Introducción
Objetivos:	<p>Motivación del uso de técnicas numéricas para resolver problemas electromagnéticos. Estructura del curso.</p> <p>Se presenta el contenido del curso, recordando la importancia de combinar las facetas técnicas de los métodos numéricos así como su provecho industrial. Aunque el resto de la asignatura se concentre en la formulación e implementación informática, es importante mantener presente cuál es la ventaja tecnológica al usar estas herramientas.</p> <p>En definitiva se trata de discernir logros al implementar programas de cálculo. Es sumamente interesante que el estudiante se concentre en una aplicación de su interés sobre la que enfocará el estudio.</p>
Bibliografía Utilizada:	Libro de la Asignatura: “Electromagnetismo”. Mora, Javier. CIMNE
Plan de Trabajo:	<ol style="list-style-type: none">1. Elaborar una lista de los objetivos que se pretenden conseguir siguiendo el curso, previo al estudio de este tema introductorio.



Tema 2	Estado del Arte. Precedentes y contexto
Objetivos:	
	Conocimiento de aplicaciones informáticas relevantes en el mundo del electromagnetismo. Marco del trabajo que se expondrá en los siguientes temas.
Conocimientos previos:	
	El aprovechamiento será tanto más completo cuanto más cercano se encuentre el estudiante a las disciplinas mencionadas.
Bibliografía Utilizada:	Libro de la Asignatura: “Electromagnetismo”. Mora, Javier. CIMNE
Plan de Trabajo:	
	<ol style="list-style-type: none">1. Identificar procesos de producción y metodologías de diseño que precisen herramientas de cálculo en las siguientes ingenierías: eléctrica, electrónica, de dispositivos, de materiales y telecomunicaciones.2. Analizar las aplicaciones que se mencionan en la asignatura a través de las ventajas e inconvenientes que proporciona el uso de herramientas informáticas.3. Proponer alguna aplicación y sus consecuentes implicaciones al emplear métodos de cálculo por ordenador.

Tema 3	Métodos Numéricos en Ingeniería
Objetivos:	
	Conocimiento de las familias de métodos numéricos diferencial e integral. Distinguir sus principales diferencias. Establecer las bases para la implementación de una metodología de resolución numérica de ecuaciones diferenciales.
Conocimientos previos:	
	Buenos conocimientos de cálculo diferencial e integral. Resolución de ecuaciones diferenciales. Cálculo matricial Operadores diferenciales e integrales.
Bibliografía Utilizada:	Libro de la Asignatura: “Electromagnetismo”. Mora, Javier. CIMNE C. Ray Wylie, <i>Matemáticas Superiores para Ingeniería</i>, Mc Graw-Hill
Plan de Trabajo:	
	<ol style="list-style-type: none"> 1. Clasificación de métodos. 2. Resolución de problemas unidimensionales mediante el método de los residuos ponderados. 3. Uso del método de los elementos finitos en dos dimensiones. 4. Limitaciones y precauciones a tener en cuenta.



Tema 4	El PreProceso
Objetivos:	
	Planteamiento de problemas estáticos en electromagnetismo. Conocimiento de las variables y formatos informáticos usuales de entrada de datos. Importancia de la definición correcta del problema.
Conocimientos previos:	
	Manejo de ordenadores. Conocimientos CAD, diseño de geometría mediante ordenador. Propiedades básicas del magnetismo y de la electrostática, así como de los materiales implicados.
Bibliografía Utilizada:	Libro de la Asignatura: “Electromagnetismo”. Mora, Javier. CIMNE
Plan de Trabajo:	<ol style="list-style-type: none">1. Distinguir las variables básicas de entrada de datos.2. Establecer flujo de información a ser definido en el ordenador.3. Posibilidades de entrada de datos. Distinción entre geometría, materiales, condiciones de contorno y de carga. Identificación del vocabulario numérico y electromagnético.4. Importancia de la elección de los puntos de cálculo para la acotación de los errores (creación de malla). Parámetros de adaptación de los elementos discretos a la geometría modelada.



Tema 5	El Motor de Cálculo
Objetivos:	
	Conocimiento de las ecuaciones de Maxwell y su formulación numérica. Particularización del tratamiento de la ecuación de Poisson a los casos electrostáticos y magnetostáticos. Casos axisimétricos. Distinción del tratamiento bidimensional y tridimensional.
Conocimientos previos:	
	Se requiere una buena asimilación del tema 3 y de la asignatura de elementos finitos. Así mismo es importante disponer de buenos conocimientos de electromagnetismo en estática (campos electrostáticos y magnetostáticos).
Bibliografía Utilizada:	M. A. Plonus, <i>Electromagnetismo Aplicado</i> , Ed. Reverté, S.A., 1982 Libro de la Asignatura: “Electromagnetismo”. Mora, Javier. CIMNE
Plan de Trabajo:	
	<ol style="list-style-type: none">1. Obtener la ecuación de Poisson para los tres casos: electrostático, magnetostático y conductividad.2. A partir de la formulación presentada para el caso magnetostático y electrostático, obtener la que correspondería al caso tridimensional para la ecuación de conductividad.3. Diseñar una solución que acople las corrientes tridimensionales obtenidas del módulo de conductividad y las emplee como fuentes en el problema magnetostático.



Tema 6	Implementación de un Programa de Cálculo Magnetostático
Objetivos:	
	Visión informática del tratamiento numérico de los problemas planteados en los anteriores temas. Ejemplos de código que implementan la mayor parte de las funciones descritas en la formulación numérica del problema magnetostático.
Conocimientos previos:	
	Se requieren conocimientos de lenguajes de programación FORTRAN o C++.
Bibliografía Utilizada:	Libro de la Asignatura: “Electromagnetismo”. Mora, Javier. CIMNE
Plan de Trabajo:	
	<ol style="list-style-type: none">1. El tema muestra el algoritmo principal del programa. Creación de los diagramas de flujo de las subrutinas de ensamblado y planteamiento de la ecuación de Poisson.2. Proponer una solución algorítmica para la resolución de problemas no lineales.



Tema 7	El PostProceso
Objetivos:	
	Análisis de resultados. Posibilidades de visualización de los datos. Opciones avanzadas en el uso de programas. Conocimiento de las variables resultado. Importancia de la interpretación correcta del resultado y de sus limitaciones.
Conocimientos previos:	
	Como en el caso del PreProceso, manejo de ordenadores. Propiedades básicas del magnetismo y de la electrostática.
Bibliografía Utilizada:	Libro de la Asignatura: “Electromagnetismo”. Mora, Javier. CIMNE
Plan de Trabajo:	
	<ol style="list-style-type: none">1. Distinguir las variables básicas de salida de datos.2. Utilidad de las diferentes modalidades de representación en de los resultados. Indicar otras posibilidades interesantes.3. Análisis de resultados. Limitaciones y utilidad del cálculo.4. Cálculos integrales. Identificar la correlación de parámetros circuitales con las variables físicas en el magnetismo y electrostática: definiciones de capacidad e inductancia, así como de resistencia.5. Importancia de los sistemas de unidades.



Tema 8	Un Ejemplo Detallado
Objetivos:	
	Ejemplo concreto para un problema magnetostático bidimensional con el que debe practicarse la visión global del uso de los elementos finitos para problemas industriales.
Conocimientos previos:	
	Conocimientos de los siete primeros temas.
Bibliografía Utilizada:	
	Libro de la Asignatura: “Electromagnetismo”. Mora, Javier. CIMNE
Plan de Trabajo:	
	<ol style="list-style-type: none">1. Reproducir en el ordenador todos los pasos indicados en el tema.2. Presentar un ejemplo equivalente al propuesto.



Tema 9	Una Aplicación Interesante: la Superconductividad
Objetivos:	
	Repaso de la física de la superconductividad, su comportamiento fuertemente no lineal e histerético y la manera de aprovechar las técnicas de computación descritas para disponer de un simulador de su funcionamiento.
Conocimientos previos:	
	Temas previos.
Bibliografía Utilizada:	Libro de la Asignatura: “Electromagnetismo”. Mora, Javier. CIMNE
Plan de Trabajo:	
	<ol style="list-style-type: none">1. Comprensión de la fenomenología superconductora.2. Plantear la ecuación de Poisson incorporando del modelo de Bean o de Kim.3. Describir otro ejemplo peculiar de interesante resolución, con dependencias entre las incógnitas y las fuentes o los materiales, mediante métodos numéricos.

Referencias Complementarias

Publicaciones:

- [Hinton&Owen,1979] E. Hinton and D. R. Owen, *An Introduction to Finite Element Computation*, Pineride Press Limited, Swansea, U.R. 1979
- [Jin,1993] Jianning Jin, *The Finite Element Method in Electromagnetics*, John Wiley & Sons, Inc., 1993
- [Lorrein&Corson,1986] P. Lorrein and D. R. Corson, *Campos y Ondas Electromagnéticas*, 4ª Ed. Selecciones Científicas, Madrid 1986
- [Oñate,1995] E. Oñate, *Cálculo de Estructuras por el Método de Elementos Finitos. Análisis Estático Lineal*, 2ª Ed., CIMNE, 1995
- [Plonus,1982] M. A. Plonus, *Electromagnetismo Aplicado*, Ed. Reverté, S.A., 1982
- [Ribó,1999] R. Ribó, *GID User Manual*, CIMNE, 1999
- [Silvester&Ferrari,1983] P.P. Silvester and R. L. Ferrari, *Finite Elements for Electrical Engineers*, Cambridge University Press, 1983
- [Steele,1987] Charles W. Steele, *Numerical Computation of Electric and Magnetic Fields*, Van Nostrand Reinhold Company Inc., 1987
- [Trowbridge,1990] C. W. Trowbridge, *An Introduction to Computer Aided Electromagnetic Analysis*, Vector Fields Ltd., 1990
- [Zienkiewicz&Taylor,1989] O. C. Zienkiewicz & R. L. Taylor, *The Finite Element Method*, 4ª Ed. Mc Graw-Hill Book Company (UK), 1989

MASTER EN MÉTODOS NUMÉRICOS PARA CÁLCULO Y DISEÑO EN INGENIERÍA

TESIS DE MASTER

Objetivo de la Tesis de Master

La Tesis del Master, constituye el trabajo de grado y busca principalmente la aplicación práctica de los conocimientos adquiridos a lo largo de los estudios de este Programa. Se deberá desarrollar una aplicación de ingeniería utilizando métodos numéricos. El alumno, bajo la dirección de uno o más profesores de la UPC, desarrollará el tema de la Tesis de Master.

La propuesta de Tesis de Master puede surgir de diferentes iniciativas:

1. De los profesores del programa.
2. De los alumnos. A partir de su experiencia investigativa y profesional, pueden proponer temas a algún profesor.

Periódicamente se publica, una lista de temas de tesis propuestos por los profesores.

El tema de la tesis debe estar relacionado con la aplicación de métodos numéricos en la simulación de problemas de ingeniería. En consecuencia, el espectro de temas es muy amplio. Puede ir desde una nueva formulación matemática hasta la simulación de un proceso de fabricación, pero siempre debe estar enmarcado en alguna de las siguientes áreas de trabajo:

- Estructuras-Mecánica de medios continuos.
- Geotecnia-Ingeniería del terreno.
- Hidráulica-Ingeniería marítima.
- Matemática aplicada - Técnicas numéricas.
- Programación-Ordenadores-Paralelización.
- Dinámica de fluidos - Transmisión del calor.

ASPECTOS GENERALES DE LAS ASIGNATURAS

Todas las asignaturas son evaluadas por medio de exámenes escritos, y en algunas de ellas es necesario además, desarrollar una serie de trabajos prácticos y de programación.